

1. 5개의 변량 $3, a, 4, 8, b$ 의 평균이 5이고 분산이 3일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 51

해설

5개의 변량의 평균이 5이므로 $a + b = 10$ 이다.

$$\frac{(3-5)^2 + (a-5)^2 + (4-5)^2}{5} + \frac{(8-5)^2 + (b-5)^2}{5} = 3$$

$$4 + (a-5)^2 + 1 + 9 + (b-5)^2 = 15$$

$$(a-5)^2 + (b-5)^2 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(a+b) + 50 = 1$$

$$a^2 + b^2 - 10(10) + 50 = 1$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 51$$

2. x, y, z 의 평균이 5이고 분산이 2일 때, 세 수 x^2, y^2, z^2 의 평균은?

- ① 20 ② 23 ③ 24 ④ 26 ⑤ 27

해설

세 수 x, y, z 의 평균이 5이므로

$$\frac{x+y+z}{3} = 5$$

$$\therefore x+y+z = 15 \cdots \text{㉠}$$

$$\text{또, 분산이 2이므로 } \frac{(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2}{3} = 2$$

$$(x-5)^2 + (y-5)^2 + (z-5)^2 = 6$$

$$\therefore x^2 + y^2 + z^2 - 10(x+y+z) + 75 = 6$$

위 식에 ㉠을 대입하면

$$x^2 + y^2 + z^2 - 10(15) + 75 = 6$$

$$x^2 + y^2 + z^2 = 81$$

따라서 $x^2 + y^2 + z^2$ 의 평균은 $\frac{81}{3} = 27$ 이다.

3. 세 수 a, b, c 의 평균이 8이고 분산이 3일 때, 세 수 a^2, b^2, c^2 의 평균을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 67

해설

세 수 a, b, c 의 평균이 8이므로

$$\frac{a+b+c}{3} = 8$$

$$\therefore a+b+c = 24 \cdots \text{㉠}$$

또, a, b, c 의 분산이 3이므로

$$\frac{(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2}{3} = 3$$

$$(a-8)^2 + (b-8)^2 + (c-8)^2 = 9$$

$$\therefore a^2 + b^2 + c^2 - 16(a+b+c) + 192 = 9$$

위의 식에 ㉠을 대입하면

$$a^2 + b^2 + c^2 - 16(24) + 192 = 9$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 201$$

따라서 a^2, b^2, c^2 의 평균은 $\frac{a^2 + b^2 + c^2}{3} = \frac{201}{3} = 67$ 이다.

4. 다음 자료의 평균이 8이고 분산이 2일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라.

$$9 \quad 7 \quad x \quad 10 \quad y$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

평균이 8이므로

$$\frac{9+7+x+10+y}{5} = 8$$

$$26+x+y=40$$

$$\therefore x+y=14 \cdots \textcircled{1}$$

분산이 2이므로

$$\frac{(9-8)^2 + (7-8)^2 + (x-8)^2}{5}$$

$$+ \frac{(10-8)^2 + (y-8)^2}{5}$$

$$= \frac{1+1+(x-8)^2+(10-8)^2+(y-8)^2}{5} = 2$$

$$(x-8)^2 + (y-8)^2 = 10 - 6 = 4$$

$$x^2 + y^2 - 16(x+y) + 128 = 4$$

$$\text{위 식에 } \textcircled{1} \text{을 대입하면 } x^2 + y^2 - 16(14) + 128 = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 100$$

5. 네 개의 변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이고, 분산이 3 일 때, 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은?

- ① 16 ② 17 ③ 19 ④ 21 ⑤ 23

해설

변량 4, 6, a , b 의 평균이 5 이므로

$$\frac{4+6+a+b}{4} = 5, \quad a+b+10 = 20$$

$$\therefore a+b = 10 \quad \dots\dots\text{㉠}$$

또한, 분산이 3 이므로

$$\frac{(4-5)^2 + (6-5)^2 + (a-5)^2 + (b-5)^2}{4} = 3$$

$$\frac{1+1+a^2-10a+25+b^2-10b+25}{4} = 3$$

$$\frac{a^2+b^2-10(a+b)+52}{4} = 3$$

$$a^2+b^2-10(a+b)+52 = 12$$

$$\therefore a^2+b^2-10(a+b) = -40 \quad \dots\dots\text{㉡}$$

㉡의 식에 ㉠을 대입하면

$$\therefore a^2+b^2 = 10(a+b) - 40 = 10 \times 10 - 40 = 60$$

따라서 7, a^2 , b^2 , 9 의 평균은

$$\frac{7+a^2+b^2+9}{4} = \frac{16+60}{4} = 19 \text{이다.}$$