

1. 서로 다른 다섯 종류의 구슬이 있다. 이것을 일직선 위에 배열하는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 120 가지

해설

$5! = 120$ (가지)

2. spring에 있는 6개의 문자를 일렬로 나열하는 방법의 수는?

- ① 120 ② 240 ③ 360 ④ 480 ⑤ 720

해설

$${}_6P_6 = 6! = 720$$

3. 세 곡의 노래를 한 장의 앨범에 실으려고 할 때, 곡의 순서를 달리하여 만들 수 있는 앨범의 종류는 모두 몇 가지인지 구하여라.

▶ 답: 6 가지

▷ 정답: 6 가지

해설

$${}_3P_3 = 3! = 6(\text{가지})$$

4. ${}_8P_r = 336$ 을 만족시키는 자연수 r 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$336 = 8 \times 7 \times 6 \text{ 에서}$$

$$r = 3$$

5. ${}_nP_2 = 90$ 일 때, n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \text{ 이므로 } n = 10$$

6. ${}_7P_1 \cdot 3!$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 42

해설

$$7 \times (3 \times 2 \times 1) = 42$$

7. 5명의 학생 중 3명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수를 a , 5명의 학생을 일렬로 세우는 방법의 수를 b 라고 할 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ 2 ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 3

해설

5명 중 3명을 뽑아 일렬로 배열: ${}_5P_3 = 60$

5명을 일렬로 배열: $5! = 120$

$a = 60, b = 120 \therefore \frac{b}{a} = 2$

8. 알파벳 a, b, c, d, e, f 가 각각 적힌 여섯 장의 카드가 있다. 이 중 두 장을 뽑아 만들 수 있는 단어의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$${}_6P_2 = 6 \times 5 = 30$$

9. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$${}_9P_6 = \frac{9!}{3!} \text{ 이므로 } r = 6$$

10. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\text{가}) + (\text{나})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다. 이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 (가), 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 (나)이다.

따라서 다음 등식이 성립한다.

$${}_{10}P_5 = (\text{가}) + (\text{나})$$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① ${}_9P_4, {}_{59}P_5$ ② ${}_{59}P_4, {}_9P_5$ ③ ${}_9P_4, {}_8P_5$
④ ${}_8P_4, {}_{49}P_5$ ⑤ ${}_{49}P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서

4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_{59}P_4$

2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5

개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.

따라서 ${}_{10}P_5 = {}_{59}P_4 + {}_9P_5$

11. ${}_n P_n = 24$ 일 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

${}_n P_n = n!$
 $24 = 4 \times 3 \times 2 \times 1$ 이므로
 $n = 4$

12. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

- ① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지
④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

13. A, B, C, D 4 명을 일렬로 세울 때, B 와 C 가 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12가지

해설

B 와 C 를 하나로 보면, 세명을 일렬로 세우는 경우와 같다.
 $\Rightarrow 3! = 6$
여기에 B 와 C 가 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다.
 $\therefore 6 \times 2 = 12$

14. 1학년 학생 3명과 2학년 학생 4명을 일렬로 세울때, 1학년 학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수는?

① 690 ② 700 ③ 710 ④ 720 ⑤ 730

해설

1학년 3명을 하나로 보면, 5명이 일렬로 세우는 방법과 같다.
⇒ $5! = 120$
여기에 1학년끼리 위치 바꾸는 방법 $3!$ 을 곱한다.
∴ $120 \times 3! = 720$

15. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
 $\times \times 0$ 의 꼴 $\rightarrow 4 \times 4$, $\times \times 2$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$, $\times \times 4$ 의 꼴 $\rightarrow 3 \times 3$
따라서 짝수의 개수는 $4 \times 4 + 3 \times 3 + 3 \times 3 = 34$ (개)

16. 5개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개를 사용하여 네 자리의 자연수를 만들 때, 20의 배수가 되는 경우의 수는?

- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

4의 배수와 5의 배수 판별법을 이용한다. 즉 끝자리가 0이고 끝의 두 자리가 4의 배수가 되어야 한다.

⇒ 20 또는 40

$$2 \times {}_3P_2 = 12$$

17. 5 개의 숫자 0,1,2,3,4 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9의 배수의 개수는?

- ① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9의 배수일 때 그 수는 9의 배수가 된다. 0,1,2,3,4에서 각 자리수의 합이 9의 배수가 되는 조합은 (2,3,4) 뿐이다. 2,3,4를 써서 만들 수 있는 3자리 정수는 $3! = 6$

18. 서로 다른 알파벳 a, b, c, d, e 를 사전식으로 배열하였을 때, 58번째 단어를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $cbdea$

해설

a □ □ □ □의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

b □ □ □ □의 경우의 수는

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

ca □ □ □의 경우의 수는

$3 \times 2 \times 1 = 6$ (가지)

그 다음 55번째의 수 부터는

$cbade, cbaed, cbdae, \dots$ 이므로

58번째 단어는 $cbdea$ 이다.

19. 그림과 같은 직사각형의 틀에 숫자 1, 1, 2, 3을 제 1행의 각 칸에 1개씩 나열하고 제 2행에도 숫자 1, 1, 2, 3을 각 칸에 1개씩 나열할 때, 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 경우의 수는?

1행				
2행				

- ① 15 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

숫자 1, 1, 2, 3을 같은 열에는 같은 숫자가 들어가지 않게 나열하는 방법의 수는 (1 2), (1 3), (2 1), (3 1)을 일렬로 나열하는 방법의 수와 일치하므로 $4! = 24$

20. 숫자 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 이 적혀 있는 7 개의 카드 중에서 서로 다른 5 개의 카드를 뽑아 나열한다. 이 때, 위의 그림의 예와 같이 첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상이 되도록 나열하는 방법의 수는?



- ① 120 ② 180 ③ 240 ④ 300 ⑤ 360

해설

첫 번째 카드와 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자의 합이 8 이면서 마지막 다섯 번째 카드에 적힌 숫자가 3 이상인 경우는 $1-7, 2-6, 3-5, 5-3$ 의 4가지이다.

이 4가지 경우에 대하여 각각 중앙에 남은 세 자리에 5개의 수

중에서

3개를 택하여 나열하는 방법의 수는

$${}_5P_3 = 5 \times 4 \times 3 = 60 \text{ (가지)}$$

따라서 구하는 방법의 수는 $4 \times 60 = 240$ (가지)

22. 여섯 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열했을 때 a, b 가 이웃하지 않도록 나열하는 경우의 수는?

- ① 160 ② 180 ③ 200 ④ 400 ⑤ 480

해설

a, b, c, d, e, f 의 직순열의 경우의 수는 720가지
 a 와 b 가 이웃하도록 나열하는 방법
 a, b 를 하나로 보면 전체가 5 개가 되고
 a, b 의 자리바꿈하는 경우까지 생각하면
 $5! \times 2! = 240$ (가지)
따라서 a, b 가 이웃하지 않는 경우의 수는
 $720 - 240 = 480$ (가지)

23. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 여자끼리는 이웃하지 않도록 서는 경우의 수는?

- ① 720 ② 960 ③ 1280 ④ 1440 ⑤ 1560

해설

먼저 남자 4명을 줄 세운 다음 양 끝과 남자 사이의 5자리 중 3 자리를 골라 여자들을 배치한다.

$$4! \times {}_5 P_3 = 1440$$

24. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, *p*, *r*, *l*은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

- ① 20 ② 24 ③ 30 ④ 60 ⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 *p*, *r*, *l*을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$$\therefore \frac{5!}{3!} = 20$$

25. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

- ① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$$

26. 철수네 분단의 학생을 일렬로 세우려고 한다. 철수, 규철, 영희 세 학생 중에서는 철수가 가장 앞에 서고, 영희가 가장 뒤에 선다고 한다. 이 때, 경우의 수가 120일 때 철수네 분단의 학생들의 수는?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

전체를 줄세운 다음 철수, 규철, 영희 세 사람 사이에 순서를 바꾸어 줄서는 경우를 나누어 주면 된다. 철수네 분단의 학생의 수를 n 이라 하면

$$\frac{n!}{3!} = 120,$$

$$n! = 120 \times 3! = (6 \times 5 \times 4) \times (3 \times 2 \times 1) = 6!$$

$$\therefore n = 6$$

28. 5 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4 에서 서로 다른 4 개의 숫자를 택하여 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 몇 개인가?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 72 ⑤ 120

해설

1000 자리의 숫자는 홀수 1, 3 중 하나를 택하므로
그 방법은 ${}_2P_1$ (가지)
또, 그 각각에 대하여 1 자리의 숫자는 1000 자리에 사용된 숫자를 제외한 나머지 숫자를 택하므로 그 방법은 ${}_1P_1$ (가지)
또, 100 자리와 10 자리의 숫자는 나머지 3 개의 숫자에서 2 개를 택하여 나열하면 되므로 그 방법은 ${}_3P_2$ (가지)
따라서, 양 끝이 홀수인 네 자리의 정수는 곱의 법칙에 의하여
 ${}_2P_1 \times {}_3P_2 \times {}_1P_1 = 2 \times (3 \times 2) \times 1 = 12$ (개)

29. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.

- ① 4500000 ② 4999999 ③ 5000000
④ 6250000 ⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고
나머진 모두 5 가지 이다.
∴ $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$
뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.
∴ $500 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000000$

30. 0, 1, 2, 3, 4에서 서로 다른 4개의 숫자를 택하여 만들 수 있는 네 자리의 정수 중에서 4의 배수의 개수는?

- ① 12 ② 18 ③ 24 ④ 30 ⑤ 36

해설

끝의 두자리가 4의 배수가 되어야 한다.

⇒ 12, 20, 24,

32, 40, 04

각각의 경우를 구해 더한다.

$$\therefore 4 + 6 + 4 + 4 + 6 + 6 = 30$$

31. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

- ① 160 ② 180 ③ 200 ④ 220 ⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 $\Delta\Delta\Delta$, $\Delta\Delta\Box$ 의 두 가지 경우가 있고, Δ 에 10가지 \Box 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는 $(10 \times 9) \times 2 = 180$

33. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

- ① 150 ② 171 ③ 180 ④ 187 ⑤ 210

해설

0이 반드시 포함된 경우라는 것은 0이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9가지, 십의 자리 수는 10가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900가지
여기에서 여사건인 0이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
 $\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

34. silent의 6개의 문자를 일렬로 배열할 때, 적어도 한쪽 끝에 모음이 오는 경우의 수는?

- ① 36 ② 72 ③ 144 ④ 288 ⑤ 432

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 자음이 오는 경우의 수를 빼준다.

$$6! - {}_4P_2 \times 4! = 432$$

36. 'korea'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.

$$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$$

37. 여섯 개의 알파벳 L, O, V, E, U 를 일렬로 배열할 때, 적어도 네 개의 알파벳 L, O, V, E 가 이웃하여 $LOVE$ 로 나타나지 않는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 714 가지

해설

6 개의 알파벳을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $6!$ 이고 L, O, V, E 을 묶어 일렬로 나열하는 방법의 수, 즉 $LOVE$ 가 나타나는 경우의 수는 $3!$ 이므로 구하는 경우의 수는 $6! - 3! = 720 - 6 = 714$

38. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

- ① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

$${}^5C_3 \times {}^4C_2 \times 5! = 7200$$

39. n 권의 책이 있다. (단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

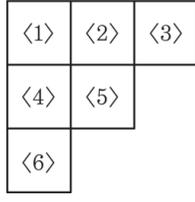
▶ 답:

▷ 정답: $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_n P_2$ 가지이므로
 ${}_n P_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore (n+6)(n-7) = 0$
한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

40. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, <1>의 경우에는 <2>와 <4>가 이웃하는 우리이고, <3>, <5>, <6>은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?



- ① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자)가 이웃하지 않는 경우는 9 가지
 즉, (1, 3), (1, 5), (1, 6), (2, 4), (2, 6), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (5, 6) 이
 고
 서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는
 $9 \times 2 \times 4! = 432$

41. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80 ② 144 ③ 216 ④ 240 ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
 $3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$

42. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

- ① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번

마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.