**1.** 무리함수 $y = \sqrt{2x+1}+2$ 의 그래프를 평행이동 $f:(x,\ y) \to (x+a,\ y+b)$ 에 의해 옮긴 그래프의 식이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 일 때, 상수 $a,\ b,\ c$ 의 합 $a+b+c$ 의 값을 구하면?

① $-2$ ② $-1$ ③ $0$ ④ $1$ ⑤ $2$

해설

$y = \sqrt{2x+1}+2$ 의 그래프를
$x$ 축의 방향으로 $a$ 만큼, $y$ 축의 방향으로
$b$ 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$\begin{aligned} y &= \sqrt{2(x-a)+1}+2+b \\ &= \sqrt{2x-2a+1}+2+b \end{aligned}$$

이 식이 $y = \sqrt{ax+b}+c$ 와 같으므로
$a=2,\ \ -2a+1=b,\ 2+b=c$
따라서, $a=2,\ b=-3,\ c=-1$ 이므로
$\therefore\ a+b+c=-2$

**2.** 무리함수 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$ 이다.

② 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.

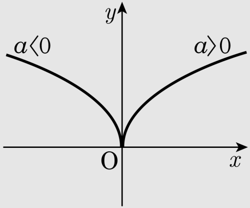
③ $y = -\sqrt{ax}$ 와 $x$ 축에 대하여 대칭이다.

④ $y = \sqrt{-ax}$ 와 $y$ 축에 대하여 대칭이다.

⑤ $a > 0$ 이면 원점과 제 1사분면을 지난다.

해설

$a > 0$ 일 때와 $a < 0$ 일 때의 $y = \sqrt{ax}$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.




그림에서 ②,③,④,⑤는 참임을 알 수있다.

그러나 $a > 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \geq 0\}$

$a < 0$ 일 때의 정의역은 $\{x \mid x \leq 0\}$ 이므로 ①은 틀린 것이다.

**3.** 다음 중 평행이동 또는 대칭이동에 의하여 $y = \sqrt{-x}$의 그래프와 겹쳐질 수 없는 것은?

① $y = -\sqrt{1-x}+1$

② $y = \sqrt{x}-1$

③ $y = \sqrt{x-1}+3$

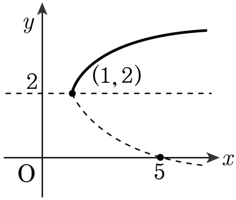
④ $y = -\sqrt{-x+2}+2$

⑤ $y = \sqrt{-2x+1}-1$

해설

⑤ $y = \sqrt{ax+b}+c$에서 $a$의 계수가 다르면
평행이동 또는 대칭이동에 의해 겹쳐지지 않는다.

**4.** 다음 그래프로 나타낼 수 있는 함수는?




① $y = 2 - \sqrt{x-1}$

② $y = 2 + \sqrt{x-1}$

③ $y = 2 + \sqrt{x+1}$

④ $y = 2 - \sqrt{x+1}$

⑤ $y = 2 - \sqrt{-x+1}$

**해설**

$y = \sqrt{ax}$ $(a > 0)$ 의 그래프를
$x$축으로 1, $y$ 축으로 2만큼 평행이동한
그래프이므로 $y = \sqrt{a(x-1)} + 2(a > 0)$ 꼴이다.
주어진 식 중에서 적당한 것은 ② 뿐이다.

**해설**

꼭짓점이$(1,\ 2)$ 이고 변역은 $x \geq 1,\ y \geq 2$ 이므로
$x = a(y-2)^2 + 1$
점 $(5,\ 0)$을 지나므로
$5 = a(0-2)^2 + 1 \ \rightarrow\ a = 1$
$x = (y-2)^2 + 1 \ \rightarrow\ y = 2 + \sqrt{x-1}$

**5.** 두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ , $x = \sqrt{y+1}$ 의 교점의 좌표를 구하면?

① $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{3}, \frac{1+\sqrt{5}}{3}\right)$ ② $\left(\frac{2+\sqrt{5}}{2}, \frac{2+\sqrt{5}}{2}\right)$

③ $\left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$ ④ $\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}\right)$

⑤ $\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}, \frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)$

해설

두 곡선 $y = \sqrt{x+1}$ 과 $x = \sqrt{y+1}$은
직선 $y = x$에 대하여 대칭이므로
$y = \sqrt{x+1}$ 과 $y = x$ 의 교점을 구하면 된다.

$\therefore \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$

**6.** 무리함수 $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$의 최댓값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{8-x}$에서
$x \geq 0,\ 8-x \geq 0$이므로
정의역은 $\{x \mid 0 \leq x \leq 8\}$, $f(x) \geq 0$이므로
$\{f(x)\}^2$이 최대일 때 $f(x)$도 최대이고
$\{f(x)\}^2 = x + 2\sqrt{8x - x^2} + 8 - x = 8 + 2\sqrt{8x - x^2}$
이때, $y = 8x - x^2 = -(x-4)^2 + 16$이므로
$0 \leq x \leq 8$에서 $x = 4$일 때 최댓값 16을 가진다.
따라서 $x = 4$일 때 $\{f(x)\}^2$은
최댓값 16을 가지므로
$f(x)$의 최댓값은 4이다.

**7.** 곡선 $y = \sqrt{4x-8}$과 직선 $y = x+k$가 한 점에서 만나기 위한 $k$ 의 값의 범위는?

① $k=-2$ 또는 $k>1$

② $k=-1$ 또는 $k<-2$

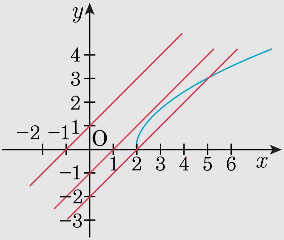
③ $k=1$ 또는 $k>2$

④ $k=2$ 또는 $k<-1$

⑤ $k=-1$

해설

그래프에서 보듯이 한 점에서 만나는 경우는
접하는 경우이거나 $k<-2$ 인 경우이다.




접하는 경우는 $\sqrt{4x-8} = x+k$에서

$4x-8 = x^2+2kx+k^2$

$x^2+2(k-2)x+k^2+8=0$

$\frac{D}{4} = (k-2)^2-(k^2+8) = -4k-4 = 0$에서 $k=-1$

따라서 $k=-1$ 또는 $k<-2$