

1. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수  $f(x)$ ,  $g(x)$ 에 대하여  $f(x)$ 는 항등함수이고, 모든 실수  $x$ 에 대하여  $g(x) = -2$  일 때,  $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로  $f(4) = 4$   
모든  $x$ 에 대하여  $g(x) = -2$  이므로  
 $g(x)$ 는 상수함수이다.  
즉,  $g(-1) = -2$   
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 + (-2) = 2$

2. 두 함수  $f(x) = x^2 - x$ ,  $g(x) = 2x + 1$ 에 대하여  $(f \circ g \circ f)(1)$ 의 값은?

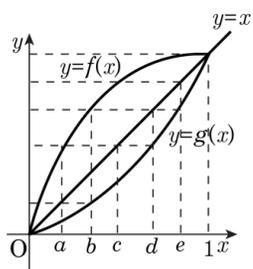
- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$$f(1) = 0 \text{ 이므로 } (g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(0) = 1$$

$$\therefore (f \circ g \circ f)(1) = f(1) = 0$$

3. 집합  $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$ 에 대하여  $A$ 에서  $A$ 로의 함수  $y = f(x)$ 와  $y = g(x)$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$ 의 값은 얼마인가?



- ①  $a$       ②  $b$       ③  $c$       ④  $d$       ⑤  $e$

**해설**

$y = x$ 를 이용하여 함수값을 구한다.  
 $f^{-1}(d) = x$ 라 하면,  
 $f(x) = d \quad \therefore x = b$   
 $\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$   
 $= (f \circ g)(f^{-1}(d))$   
 $= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$

4. 분수함수  $y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선이  $x=1, y=6$  일 때,  $a+b$  의 값은?

- ① -5      ② 5      ③ -7      ④ 7      ⑤  $\frac{3}{4}$

해설

$y = \frac{bx+3}{x+a}$  의 점근선은  $x=1, y=6$  이므로

$$y = \frac{6(x-1)+9}{x-1} = \frac{9}{x-1} + 6$$

$$\therefore a = -1, b = 6$$

$$\therefore a + b = 5$$



6.  ${}_nP_2 = 90$  일 때,  $n$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \text{ 이므로 } n = 10$$

7.  $n$  권의 책이 있다. (단,  $n \geq 5$ ) 이  $n$  권의 책을 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $n!$

해설

$n$  권에서  $n$  권을 뽑는 순열의 수이므로  ${}_n P_n = n!$

8.  $X = \{x \mid x \text{는 } 10\text{이하의 자연수}\}$ ,  $Y = \{y \mid y \text{는 정수}\}$  일 때, 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가  $f(x) = (x \text{의 양의 약수의 갯수})$ 로 정의할 때, 함수  $f$ 의 치역의 원소의 개수는?

- ① 3개    ② 4개    ③ 5개    ④ 6개    ⑤ 7개

해설

$$f(1) = 1, f(2) = f(3) = f(5) = f(7) = 2,$$

$$f(4) = f(9) = 3$$

$$f(6) = f(8) = f(10) = 4$$

$$\therefore f(X) = \{1, 2, 3, 4\}$$

9.  $f(x) = ax + b$  ( $a \neq 0$ ),  $g(x) = x + c$ 라 할 때,  $(f \circ g)(x) = 2x - 3$ ,  $f^{-1}(3) = -2$ 가 성립한다. 상수  $a, b, c$ 의 값을 차례대로 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 2$

▷ 정답:  $b = 7$

▷ 정답:  $c = -5$

해설

$$(f \circ g)(x) = f(x + c) = a(x + c) + b = ax + ac + b$$

$$\therefore a = 2 \cdots \text{㉠}$$

$$ac + b = -3 \cdots \text{㉡}$$

$$f^{-1}(3) = -2 \text{이므로, } f(-2) = 3$$

$$\therefore -2a + b = 3 \cdots \text{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢을 연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = 7, c = -5$$

10. 함수  $f(x) = ax + b$  에 대하여  $f^{-1}(1) = 2$  ,  $f(1) = 2$  일 때,  $f(3)$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$f(2) = 2a + b = 1, \quad f(1) = a + b = 2$$

$$\text{연립하면 } a = -1, \quad b = 3$$

$$\therefore f(3) = 3a + b = 0$$

11. 함수  $f(x)$  의 역함수  $f^{-1}(x)$  가 존재하고  $f(5) = -2$ ,  $(f \circ f)(x) = x$  일 때,  $f^{-1}(5)$  의 값은?

- ① -5    ② -2    ③ 1    ④ 2    ⑤ 5

해설

$(f \circ f)(x) = x$  에서  $f = f^{-1}$   
따라서  $f^{-1}(5) = f(5) = -2$

12.  $-1 < a < 2$ 일 때,  $\sqrt{(a-2)^2} + |a+1|$ 을 간단히 하면?

- ① 3                      ② -3                      ③  $2a - 1$   
④  $2a + 1$               ⑤  $-2a + 1$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-2)^2} + |a+1| &= |a-2| + |a+1| \\ &= -(a-2) + a+1 = 3\end{aligned}$$

13.  $3 + \sqrt{8}$ 의 소수 부분을  $x$ 라 할 때,  $\sqrt{x^2 + 4x}$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(1) 단계

$2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로

$3 + \sqrt{8} - 2 + 2 = 5 + \sqrt{8} - 2$ 에서

소수 부분  $x = \sqrt{8} - 2$

(2) 단계

$x + 2 = \sqrt{8}$

(양변을 제곱하면)  $x^2 + 4x + 4 = 8,$

$x^2 + 4x = 4$ 를 대입하면

(준식)  $= \sqrt{4} = 2$

14.  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ ,  $y = \sqrt{3} - \sqrt{2}$  일 때, 다음 식의 값은?

$$\frac{\left(\frac{1}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{y}\right)^3}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}$$

- ①  $3(\sqrt{3} + \sqrt{2})$     ②  $3(\sqrt{3} - \sqrt{2})$     ③ 9  
④  $5(\sqrt{3} + \sqrt{2})$     ⑤  $7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

해설

$$\begin{aligned} \text{(주어진 식)} &= \frac{\frac{x^3 + y^3}{(xy)^3}}{\frac{x+y}{xy}} \\ &= \frac{(x+y)^3 - 3xy(x+y)}{(x+y)(xy)^2} \\ &= \frac{(x+y)^2 - 3xy}{(xy)^2} \end{aligned}$$

조건에서  $x + y = 2\sqrt{3}$ ,  $xy = 1$

$$\therefore \text{(주어진 식)} = \frac{(2\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 1^2}{1} = 9$$

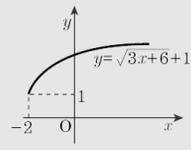
15. 함수  $y = \sqrt{3x+6} + 1$  의 그래프가 지나는 모든 사분면은?

- ① 제 1, 2 사분면
- ② 제 1, 3 사분면
- ③ 제 1, 4 사분면
- ④ 제 1, 2, 3 사분면
- ⑤ 제 1, 3, 4 사분면

해설

$$y = \sqrt{3x+6} + 1 = \sqrt{3(x+2)} + 1$$

주어진 함수의 그래프는  $y = \sqrt{3x}$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로  $-2$  만큼,  $y$  축의 방향으로  $1$  만큼 평행이동한 것이다.



따라서  $y = \sqrt{3x+6} + 1$  의 그래프는 제 1, 2 사분면을 지난다.

16. 서로 다른 두 개의 주사위를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 5 또는 8 이 되는 경우의 수는?

- ① 7      ② 8      ③ 9      ④ 10      ⑤ 11

**해설**

서로 다른 두 개의 주사위의 눈의 수를 순서쌍  $(x,y)$  로 나타내면

(i) 눈의 합이 5 가 되는 경우는

$(1,4), (2,3), (3,2), (4,1)$  : 4 가지

(ii) 눈의 합이 8 이 되는 경우는

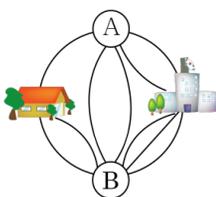
$(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)$  : 5 가지

그런데 (i), (ii)는 동시에 일어날 수 없으므로

$4 + 5 = 9$  (가지)

$\therefore 9$

17. 집과 학교 사이에는 그림과 같이 길이 놓여 있을 때, 집에서 학교로 가는 방법의 수는? (단, 같은 지점을 두 번 지나지 않는다.)



- ① 22      ② 34      ③ 47      ④ 54      ⑤ 66

**해설**

- (1) 집  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  학교 :  $1 \times 2 = 2$   
 (2) 집  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  학교 :  $2 \times 3 = 6$   
 (3) 집  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  학교 :  $1 \times 2 \times 3 = 6$   
 (4) 집  $\rightarrow$  B  $\rightarrow$  A  $\rightarrow$  학교 :  $2 \times 2 \times 2 = 8$   
 $\therefore 2 + 6 + 6 + 8 = 22$

18. 'busan'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답:                      개

▷ 정답: 12개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.  
 $3! \times 2! = 12$

19. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답:                       가지

▷ 정답: 10가지

**해설**

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과 노랑을 제외한 5개의 색 중에 3개를 뽑는 경우  
이므로  ${}_5C_3 = 10$

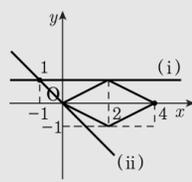
20.  $|x-2|+2|y|=2$  의 그래프와 직선  $y=mx+m+1$  이 만나도록 하는  $m$  의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

- ① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

**해설**

함수  $|x-2|+2|y|=2$  의 그래프는  $|x|+2|y|=2$  의 그래프를  $x$  축의 방향으로 2만큼 평행이동한 것이다.

이때,  $|x|+2|y|=2$  의 그래프는  $x+2y=2$  의 그래프에서  $x \geq 0, y \geq 0$  인 부분을 각각  $x$  축,  $y$  축, 원점에 대하여 대칭이동한 것이고, 이를  $x$  축의 방향으로 2만큼 평행이동하면  $|x-2|+2|y|=2$  의 그래프는 다음 그림과 같다.



직선  $y=mx+m+1$  은  $m$  의 값에 관계없이 점  $(-1, 1)$  을 지나므로 두 그래프가 만나려면

(i)  $m \leq 0$

(ii)  $y=mx+m+1$  이 원점을 지날 때

$0=m+1$  에서  $m=-1$  이므로  $m \geq -1$

(i), (ii) 에서  $m$  의 값의 범위는  $-1 \leq m \leq 0$

따라서  $m$  의 최댓값과 최솟값의 합은  $-1$  이다.

21.  $\frac{a+b}{5} = \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} = \frac{2a+8b-c}{x}$  에서  $x$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답:  $x = 10$

해설

$$\begin{aligned}\frac{a+b}{5} &= \frac{2b+c}{4} = \frac{c}{3} \\ &= \frac{2(a+b) + 3(2b+c) - 4c}{2 \times 5 + 3 \times 4 + (-4) \times 3} \\ &= \frac{2a+8b-c}{10}\end{aligned}$$

$$\therefore x = 10$$

22. 216 과 360 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8 개    ② 9 개    ③ 12 개    ④ 15 개    ⑤ 16 개

해설

두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로

$$216 = 2^3 \times 3^3,$$

$$360 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 \text{ 에서}$$

$$\text{G.C.D. : } 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 공약수의 개수는 } (3+1) \times (2+1) = 12$$

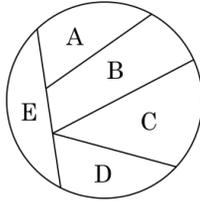
23. 500 원 짜리 동전 2 개, 100 원 짜리 동전 6 개, 10 원 짜리 동전 3 개가 있을 때, 이 동전의 일부 또는 전부를 써서 지불할 수 있는 방법의 수를  $a$ , 지불할 수 있는 금액의 수를  $b$  라 할 때,  $a-b$  의 값은?

- ① 16      ② 18      ③ 20      ④ 22      ⑤ 24

해설

500 원 짜리 동전 2 개로 0, 1, 2 개의 3 가지로 지불할 수 있으므로 500 원 짜리 동전의 지불방법의 수는 3 가지이다.  
마찬가지로 생각하면 100 원 짜리는 7 가지, 10 원 짜리는 4 가지씩의 지불방법이 있다.  
그런데 모두 하나도 지불하지 않는 경우는 제외해야 하므로  
 $a = 3 \times 7 \times 4 - 1 = 83$  (가지)  
또, 500 원 짜리 동전을 모두 100 원 짜리 동전 5 개로 생각하면,  
100 원 짜리 동전 16 개, 10 원 짜리 동전 3 개를 써서 지불할 수 있는 금액의 수는  
 $b = 17 \times 4 - 1 = 67$  (가지)  
 $\therefore a - b = 16$

24. 그림의  $A, B, C, D, E$  5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



- ① 160      ② 270      ③ 360      ④ 420      ⑤ 540

**해설**

주어진 그림에서  $E$  에 칠할 수 있는 색은 5 가지,  
 $A$  에 칠할 수 있는 색은  $E$  에 칠한 색을 제외한  
 4 가지,  $B$  에 칠할 수 있는 색은  $E, A$  에  
 칠한 색을 제외한 3 가지이다.  
 $C$  와  $D$  역시  $E, A$  에 칠한 색을 제외한 3 가지 색으로 칠할 수  
 있으므로  
 $5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$  (가지)

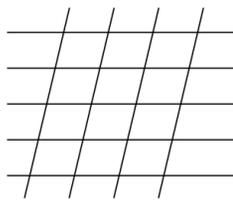
25. 집합  $\{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$  에서 선택한 세 개의 원소  $a_1, a_2, a_3$  이  $2a_2 = a_1 + a_3$  을 만족시키는 경우의 수는? (단,  $a_1 < a_2 < a_3$  이다.)

- ① 5      ② 6      ③ 7      ④ 8      ⑤ 9

해설

$a_1 < a_2 < a_3$  이고  $2a_2 = a_1 + a_3$  을 만족하는 순서쌍은  $(2, 4, 6), (2, 6, 10), (4, 6, 8), (4, 8, 12), (6, 8, 10), (8, 10, 12)$  의 6 가지

26. 그림과 같이 5개의 평행선과 4개의 평행선이 서로만날 때, 이 평행선으로 만들어지는 평행사변형의 개수는?



- ① 30      ② 40      ③ 50      ④ 60      ⑤ 70

**해설**

가로줄에서 2 개, 세로줄에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 된다.

$$\therefore {}_4C_2 \times {}_5C_2 = 60$$

27. 서로 다른 네 개의 다리를 서로 다른 네 개의 건설 팀이 건설하는데 두 팀씩 2 개조로 나누어서 각 조가 2 개씩 나누어 맡아서 건설하기로 하였다. 건설하는 방법의 수는?

- ① 15      ② 18      ③ 21      ④ 24      ⑤ 27

해설

서로 다른 4 개의 다리를 2 개씩 나누는 가지수는

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

서로 다른 네 개의 건설 팀을 두 팀씩 2 개조로 나누는 가지수

$${}_4C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$$

2 개조가 나누어진 2 개동 중 하나를 선택하는 가지수는 2가지

따라서, 건설하는 방법의 수는

$$3 \times 3 \times 2 = 18 \text{ (가지)이다.}$$

28. 함수  $f(x) = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2009|$  은  $x = a$  에서 최솟값을 가진다. 이때,  $a$  의 값은?

- ① 1001    ② 1002    ③ 1003    ④ 1004    ⑤ 1005

해설

$f(x) = |x-1| + |x-2| + \dots + |x-2009|$  에서  $f(x)$  가 최솟값을 갖는 경우는

$$x = \frac{1+2009}{2} = 1005 \text{ 일 때이다.}$$

$$\therefore a = 1005$$

29. 함수  $f(x)$ 가 임의의 실수  $x$ 에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때,  $f(2012)$ 의 값과 같은 것은?

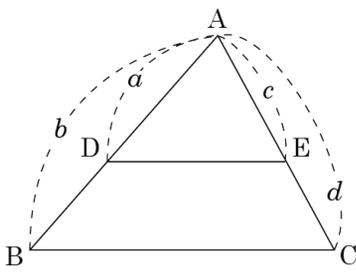
$$\begin{array}{l} \text{I. } f(-x) = f(x) \\ \text{II. } f(x) = f(10-x) \end{array}$$

- ①  $f(0)$     ②  $f(1)$     ③  $f(2)$     ④  $f(3)$     ⑤  $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는  $y$ 축에 대칭이고,  
 $f(x) = f(10-x) \Leftrightarrow y = f(x)$ 는  
 $x = 5$ 에 대칭이다.  
따라서 함수  $y = f(x)$ 는 주기가 10이고,  
 $2012 = 201 \times 10 + 2$ 이므로  
 $f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$

30. 다음 그림과 같이  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 인 삼각형 ABC가 있다.  $\overline{AD} = a$ ,  $\overline{AB} = b$ ,  $\overline{AE} = c$ ,  $\overline{AC} = d$ 일 때, 다음 중  $a, b, c, d$ 사이의 관계로 옳지 않은 것을 모두 고르면? (단,  $a \neq b, c \neq d$ )



- ①  $\frac{a}{c} = \frac{b-a}{d-c}$                        ②  $ac - bd = 0$   
 ③  $a(d-c) = c(b-a)$                        ④  $\frac{b-a}{a} = \frac{d-c}{c}$   
 ⑤  $\frac{b-a}{a} = \frac{d}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이므로,  $a : (b-a) = c : (d-a)$

31. 분수함수  $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$  의 그래프와  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$  의 그래프에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- I.  $f(0) = g(0) = -1$   
 II.  $y = f(x)$  의 그래프와  $y = g(x)$  의 그래프는 서로  $y$  축에 대하여 대칭이다.  
 III.  $y = f(x-1)$  의 그래프와  $y = g(x+1)$  의 그래프의 점근선은 같다.

- ① I                      ② I, II                      ③ I, III  
 ④ II, III                      ⑤ I, II, III

해설

I.  $f(0) = -1, g(0) = \frac{1}{f(0)} = -1$

$\therefore f(0) = g(0) = -1$  -<참>

- II.  $y = f(x)$  의 그래프를  $y$  축에 대하여 대칭이동한 것은  $y = f(-x)$  이므로

$$y = f(-x) = \frac{-x-1}{-x+1}$$

$$= \frac{x+1}{x-1}$$

$$= \frac{1}{f(x)}$$

$= g(x)$  -<참>

III.  $y = f(x-1) = \frac{x-2}{x} = 1 - \frac{2}{x}$

따라서, 점근선은  $x=0, y=1$

$$y = g(x+1) = \frac{x+2}{x} = 1 + \frac{2}{x}$$

따라서 점근선은  $x=0, y=1$  -<참>

따라서 옳은 것은 (I), (II), (III) 이다.

32.  $x = \sqrt{3 - \sqrt{8}}$  일 때  $\frac{x^3 + x^2 - 3x + 6}{x^4 + 2x^3 + 2x + 9}$  의 값은?

- ① 1      ② 2      ③  $\frac{1}{2}$       ④  $\frac{1}{4}$       ⑤  $\frac{1}{3}$

해설

$$\begin{aligned}x &= \sqrt{3 - \sqrt{8}} = \sqrt{3 - 2\sqrt{2}} = \sqrt{2} - 1 \text{ 에서} \\x + 1 &= \sqrt{2} \rightarrow x^2 + 2x - 1 = 0 \\ \text{분자} &: x^3 + x^2 - 3x + 6 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x - 1) + 5 = 5 \\ \text{분모} &: x^4 + 2x^3 + 2x + 9 \\ &= (x^2 + 2x - 1)(x^2 + 1) + 10 = 10 \\ \therefore \text{준식} &= \frac{5}{10} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

33. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80      ② 144      ③ 216      ④ 240      ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.  
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로  
 $3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$