

1. 다음 중 우함수인 것을 모두 고르면?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = x^4 - 3x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{1}{x}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \sqrt{x^2 + 1}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = 4x$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = \frac{3}{x^2}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = x^3$$

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉥

③ ㉠, ㉥, ㉦

④ ㉡, ㉢, ㉦

⑤ ㉡, ㉤, ㉥

해설

우함수인 것은  $y = x^4 - 3x^2$ ,  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ ,  $y = \frac{3}{x^2}$  이고, 나머지는 모두 기함수이다.

2. 분수식  $1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$  을 간단히 하여라.

▶ 답:

▶ 정답:  $\frac{1}{x}$

해설

$$\text{(준 식)} = 1 - \frac{1}{\frac{1}{1-x}} = 1 + \frac{1-x}{x} = \frac{1}{x}$$

3.  $x = \sqrt{2} + 1, y = \sqrt{2} - 1$  일 때,

$$\frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \text{ 의 값은?}$$

① 1

②  $\sqrt{2}$

③ 2

④  $2\sqrt{2}$

⑤  $\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{x} - \sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} + \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} \\ &= \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 + (\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{x - y} \\ &= \frac{x + y - 2\sqrt{xy} + x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{2(x + y)}{x - y} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} x + y = \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\ x - y = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} + 1 = 2 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{2(x + y)}{x - y} = \frac{2 \times 2\sqrt{2}}{2} = 2\sqrt{2}$$

4. 함수  $f : x \rightarrow ax + b$  이고  $f(0) = -3$ ,  $\{f(1) + 1\}^2 = 4$  일 때  $a + b$  의 값은? (단  $a \neq 0$ )

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = ax + b \text{ 에서 } f(0) = b = -3$$

$$f(1) = a + b = a - 3, \{f(1) + 1\}^2 = (a - 3 + 1)^2 = 4$$

$$(a - 2)^2 = 4$$

$$\therefore a = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$\therefore a \neq 0 \text{ 이므로 } a = 4$$

$$\therefore a + b = 4 + (-3) = 1$$

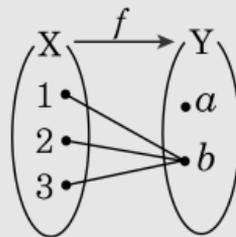
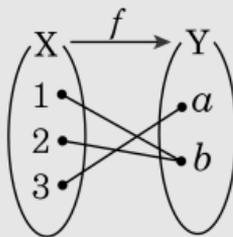
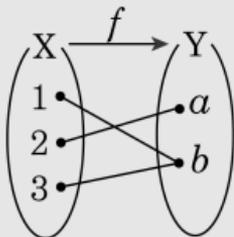
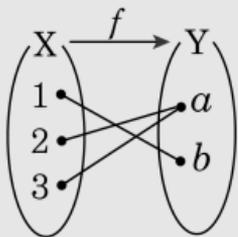
5. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b\}$  에 대하여  $X$  에서  $Y$  로의 함수  $f$  중  $f(1) = b$  인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답:        개

▷ 정답: 4 개

해설

$f(1) = b$  인 함수  $f$  는 다음과 같다  
따라서, 구하는 함수  $f$  는 4 개이다.



6. 세 함수  $f(x) = x + 1$ ,  $g(x) = -x + a$ ,  $h(x) = bx + 2$  가  $h \circ f = g$  를 만족시킬 때,  $a + b$  의 값은 얼마인가?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$(h \circ f)(x) = h(f(x)) = h(x + 1) = b(x + 1) + 2 = bx + b + 2$$

$$g(x) = -x + a \text{ 이므로, } bx + b + 2 = -x + a$$

$$b = -1, b + 2 = a$$

$$\therefore a = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

7.  $f : x \rightarrow x + 3$ ,  $g : x \rightarrow 3x + 1$  일 때,  $(h \circ g \circ f)(x) = g(x)$  를 만족하는 일차함수  $h(x)$  를 구하면?

①  $h(x) = x - 4$

②  $h(x) = x - 9$

③  $h(x) = x - 6$

④  $h(x) = 2x - 3$

⑤  $h(x) = 2x - 6$

해설

$$\begin{aligned}(g \circ f)(x) &= g(x + 3) = 3(x + 3) + 1 \\ &= 3x + 10 \text{ 이므로}\end{aligned}$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h((g \circ f)(x)) = h(3x + 10) = 3x + 1$$

$$3x + 10 = t \text{ 라 하면 } 3x = t - 10$$

$$\therefore h(t) = (t - 10) + 1 = t - 9$$

$$\therefore h(x) = x - 9$$

8. 실수 전체 집합에서 함수  $f(x)$  를  $f(x) = \begin{cases} (a+2)x & (x \geq 0) \\ (1-a)x & (x < 0) \end{cases}$  로

정의할 때, 함수  $f(x)$  의 역함수가 존재할 조건은?

①  $-1 < a < 1$

②  $-2 < a < 1$

③  $a < -2, a > 1$

④  $-1 < a \leq 1$

⑤  $-2 \leq a < 1$

해설

역함수가 존재하려면

$y = (a+2)x$ 와  $y = (1-a)x$ 의 기울기의 부호가 같아야 한다.

즉  $(a+2)(1-a) > 0, (a+2)(a-1) < 0$

$\therefore -2 < a < 1$

9. 실수에서 정의된 함수  $f(x) = ax - 3$  에 대하여  $f^{-1} = f$  가 성립하도록 하는 상수  $a$  의 값을 구하여라. (단,  $a \neq 0$  )

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$f^{-1} = f \text{ 에서 } f^{-1}(x) = f(x), f(f(x)) = x$$

$$f(f(x)) = f(ax - 3) = a(ax - 3) - 3 = x$$

모든 실수  $x$  에 대하여 성립하므로

$$\therefore a^2 = 1, -3a - 3 = 0$$

$$\therefore a = -1$$

10. 함수  $y = \frac{ax+b}{2x+c}$  가 점  $(1, 2)$  를 지나고 점근선이  $x = 2, y = 1$  일 때,  
 $a + b + c$  의 값은?

① -8

② -6

③ -4

④ -2

⑤ 0

해설

점근선이  $x = 2, y = 1$  이므로

$$y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{k}{x-2} + 1$$

또 점  $(1, 2)$  를 지나므로

$$2 = \frac{k}{1-2} + 1 \therefore k = -1$$

$$\therefore y = \frac{ax+b}{2x+c} = \frac{-1}{x-2} + 1 = \frac{x-3}{x-2} = \frac{2x-6}{2x-4}$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = -4$$

$$\therefore a + b + c = -8$$

11. 0이 아닌 두 실수  $a, b$ 에 대하여  $\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}}$ 일 때,  $\sqrt{(a^3 - b^3)^2} - \sqrt{b^6}$ 을 간단히 하면?

①  $a^3$

②  $-a^3$

③  $b^3$

④  $-b^3$

⑤ 0

해설

$$\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a}} = -\sqrt{\frac{b}{a}} \text{ 이려면}$$

$b > 0, a < 0$  이어야 한다

$$\therefore a^3 - b^3 < 0, b^3 > 0$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \sqrt{(a^3 - b^3)^2} - \sqrt{b^6} &= |a^3 - b^3| - |b^3| \\ &= -a^3 + b^3 - b^3 \\ &= -a^3 \end{aligned}$$

12.  $x = \frac{1}{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}$ ,  $y = \frac{1}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}$  일 때,  $x^2 + xy + y^2$  의 값은?

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{3} - \sqrt{2}} = \sqrt{3} + \sqrt{2}$$

$$x + y = 2\sqrt{3}, \quad xy = 1$$

$$x^2 + xy + y^2 = (x + y)^2 - xy = 12 - 1 = 11$$

13.  $-\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$  에서 함수  $y = \sqrt{3x+a} + 2$  의 최댓값이  $b$ , 최솟값이 2 일 때,  $a+b$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = \sqrt{3x+a} + 2 = \sqrt{3\left(x + \frac{a}{3}\right)} + 2$$

주어진 함수의 그래프는  $y = \sqrt{3x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-\frac{a}{3}$  만큼,  $y$  축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 것이므로  $x$  의 값이 증가할 때,  $y$  의 값도 증가한다.

i)  $x = -\frac{1}{3}$  일 때 최솟값을 가지므로

$$2 = \sqrt{3 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) + a} + 2 \quad \therefore a = 1$$

ii)  $x = \frac{8}{3}$  일 때 최댓값을 가지므로

$$b = \sqrt{3 \cdot \frac{8}{3} + 1} + 2 = 5$$

i), ii) 에서  $a + b = 1 + 5 = 6$

14. 무리함수  $y = -\sqrt{1-x} + 2$ 의 역함수는?

①  $y = (x-2)^2 + 1(x \leq 2)$

②  $y = (x-2)^2 - 1(x \leq 2)$

③  $y = -(x-2)^2 + 1(x \leq 2)$

④  $y = -(x-2)^2 - 1(x \leq 2)$

⑤  $y = -(x+2)^2 + 1(x \leq 2)$

해설

$y = -\sqrt{1-x} + 2$ 에서  $1-x \geq 0$ 이므로  $x \leq 1$

$y-2 = -\sqrt{1-x} \leq 0$ 이므로  $y \leq 2$

$1-x = (y-2)^2, x = -(y-2)^2 + 1$

$x, y$ 를 바꾸면 구하는 역함수는

$\therefore y = -(x-2)^2 + 1(x \leq 2)$

15. 함수  $y = \sqrt{x+|x|}$ 와 직선  $y = x+k$ 가 서로 다른 세 점에서 만나도록 하는 실수  $k$ 의 값의 범위를 구하면?

①  $-1 < k < 0$

②  $-1 < k \leq 0$

③  $0 < k < \frac{1}{2}$

④  $0 \leq k < \frac{1}{2}$

⑤  $0 < k \leq \frac{1}{2}$

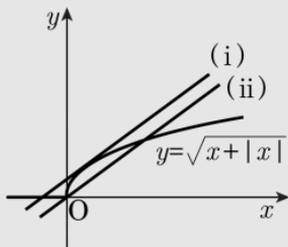
해설

$x \geq 0$ 일 때  $y = \sqrt{2x}$ 이고  $x < 0$ 일 때  $y = 0$ 이므로

$y = \sqrt{x+|x|}$ 의 그래프는

그림과 같고 직선  $y = x+k$ 와 서로 다른 세 점에서 만나려면

(i)과 (ii) 사이에 존재해야 한다.



① 곡선  $y = \sqrt{2x}$ 와 직선  $y = x+k$ 가 접할 때

$$\sqrt{2x} = x+k \text{에서 } 2x = (x+k)^2$$

$$x^2 + 2(k-1)x + k^2 = 0$$

이 방정식의 판별식을 D라 하면

$$\frac{D}{4} = (k-1)^2 - k^2 = 0, \quad -2k+1=0$$

$$\therefore k = \frac{1}{2}$$

② 직선  $y = x+k$ 가 원점을 지날 때  $k = 0$

①, ②에서 구하는  $k$ 의 값의 범위는  $0 < k < \frac{1}{2}$

16. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128

② 256

③ 512

④ 1024

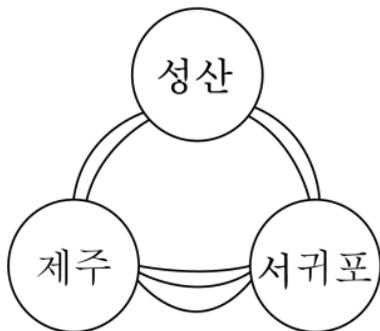
⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가  
2가지씩이므로  $\Rightarrow 2^{10} = 1024$



18. 다음 그림과 같이 제주와 성산을 잇는 길은 2 개 성산과 서귀포를 잇는 길은 2 개가 있고, 제주와 서귀포를 잇는 길은 3 개가 있다. 제주에서 서귀포로 갔다가 다시 제주로 돌아올 때, 성산을 반드시 1 번만 거치는 경우의 수는?



① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 32

해설

$$(2 \times 2) \times 3 + 3 \times (2 \times 2) = 24$$

∴ 24 가지

19. 100 원짜리 1 개, 50 원짜리 2 개, 10 원짜리 3 개가 있다. 일부 또는 전부를 사용하여 거스름돈 없이 지불할 때, 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합을 구하여라.

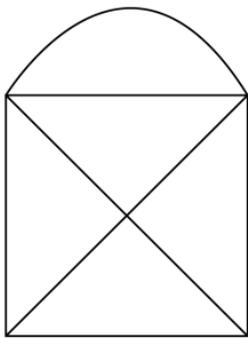
▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 42 가지

### 해설

- ① 100 원짜리 동전을 0 개, 1 개 사용할 수 있다. 2 가지  
50 원짜리 동전을 0, 1, 2 개 사용할 수 있다. 3 가지  
10 원짜리 동전을 0, 1, 2, 3 개 사용할 수 있다. 4 가지  
따라서 지불 방법의 수는  $2 \times 3 \times 4 = 24$  인데 이 중에서 0 개를 사용하는 것은 지불하는 것이 아니므로 제외하면 23 가지의 지불 방법 수가 있다.
- ② 100 원짜리 동전을 50 원짜리 동전으로 교환하면 50 원짜리 동전이 4 개, 10 원짜리 동전이 3 개인 상황에서 지불 금액의 수는  $5 \times 4 = 20$  가지 인데 이 중에서 서로 사용하지 않는 경우를 제외하면 19 가지이다.
- ①, ②에서 구하는 지불 방법의 수와 지불할 수 있는 금액의 수의 합은  $23 + 19 = 42$

20. 다음 그림과 같이 다섯 개의 영역으로 나누어진 도형이 있다. 각 영역에 빨간색, 노란색, 파란색 중 한 가지 색을 칠하는데, 인접한 영역은 서로 다른 색을 칠하여 구별하려고 한다. 칠할 수 있는 방법의 수를 구하여라.

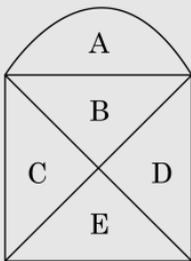


▶ 답: 가지

▷ 정답: 36가지

### 해설

경우의 수를 구할 수 있는가를 묻는 문제이다.



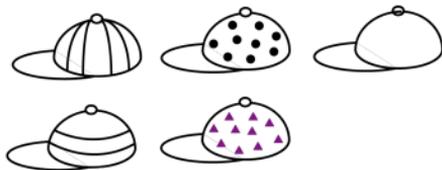
그림에서  $A, B$  영역에 칠할 수 있는 색은 각각 3 가지, 2 가지이다.

i)  $C, D$  영역에 같은 색을 칠하고  $E$  영역을 칠하는 경우 :  $2 \times 2$  가지

ii)  $C, D$  영역에 다른 색을 칠하고  $E$  영역을 칠하는 경우 :  $2 \times 1$  가지

$$\therefore 3 \times 2 \times (2 \times 2 + 2 \times 1) = 36$$

21. 5명이 자기 모자를 벗어 섞은 후 다시 무심코 1개를 집을 때 한 사람만이 자신의 모자를 가지게 되는 경우의 수는?



① 33

② 36

③ 40

④ 45

⑤ 54

해설

$n$ 명이 전부 다른 사람의 모자를 집어 드는 경우의 수를  $F_n$  이라고 하면

$$F_n = (n-1)(F_{n-1} + F_{n-2}) \quad (n \geq 3),$$

$$F_0 = 0, F_1 = 1 \text{ 이므로}$$

$$F_3 = 2, F_4 = 9$$

따라서 구하는 경우의 수는

$$5F_4 = 5 \times 9 = 45$$

22. 6 개의 문자  $a, b, c, d, e, f$  를 일렬로 배열할 때, 모음  $a, e$  가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 480 가지

### 해설

$a, e$  를 제외한 나머지  $b, c, d, f$  네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는  $4!$  가지가 있다.

이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에  $a, e$  를 늘어놓으면,  $a, e$  는 이웃할 수 없다.

즉,  $\square b \square c \square d \square f \square$  의 다섯 개의  $\square$  중에 두 개를 골라  $a, e$  를 배열한다.

따라서, 구하는 가짓수는  $4! \times {}_5 P_2 = 24 \times 20 = 480$  (가지)

23. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144

② 288

③ 864

④ 1526

⑤ 2880

### 해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는  ${}_5P_2$  (가지),  
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는  $4!$  (가지)  
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는  $3!$  (가지)

따라서 구하는 방법의 수는

$${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880 \text{ (가지)}$$

24. 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수 중에서 4의 배수의 개수는?

① 12

② 18

③ 24

④ 30

⑤ 36

해설

끝의 두자리가 4의 배수가 되어야 한다.

⇒ 12, 20, 24,

32, 40, 04

각각의 경우를 구해 더한다.

$$\therefore 4 + 6 + 4 + 4 + 6 + 6 = 30$$

25. 여섯 개의 수 3, 4, 5, 6, 7, 8 에서 서로 다른 두 수  $p, q$  를 택하여 이차방정식  $px^2 + qx = 0$  을 만들 때, 만들 수 있는 집합  $A = \{x | px^2 + qx = 0\}$  의 개수는?

① 22

② 23

③ 24

④ 25

⑤ 26

### 해설

6 개의 수 중에서 2 개를 택하여  $p, q$  에 나열하는 경우의 수를 생각한다.

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30 \text{ 개.}$$

이 중에서  $p = 3, q = 6$  인 경우와  $p = 4, q = 8$  인 경우의 해는 같아진다.

따라서 이와 같은 경우를 찾으면,

$$p = 6, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 4$$

$$p = 3, q = 4 \text{ 과 } p = 6, q = 8$$

$$p = 4, q = 3 \text{ 과 } p = 8, q = 6$$

이므로 구하고자 하는 경우의 수는

$$30 - 4 = 26(\text{개}) \text{ 이다.}$$

26. 대각선의 개수가 35 인 볼록  $n$  각형의 꼭짓점의 개수는?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$${}_nC_2 - n = 35, \frac{n(n-1)}{2 \times 1} - n = 35,$$

$$n^2 - 3n - 70 = 0, (n-10)(n+7) = 0$$

$$\therefore n = 10 (\because n \text{은 자연수})$$

27. 세 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ ,  $h(x)$  가  $(f \circ g)(x) = 2x - 3$ ,  $h(x) = 2x + 1$  을 만족할 때,  $(h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3)$  의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

### 해설

$$(f \circ g)^{-1}(3) = a \text{ 로 놓으면 } (f \circ g)(a) = 3$$

$$2a - 3 = 3 \text{ 에서 } a = 3$$

$$\therefore (f \circ g)^{-1}(3) = 3$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = (h^{-1} \circ (f \circ g)^{-1})(3) = h^{-1}((f \circ g)^{-1}(3)) = h^{-1}(3)$$

$$h^{-1}(3) = b \text{ 놓으면 } h(b) = 3$$

$$2b + 1 = 3$$

$$\therefore b = 1$$

$$\therefore (h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1})(3) = h^{-1}(3) = 1$$

28. 세 함수  $f(x) = 2x + 1$ ,  $g(x) = x - 3$ ,  $h(x) = ax + b$  에 대하여  $(g \circ f)^{-1} \circ h = g$  가 성립할 때 상수  $a, b$  의 합을 구하면?

① -1

② -3

③ 3

④ -6

⑤ 6

해설

$$(g \circ f) \circ (g \circ f)^{-1} = I \text{ 이므로}$$

$$(g \circ f)^{-1} \circ h = g \text{ 에서 } h = (g \circ f) \circ g$$

$$((g \circ f) \circ g)(x) = (g \circ f)(g(x)) = (g \circ f)(x - 3)$$

$$= g(f(x - 3))$$

$$= g(2(x - 3) + 1) = g(2x - 5)$$

$$= (2x - 5) - 3 = 2x - 8$$

$$2x - 8 = ax + b \text{ 에서 } a = 2, b = -8$$

$$\therefore a + b = -6$$

29. 한 학생이 1년 동안 구입한 참고서와 교양서적을 비교하였더니, 1학기에는 1 : 3의 비율로 구입하고 2학기에는 5 : 3의 비율로 구입하여 1년 동안 구입한 비율이 3 : 5이었다. 다음 중 1년 동안 구입한 서적의 수로 볼 수 있는 것은?

① 32권

② 40권

③ 48권

④ 54권

⑤ 64권

해설

	참고서	교양서적
1학기	$\frac{a}{4}$	$\frac{3}{4}a$
2학기	$\frac{5}{8}b$	$\frac{3}{8}b$

1년 동안 구입한 서적 수의 비는

$$\left(\frac{a}{4} + \frac{5}{8}b\right) : \left(\frac{3}{4}a + \frac{3}{8}b\right) = 3 : 5$$

$$\frac{10a + 25b}{8} = \frac{18a + 9b}{8}, 8a = 16b$$

$$\therefore a = 2b$$

1년 동안 구입한 서적의 수는

$a + b = 3b$ 이고  $b$ 가 8의 배수이므로

$a + b$ 는 24의 배수이다.

따라서 서적의 수로 볼 수 있는 것은 48권이다.

30. 분수함수  $y = \frac{2x-1}{x-1}$ 의 치역이  $\{y \mid y \leq 1\}$ 일 때, 다음 중 정의역을 바르게 구한 것은?

①  $\{x \mid 0 < x < 1\}$

②  $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

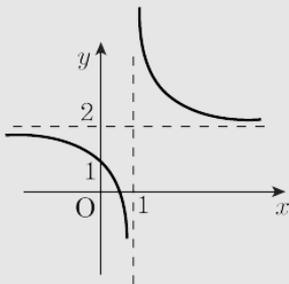
③  $\{x \mid 0 < x \leq 1\}$

④  $\{x \mid 0 \leq x \leq 1\}$

⑤  $\{x \mid -1 \leq x < 1\}$

해설

$$y = \frac{2x-1}{x-1} = \frac{2(x-1)+1}{x-1} = 2 + \frac{1}{x-1}$$



$y = 1$ 일 때,  $1 = \frac{2x-1}{x-1}$  이므로,  $x = 0$

정의역은  $\{x \mid 0 \leq x < 1\}$

31. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 10

⑤ 12

해설

2000 =  $2^4 \cdot 5^3$  의 양의 약수는

$2^j \cdot 5^k (0 \leq j \leq 4, 0 \leq k \leq 3)$  의 형태이다.

그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은

$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

$2^2 \cdot 5^k (k = 1, 3)$

$2^3 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$

$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$  의 형태이므로

구하는 개수는  $4 + 2 + 4 + 2 = 12$  (개)

32.  $A = \{1, 2, 3, 4\}$ ,  $B = \{a, b\}$ 일 때, 함수  $f : A \rightarrow B$ 중에서 치역이 공역과 일치하는 것은 몇 개인가?

① 7개

② 10개

③ 12개

④ 14개

⑤ 24개

### 해설

$A$ 의 원소 1, 2, 3, 4를 두 개의 조로 나누는 다음,

$B$ 의 원소  $a, b$ 에 분배하는 방법을 생각해 보면

두 개의 조로 나누는 방법은 (1개, 3개)로 나누는 방법과 (2개, 2개)로 나누는 방법이 있으므로

$${}_4C_1 \times {}_3C_3 \times 2! + {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2! = 8 + 6 = 14(\text{개})$$

33. 서로 다른 종류의 선물 6개를 큰 아들, 둘째 아들, 셋째 아들에게 한 개 이상씩 돌아가도록 나누어 주는 방법의 수는?

① 540

② 570

③ 600

④ 630

⑤ 660

### 해설

나누는 방법은 (1, 2, 3) (2, 2, 2) (1, 1, 4) 이다.  
각각의 경우를 구하고 세명의 아들에 배분한다.

$$\Rightarrow (1, 2, 3) : {}_6 C_1 \times {}_5 C_2 \times {}_3 C_3 \times 3! = 360$$

$$(2, 2, 2) : {}_6 C_2 \times {}_4 C_2 \times {}_2 C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

$$(1, 1, 4) : {}_6 C_1 \times {}_5 C_1 \times {}_4 C_4 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

$$\therefore 360 + 90 + 90 = 540$$