

1. 무리함수 $y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + a, y + b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

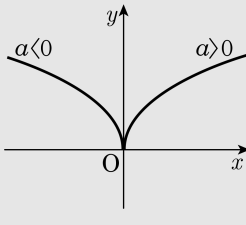
$y = \sqrt{2x+1} + 2$ 의 그래프를
 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로
 b 만큼 평행이동한 그래프의 식은
 $y = \sqrt{2(x-a)} + 1 + 2 + b$
 $= \sqrt{2x-2a+1} + 2 + b$
이 식이 $y = \sqrt{ax+b} + c$ 와 같으므로
 $a = 2, -2a+1 = b, 2+b = c$
따라서, $a = 2, b = -3, c = -1$ 이므로
 $\therefore a + b + c = -2$

2. 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.
- ② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
- ③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.
그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.
그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$
 $a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로
①은 틀린 것이다.



3. 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x} + 1$

② $y = \sqrt{x} - 1$

③ $y = \sqrt{x-1} + 3$

④ $y = -\sqrt{-x+2} + 2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1} - 1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b} + c$ 에서 a 의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

4. 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?

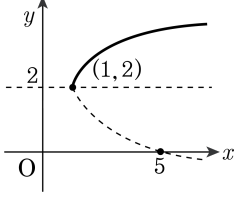
① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$



해설

$y = \sqrt{ax}$ ($a > 0$)의 그래프를
 x 축으로 1, y 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2$ ($a > 0$) 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

해설

꼭짓점이 (1, 2)이고 변역은 $x \geq 1$, $y \geq 2$ 이므로
 $x = a(y-2)^2 + 1$
점 (5, 0)을 지나므로
 $5 = a(0-2)^2 + 1 \rightarrow a = 1$
 $x = (y-2)^2 + 1 \rightarrow y = 2 + \sqrt{x-1}$

5. 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$, $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$

② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$ 은

직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이므로

$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

6. 무리함수 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$ 의 최댓값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$ 에서

$x \geq 0, 8-x \geq 0$ 이므로

정의역은 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$, $f(x) \geq 0$ 이므로

$\{f(x)\}^2$ 이 최대일 때 $f(x)$ 도 최대이고

$\{f(x)\}^2 = x + 2\sqrt{8x-x^2} + 8 - x = 8 + 2\sqrt{8x-x^2}$

이때, $y = 8x - x^2 = -(x-4)^2 + 16$ 이므로

$0 \leq x \leq 8$ 에서 $x = 4$ 일 때 최댓값 16을 가진다.

따라서 $x = 4$ 일 때 $\{f(x)\}^2$ 은

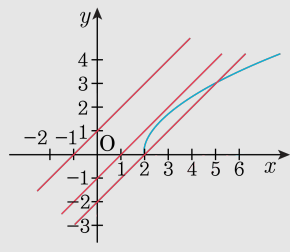
최댓값 16을 가지므로

$f(x)$ 의 최댓값은 4이다.

7. 곡선 $y = \sqrt{4x-8}$ 과 직선 $y = x+k$ 가 한 점에서 만나기 위한 k 의 값의 범위는?
- ① $k = -2$ 또는 $k > 1$ ② $k = -1$ 또는 $k < -2$
- ③ $k = 1$ 또는 $k > 2$ ④ $k = 2$ 또는 $k < -1$
- ⑤ $k = -1$

해설

그래프에서 보듯이 한 점에서 만나는 경우는 접하는 경우이거나 $k < -2$ 인 경우이다.



접하는 경우는 $\sqrt{4x-8} = x+k$ 에서

$$4x-8 = x^2 + 2kx + k^2$$

$$x^2 + 2(k-2)x + k^2 + 8 = 0$$

$$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - (k^2 + 8) = -4k - 4 = 0 \text{에서 } k = -1$$

따라서 $k = -1$ 또는 $k < -2$