

1. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

2. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

3. $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수 x 에 대하여 $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 을 만족시키는 상수 a 와 b 가 있다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① -6 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$ 의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4}\end{aligned}$$

따라서 $a-b=1$, $-2(a+b)=6$

$\therefore a=-1$, $b=-2$

$\therefore a+b=-1-2=-3$

4. 다음 식을 간단히 하면 $\frac{a}{x(x+b)}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 상수)

$$\frac{\frac{1}{x(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+6)} + \frac{1}{(x+6)(x+8)} + \frac{1}{(x+8)(x+10)}}{}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right)$ 임을 이용하여 부분분수로 변형하여
 푼다.

(주어진 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+6} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+6} - \frac{1}{x+8} \right) \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x+8} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) \\ &= \frac{5}{x(x+10)} \end{aligned}$$

$a = 5, b = 10$ 이므로 $a + b = 15$

5. $\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} \times \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}}$ 을 간단히 하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} - 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{\sqrt{2} - 1}} = 1 - \sqrt{2} \\ \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{\sqrt{2}}}} &= \frac{1}{1 - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} + 1}} \\ &= \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2} + 1}} = 1 + \sqrt{2} \\ \therefore (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) &= -1 \end{aligned}$$

6. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

7. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서
 $a = 4$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 4 + 1 = 5$

8. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
II. $y = \frac{2}{x-1}$
III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

9. $y = \frac{3x+1}{2x-1}$ 의 점근선의 방정식을 구하면 $x = a$, $y = b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 2$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{3x+1}{2x-1} \\ &= \frac{3\left(x-\frac{1}{2}\right) + \frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} \\ &= \frac{\frac{5}{2}}{2\left(x-\frac{1}{2}\right)} + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

따라서 점근선의 방정식은 $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{3}{2}$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, b = \frac{3}{2} \quad a + b = 2$$

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

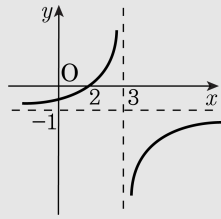
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} + \frac{x+5}{x+4}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ② $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ③ $\frac{2x}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ④ $\frac{2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ⑤ $\frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} \\
 &= \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{(2x+5)(x^2+5x+6-x^2-5x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}
 \end{aligned}$$

12. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$ 일 때, $\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$ 의 값은 ? (단, $x > 0$)

① $\sqrt{3}$

② $\sqrt{5}$

③ $\sqrt{7}$

④ 3

⑤ $\sqrt{10}$

해설

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = x^2 + \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 9$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 3 \quad (\because x > 0)$$

$$\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 = 5$$

$$\therefore \sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} = \sqrt{5}$$

13. $w : x = 4 : 3$, $y : z = 3 : 2$, $z : x = 1 : 6$ 일 때, $w : y$ 는?

- ① $1 : 3$ ② $16 : 3$ ③ $20 : 3$ ④ $27 : 4$ ⑤ $12 : 1$

해설

$$\frac{w}{y} = \frac{w}{x} \cdot \frac{x}{z} \cdot \frac{z}{y} = \frac{4}{3} \cdot \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{3} = \frac{16}{3}$$

14. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \times 2 - \textcircled{2} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

15. 0이 아닌 실수 x, y 가 $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식 $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

- ㉠ -2 ㉡ 1 ㉢ 0 ㉣ 2 ㉤ 5

해설

$$\begin{aligned}\frac{x-y}{4x+2y} &= \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y & x &= -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2\end{aligned}$$

16. $\frac{x+2y}{3} = \frac{3y+z}{4} = \frac{z}{2} = \frac{2x+10y-2z}{A}$ 일 때, A 의 값은 ?
- ① 9 ② 7 ③ 6 ④ 8 ⑤ 5

해설

가비의 리에 의해서

$$\begin{aligned} \text{준식} &= \frac{2(x+2y) + 2 \cdot (3y+z) - 4z}{2 \cdot 3 + 2 \cdot 4 - 4 \cdot 2} \\ &= \frac{2x+10y-2z}{6} \\ \therefore A &= 6 \end{aligned}$$

17. 0이 아닌 세 실수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7}$ 를 만족할 때, $\frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ (m, n 은 서로소인 정수)이다. $m+n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y+z}{6} = \frac{z+x}{7} = k \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow x+y=5k, y+z=6k, z+x=7k$$

$$\text{세 식을 모두 더하여 정리하면 } x+y+z=9k$$

$$\text{다시 식에 대입하면 } x=3k, y=2k, z=4k$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{(x+y)^2 - z^2}{x^2 - y^2 + z^2} \\ &= \frac{25k^2 - 16k^2}{9k^2 - 4k^2 + 16k^2} = \frac{3}{7} \end{aligned}$$

$$\therefore m=7, n=3$$

$$\therefore m+n=10$$

18. $a+b+c \neq 0$ 일 때, $\frac{a}{b+c} = \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{1}{3}$

해설

$a+b+c \neq 0$ 이므로 가비의 리를 적용하면

$$\begin{aligned}\frac{a}{b+c} &= \frac{b}{c+a} = \frac{c}{a+b} \\ &= \frac{a+b+c}{(b+c)+(c+a)+(a+b)} \\ &= \frac{a+b+c}{2(a+b+c)} = \frac{1}{2}\end{aligned}$$

19. $\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} = \frac{2x+8y-z}{a}$ 가 성립할 때, a 의 값은?

- ① 2 ② 7 ③ 13 ④ 14 ⑤ 15

해설

가비의 리에 의하여

$$\frac{x+y}{5} = \frac{y}{2} = \frac{z}{8} = \frac{p(x+y)+qy+rz}{5p+2q+8r}$$
$$= \frac{2x+8y-z}{a}$$

$px+py+qy+rz = px+(p+q)y+rz$
 $= 2x+8y-z$ 에서

$p=2, q=6, r=-1$
 $\therefore a = 5p+2q+8r = 5 \times 2 + 2 \times 6 + 8 \times (-1) = 14$
 $\therefore a = 14$

20. $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, 유리식 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값은?
- ① $\frac{7}{11}$ ② $\frac{9}{11}$ ③ $\frac{5}{14}$ ④ $\frac{9}{14}$ ⑤ $\frac{11}{14}$

해설

$$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$$

$$\begin{cases} x+y=3k \cdots \textcircled{㉠} \\ y+z=4k \cdots \textcircled{㉡} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

① + ② + ③을 하면

$$2(x+y+z) = 12k \quad \therefore x+y+z = 6k \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉡} \rightarrow x = 2k$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉢} \rightarrow y = k$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉠} \rightarrow z = 3k$$

$$\begin{aligned} \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} &= \frac{2k^2+3k^2+6k^2}{4k^2+k^2+9k^2} = \frac{11k^2}{14k^2} \\ &= \frac{11}{14} \end{aligned}$$

21. $\frac{2b+c}{3a} = \frac{c+3a}{2b} = \frac{3a+2b}{c}$ 의 값을 구하면?

① 1, 2

② 1, -2

③ -1, -2

④ -1, 2

⑤ 1

해설

(i) $3a + 2b + c \neq 0$ 일 때,
가비의 리에서

$$\frac{(2b+c) + (c+3a) + (3a+2b)}{3a+2b+c} = 2$$

(ii) $3a + 2b + c = 0$ 일 때, $2b + c = -3a$

$$\therefore \frac{-3a}{3a} = -1$$

22. 세 개의 숫자가 있다. 이들 중 서로 다른 두 수씩 더하면 각각 a, b, c 되고, 이 세수의 곱은 1이라 한다. 이때, 이들 세 수 중 서로 다른 두 수씩 곱한 수들의 역수의 합은?

- ① $a + b + c$
- ② abc
- ③ $ab + bc + ca$
- ④ $\frac{a + b + c}{2}$
- ⑤ $\frac{a + b + c}{3}$

해설

세 수를 각 p, q, r 이라고 하면

$$\begin{cases} p + q = a \\ q + r = b \\ r + p = c \end{cases}$$

$$pqr = 1, p + q + r = \frac{a + b + c}{2}$$

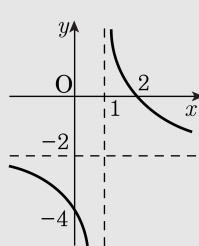
$$\frac{1}{pq} + \frac{1}{qr} + \frac{1}{rp} = \frac{p + q + r}{pqr} = \frac{a + b + c}{2}$$

23. $y = \frac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ② 치역은 $\mathbb{R} - \{-2\}$ 이다.
- ③ 제 2사분면을 지나지 않는다.
- ④ 점근선은 $x = 1$, $y = -2$ 이다.
- ⑤ 정의역은 $\mathbb{R} - \{1\}$ 이다.

해설

$y = \frac{2}{x-1} - 2$ 의 그래프는 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 1만큼, y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프로 다음 그림과 같다.
따라서 옳지 않은 것은 ①이다.



24. $\prod_{k=1}^n a_k = a_1 \times a_2 \times a_3 \times \cdots \times a_n$ 이라 정의 할 때, $\prod_{k=1}^n \left(1 - \frac{2}{2k+1}\right)$ 를

계산하면?

① $\frac{1}{2n-1}$
 ④ $\frac{n}{2n+1}$

② $\frac{1}{2n+1}$
 ⑤ $\frac{2n-1}{2n+1}$

③ $\frac{n}{2n-1}$

해설

$$1 - \frac{2}{2k+1} = \frac{2k-1}{2k+1} \text{ 이므로}$$

$$\prod_{k=1}^n \left(\frac{2k-1}{2k+1} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} \times \frac{5}{7} \times \cdots \times \frac{2n-3}{2n-1} \times \frac{2n-1}{2n+1} = \frac{1}{2n+1}$$

25. 서로소인 두 자연수 $m, n (m > n)$ 에 대하여 유리수 $\frac{m}{n}$ 을 다음과 같이 나타낼 수 있으며 이와 같은 방법으로 $\frac{151}{87}$ 을 나타낼 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4$ 의 값은?
- $$\frac{m}{n} = a_0 + \frac{1}{a_1 + \frac{1}{a_2 + \frac{1}{a_3 + \cdots}}}$$
- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} \frac{151}{87} &= 1 + \frac{64}{87} = 1 + \frac{1}{\frac{87}{64}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{23}{64}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\frac{64}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{18}{23}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{\frac{18}{5}}}} = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{5}{18}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{3}{5}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{2}{3}}}}}} \\ &= 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{2}}}}}}} \end{aligned}$$

$\therefore a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 1, a_4 = 3$ 이므로
 $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 1 + 2 + 1 + 3 = 7$

26. $\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35}$ 에서 $\frac{x^2+y^2}{z^2}$ 의 값은? (단, x, y, z 는 모두 양수이다.)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

$\frac{x(y+z)}{27} = \frac{y(z+x)}{32} = \frac{z(x+y)}{35} = k(k \neq 0)$ 라 하면
 $xy + zx = 27k$, $zy + xy = 32k$, $zx + yz = 35k$ 이므로
 $2(xy + yz + zx) = 94k$, $\therefore xy + yz + zx = 47k$ 이므로
 $yz = 20k$, $zx = 15k$, $xy = 12k$
또, $x^2 \cdot y^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 이므로
 $x^2 \cdot 400k^2 = 3600k^3$ 에서 $x^2 = 9k$
 $225k^2 \cdot y^2 = 3600k^3$ 에서 $y^2 = 16k$
 $144k^2 \cdot z^2 = 3600k^3$ 에서 $z^2 = 25k$
 $\therefore \frac{x^2+y^2}{z^2} = \frac{9k+16k}{25k} = 1$

27. $\frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c} = k$ 라 할 때, k 의 값으로 가능한 것을 모두 고르면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

(분모의 합) = $a + 2b + 3c$

i) $a + 2b + 3c = 0$ 일 때

$2b + 3c = -a$, $3c + a = -2b$, $a + 2b = -3c$ 이므로

주어진 식에 각각 대입하면

$$\frac{-a}{a} = \frac{-2b}{2b} = \frac{-3c}{3c} = k$$

$$\therefore k = -1$$

ii) $a + 2b + 3c \neq 0$ 일 때

$$k = \frac{2b+3c}{a} = \frac{3c+a}{2b} = \frac{a+2b}{3c}$$

$$= \frac{2a+4b+6c}{a+2b+3c} \quad (\because \text{가바의 리})$$

$$= \frac{2(a+2b+3c)}{a+2b+3c} = 2$$

i), ii) 에서 $k = -1$ 또는 $k = 2$

28. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

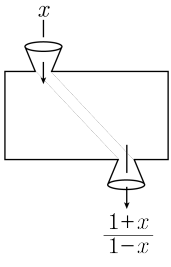
$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{1}{0+1} + 1 = 2$$

$$x = 1 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{1}{1+1} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

29. 다음 그림과 같이 x 를 넣으면 $\frac{1+x}{1-x}$ 가 나오는 상자
 가 있다. 이 상자에 x_1 을 넣었을 때, 나오는 것을 x_2 ,
 x_2 를 다시 넣었을 때 나오는 것을 x_3 라 한다. 이와
 같이 계속하여 x_n 을 넣었을 때 나오는 것을 x_{n+1}
 이라 한다. $x_1 = -\frac{1}{2}$ 일 때, x_{2000} 을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{ 이면}$$

$$x_2 = \frac{1 + \left(-\frac{1}{2}\right)}{1 - \left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{3}$$

$$x_3 = \frac{1 + \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = 2,$$

$$x_4 = \frac{1 + 2}{1 - 2} = -3,$$

$$x_5 = \frac{1 + (-3)}{1 - (-3)} = -\frac{1}{2}, x_6 = \frac{1}{3}, \dots$$

그러므로 $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ 일 때

$$x_{4k+1} = -\frac{1}{2}, x_{4k+2} = \frac{1}{3}, x_{4k+3} = 2, x_{4k+4} = -3$$

따라서, $2000 = 4 \times 499 + 4$ 이므로

$$x_{2000} = x_4 = -3$$

30. 함수 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 역함수가 $f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 일 때, 함수 $y = |x+a| + b + c$ 의 최솟값은?

- ① 3
- ② 4
- ③ 5
- ④ 6
- ⑤ 7

해설

f^{-1} 의 역함수가 f 이므로 $f(x) = (f^{-1})^{-1}(x)$
 $y = f^{-1}(x) = \frac{2x-4}{-x+3}$ 를
 x 에 대하여 풀면, $x = \frac{3y+4}{y+2}$
 x 와 y 를 바꾸면, $y = f(x) = \frac{3x+4}{x+2}$
 $f(x) = \frac{ax+b}{x+c}$ 이므로 $a = 3, b = 4, c = 2$
함수 $y = |x+3| + 6$ 은 $x = -3$ 일 때, 최솟값 6을 갖는다.

31. 분수식 $\frac{x^3}{x^2+x+1} - \frac{x^3}{x^2-x+1}$ 을 간단히 하면 $\frac{\square}{x^4+x^2+1}$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식은?

- ① x^4 ② $2x^4$ ③ $-x^4$ ④ $-2x^4$ ⑤ $-4x^4$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^3}{x^2+x+1} - \frac{x^3}{x^2-x+1} \\ &= \frac{x^3(x-1)}{x^3-1} - \frac{x^3(x+1)}{x^3+1} \\ &= \frac{x^3(x-1)(x^3+1) - x^3(x+1)(x^3-1)}{x^6-1} \\ &= \frac{x^3(x^4+x-x^3-1-x^4+x-x^3+1)}{x^6-1} \\ &= \frac{x^3(-2x^3+2x)}{x^6-1} \\ &= \frac{-2x^4(x^2-1)}{x^6-1} \\ &= \frac{-2x^4}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

32. $x + y + z = 3$ 일 때
 $\frac{(x-1)(y-1) + (y-1)(z-1) + (z-1)(x-1)}{(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2}$ 의 값은 ?

- ① 0 ② 1 ③ $\frac{1}{2}$ ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

$x + y + z = 3$ 일 때, $x + y + z - 3 = 0$
 $\therefore (x-1) + (y-1) + (z-1) = 0$
 $x-1 = A, y-1 = B, z-1 = C$ 라 하면
 $(A+B+C)^2$
 $= A^2 + B^2 + C^2 + 2(AB + BC + CA) \cdots \textcircled{1}$
 $\therefore \text{준식} = \frac{AB + BC + CA}{A^2 + B^2 + C^2}$
 $\textcircled{1}$ 에서 양변을 $A^2 + B^2 + C^2$ 으로 나누면
 $\frac{(A+B+C)^2}{A^2 + B^2 + C^2} = 1 + \frac{2(AB + BC + CA)}{A^2 + B^2 + C^2} = 0$
 $(\because A + B + C = 0)$
 $\therefore \frac{AB + BC + CA}{A^2 + B^2 + C^2} = -\frac{1}{2}$

33. a, b, c 가 서로 다른 복수소일 때, $\frac{b}{a-1} = \frac{c}{b-1} = \frac{a}{c-1} = k$ 라고 하자. 이 때, $1 + k + k^2 + \dots + k^{2000}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$b = ak - k, c = bk - k, a = ck - k$
 $\therefore b - c = (a - b)k, c - a = (b - c)k, a - b = (c - a)k$ 에서
변변끼리 곱하면,
 $(a - b)(b - c)(c - a) = (a - b)(b - c)(c - a)k^3$
 $\therefore k^3 = 1, k^2 + k + 1 = 0$
(준식) $= (1 + k + k^2) + k^3(1 + k + k^2) + \dots$
 $+ k^{1998}(1 + k + k^2)$
 $= 0$