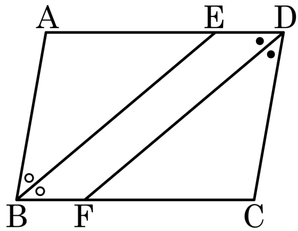
1. 다음은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle B$, $\angle D$ 의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, □EBFD 가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD 는 평행사변형이고

$\angle B = \angle D$ 이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$

즉, $\angle ABE = \angle EBF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$ (엇각)

$\angle EDF = \boxed{}$(엇각) 이므로

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180\,° - \boxed{} = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD 는 평행사변형이다.

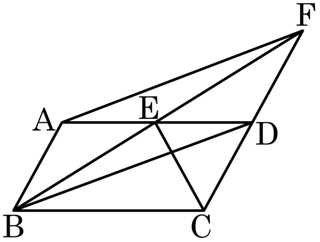
① $\angle CDF$, $\angle ABE$ ② $\angle CDF$, $\angle AEB$ ③ $\angle CFD$, $\angle ABE$

④ $\angle CFD$, $\angle AEB$ ⑤ $\angle DCF$, $\angle ABE$

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle EDF = \angle CFD$ 는 엇각으로 같고, $\angle DEB = 180\,° - \angle AEB = \angle DFB$ 이다.

2. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle FEC = 60\,\mathrm{cm}^2$, $\triangle EDF = 40\,\mathrm{cm}^2$일 때, $\triangle FEA$의 넓이로 알맞은 것은?



① $10\,\mathrm{cm}^2$ ② $20\,\mathrm{cm}^2$ ③ $30\,\mathrm{cm}^2$

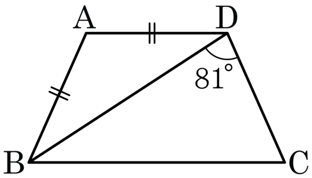
④ $40\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $50\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$이므로

$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 60 - 40 = 20\,(\mathrm{cm}^2)\end{aligned}$$

3. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 81°$일 때, $\angle DBC$의 크기는?



① 28° ② 31° ③ 33° ④ 35° ⑤ 37°

해설

$\angle A + \angle ABC = \angle ADC + \angle C = 180°$이다.

$\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\angle ABD = \angle ADB = x$라 하면

$\angle A = \angle ADC = 81° + x$

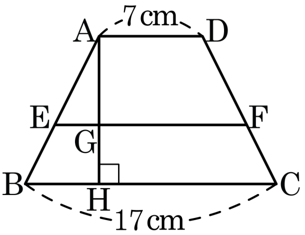
$\angle ABC = \angle C = 180° - (81° + x) = 99° - x$

$\angle DBC = \angle ABC - x = 99° - 2x$

$\triangle BDC$ 에서 $\angle DBC = 180° - (81° + \angle C) = x$

$\therefore \ \angle DBC = x = 33°$

4. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴에서 $\overline{AD}//\overline{EF}//\overline{BC}$이다. $\overline{AG}:\overline{GH}=3:2$이고 □AEFD와 □EBCF의 넓이가 같을 때, $\overline{EF}$의 길이를 구하여라.



① 10 cm　② 11 cm　③ 12 cm　④ 13 cm　⑤ 14 cm

해설

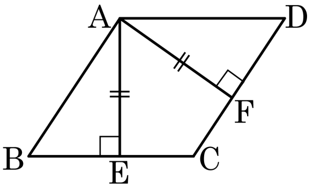
$\overline{AG}=3a$, $\overline{GH}=2a$라 하면

$$(7+\overline{EF})\times 3a\times\frac{1}{2}=(\overline{EF}+17)\times 2a\times\frac{1}{2}$$

$$21+3\overline{EF}=2\overline{EF}+34$$

$$\overline{EF}=13\ (\mathrm{cm})$$

5. 다음 그림에서 평행사변형ABCE의 점 A에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 하고 $\overline{AE} = \overline{AF}$일 때, □ ABCD는 어떤 사각형인가?



① 등변사다리꼴 ② 평행사변형 ③ 직사각형

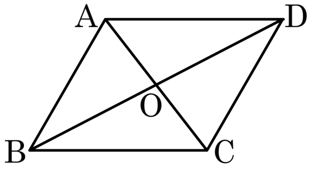
④ 마름모 ⑤ 정사각형

해설

$\triangle$ABE와 $\triangle$ADF에서 $\angle B = \angle D$이고, $\angle AEB = \angle AFD = 90°$, $\overline{AE} = \overline{AF}$이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$이다.

따라서 $\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 □ABCD는 마름모이다.

6. 다음 평행사변형 ABCD가 마름모가 되려면 다음 중 어떤 조건이 더 있어야 하는지 모두 골라라.



① $\overline{AB} = \overline{AD}$

② $\angle A = 90°$

③ $\overline{AC} = \overline{BD}$

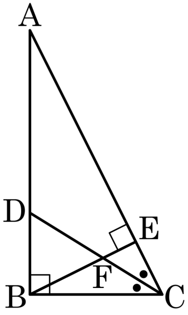
④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$

해설

평행사변형의 이웃하는 두 변의 길이가 같거나, 두 대각선이 직교하면 마름모이다.

7. 다음 그림에서 $\angle BFD$와 크기가 같은 것은?



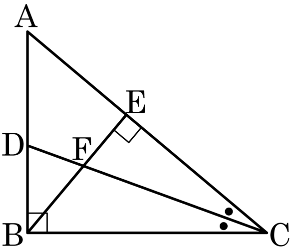
① $\angle ADC$ ② $\angle EBC$ ③ $\angle BAC$

④ $\angle BDC$ ⑤ $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180° - (\angle FEC + \angle FCE) = 180° - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC$

8. 다음 그림에서 $\angle A = 30^\circ$일 때, $\angle BFD$의 크기와 크기가 같은 각은?



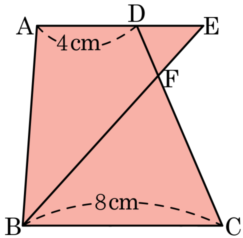
① 55°, $\angle ADC$　② 50°, $\angle EBC$　③ 65°, $\angle BAC$

④ 60°, $\angle BDC$　⑤ 70°, $\angle ABE$

해설

$\angle BFD = \angle CFE = 180^\circ - (\angle FEC + \angle FCE) = 180^\circ - (\angle DBC + \angle DCB) = \angle BDC = 60^\circ$

9. 다음 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\,\text{cm}$ 이다. $\overline{AD}$ 의 연장선 위의 점 E 에 대하여 $\overline{BE}$가 □ABCD 의 넓이를 이등분할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{12}{7}$ cm ② $\frac{13}{5}$ cm ③ $\frac{9}{2}$ cm
④ $\frac{11}{4}$ cm ⑤ $\frac{8}{3}$ cm

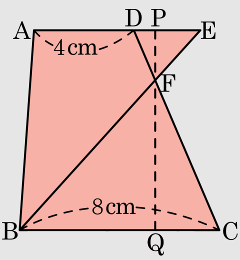
해설

□ABCD 의 높이를 h 라 하면

□ABCD $= (4+8) \times h \times \frac{1}{2} = 6h$, $\triangle$FBC $= \frac{1}{2}$□ABCD $= 3h$

이다.

점 F 를 지나고 $\overline{AE}$, $\overline{BC}$ 에 수직인 직선을 그어 만나는 점을 P, Q 라고 하면

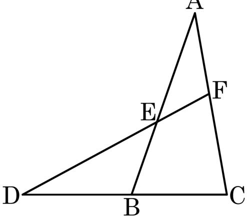


$\triangle\text{FBC} = 3h = \frac{1}{2} \times 8 \times \overline{FQ}$, $\overline{FQ} = \frac{3}{4}h$, $\overline{FP} = \frac{1}{4}h$ 이다.

$\triangle\text{FBC} \backsim \triangle\text{FED}$ 이므로 $3 : 1 = 8 : \overline{DE}$ 이다.

$\therefore \overline{DE} = \frac{8}{3}(\text{cm})$

10. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5$ 이다. $\overline{BC} = 14\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하면?



① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm

④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

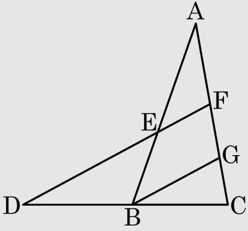
그림에서와 같이 $\overline{DF}$ 와 평행이 되도록 $\overline{BG}$ 를 그으면,

$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 12 : 8$

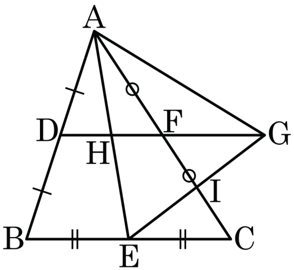
$\overline{AF} : \overline{FC} = 4 : 5 = 12 : 15$

따라서 $\overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 12 : 8 : 7$

$\overline{DB} : \overline{BC} = 8 : 7 \quad \therefore \overline{BD} = 16\,\text{cm}$



11. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 중점이고, $\overline{DF}$ 의 연장선 위에 $\overline{DF} = \overline{FG}$ 가 되도록 점 G 를 잡을 때, 보기 중 옳은 것은 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AE} = 2\overline{AH}$

㉡ $\overline{DH} = \overline{HF}$

㉢ $\overline{AE} = \overline{EG}$

㉣ $\overline{AG} = \overline{HG}$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉢ ④ ㉡, ㉣ ⑤ ㉢, ㉣

해설

㉠$\triangle ABE$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{AH} = \overline{HE}$

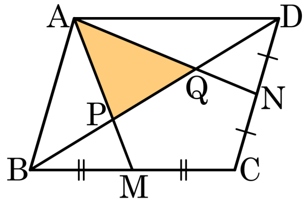
$\therefore \overline{AE} = 2\overline{AH}$

㉡ $\triangle ABE$, $\triangle AEC$ 에서 삼각형의 중점연결 정리에 의하여 $\overline{DH} = \frac{1}{2}\overline{BE}$, $\overline{HF} = \frac{1}{2}\overline{EC}$

그런데 $\overline{BE} = \overline{EC}$ 이므로 $\overline{DH} = \overline{HF}$

따라서 옳은 것은 ㉠,㉡이다.

12. 다음 그림에서 □ABCD 는 평행사변형이고, 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. △APQ 의 넓이가 12cm^2 일 때, □ABCD 의 넓이는?



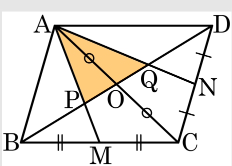
① 48cm^2　② 56cm^2　③ 64cm^2

④ 68cm^2　⑤ 72cm^2

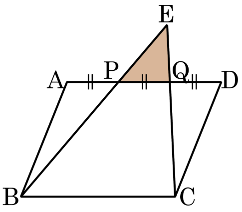
해설

점 P, Q 가 각각 △ABC , △ADC 의 무게중심이므로 △APO = $\frac{1}{6}$△ABC, △AQO = $\frac{1}{6}$△ADC 이고, △APQ = $\frac{1}{6}$(△ABC + △ADC) = $\frac{1}{6}$□ABCD 이다.

따라서 □ABCD = 6△APQ = $72(\text{cm}^2)$ 이다.



13. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$ 이다. $\triangle ABP = 44\,cm^2$ 일때, $\triangle EPQ$ 의 넓이는?



① $18\,cm^2$　② $19\,cm^2$　③ $20\,cm^2$

④ $21\,cm^2$　⑤ $22\,cm^2$

해설

$\overline{PQ} = \overline{BC} = 1 : 3$

$\triangle EPQ : \square PBCQ = 1 : 8$

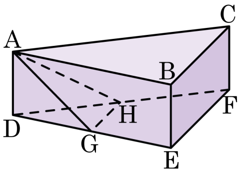
$\triangle EPQ = \frac{1}{8}\square PBCQ = \frac{1}{12}\square ABCD$

$\triangle ABP = \frac{1}{6}\square ABCD = 44(\,cm^2)$

$\square ABCD = 264(\,cm^2)$

$\therefore \triangle EPQ = 22(\,cm^2)$

14. 다음 삼각기둥에서 점 G, H 는 각각 $\overline{DE}$, $\overline{DF}$ 의 중점이다. 삼각기둥의 부피가 $72\,\text{cm}^3$ 일 때, 삼각뿔 A – DGH 의 부피는?



① $5\,\text{cm}^3$ ② $6\,\text{cm}^3$ ③ $7\,\text{cm}^3$ ④ $8\,\text{cm}^3$ ⑤ $9\,\text{cm}^3$

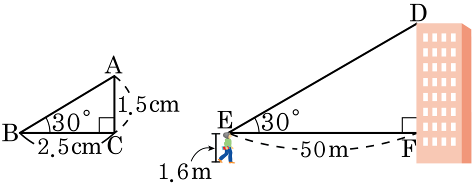
해설

(삼각뿔 A – DGH 의 부피)

$= \dfrac{1}{3} \times \dfrac{1}{4} \triangle\text{DEF} \times \overline{\text{AD}} = \dfrac{1}{12} \times (\text{삼각기둥의 부피}) = \dfrac{1}{12} \times 72 =$

$6\ (\text{cm}^3)$

15. 눈높이가 1.6 m 인 혜선이가 어떤 건물로부터 50 m 떨어진 곳에서 건물의 끝 D 지점을 올려다 본 각의 크기가 $30°$ 이었다. 이를 바탕으로 $\angle B = 30°$, $\angle C = 90°$, $\overline{BC} = 2.5\,\mathrm{cm}$ 인 직각삼각형 ABC 를 그렸더니 $\overline{AC} = 1.5\,\mathrm{cm}$ 이었다. 이 건물의 실제 높이는 몇 m 인가?



① 28.6 m　② 30 m　③ 31.6 m　④ 32 m　⑤ 32.6 m

해설

$$(\text{축척}) = \frac{2.5\,\mathrm{cm}}{50\,\mathrm{m}} = \frac{2.5\,\mathrm{cm}}{5000\,\mathrm{cm}} = \frac{1}{2000}$$

$\therefore\ \overline{DF} = 1.5\ (\mathrm{cm}) \times 2000 = 3000\ (\mathrm{cm}) = 30\ (\mathrm{m})$

따라서 건물의 실제 높이는 $1.6 + 30 = 31.6\ (\mathrm{m})$