

1. 다음 보기 중에서 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = 2x(x - 1)$

㉡ $y = \frac{x}{3} - 4$

㉢ $y = -3x^2 + 7$

㉣ $y = 2x^3 + x^2 - 5$

㉤ $y = \frac{5}{x^2}$

㉥ $y = \frac{x^2 + 2}{3}$

① ㉠, ㉢

② ㉠, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉣, ㉥

④ ㉢, ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉢, ㉤, ㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 에서 $a \neq 0$ 이면 이차함수
이차함수인 것은 ② ㉠, ㉢, ㉤이다.

2. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지날때, a 의 값은?

① -2

② 2

③ 3

④ -3

⑤ 9

해설

$y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 27)$ 을 지나므로

$$27 = a(-3)^2$$

$$\therefore a = 3$$

3. 다음 중 원점을 꼭짓점, y 축을 축으로 하고 점 $(-1, 3)$ 을 지나는 포물선의 방정식은?

① $y = (x - 1)^2 + 3$

② $y = (x + 1)^2 + 3$

③ $y = x^2 + 2$

④ $y = x^2 + 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

원점을 꼭짓점으로 하고 y 축을 축으로 하는 포물선의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(-1, 3)$ 을 지나므로
 $3 = a \times (-1)^2, a = 3$
 $\therefore y = 3x^2$

4. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면 점 $(1, p)$ 를 지난다. p 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3만큼 평행이동 시키면

$$y = -(x - 3)^2$$

$$\therefore p = -(1 - 3)^2 = -4$$

5. 이차함수 $y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동한 그래프가 점 $(0, a)$ 을 지날 때, a 의 값은?

① 22

② 38

③ 54

④ 60

⑤ 76

해설

$y = 4(x + 7)^2 - 5$ 의 그래프를 x 축, y 축 의 방향으로 각각 3, -5 만큼 평행이동하면 $y = 4(x + 7 - 3)^2 - 5 - 5$, $y = 4(x + 4)^2 - 10$ 이고, 점 $(0, a)$ 을 지나므로 대입하면 $a = 4(0 + 4)^2 - 10$, $a = 54$ 이다.

6. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -4$

② $x < -4$

③ $x < 4$

④ $x > 4$

⑤ $x > -5$

해설

$y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 4만큼 평행이동하면 $y = -(x-4)^2$
꼭짓점이 $(4, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래피므로
 $x < 4$ 인 범위에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

7. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

8. 꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이고 점 $(0, 6)$ 을 지나는 이차함수의 식을 $y = a(x - p)^2 + q$ (a, p, q 는 상수) 의 꼴로 나타내었을 때, apq 를 구하여라.

① 12

② 16

③ 20

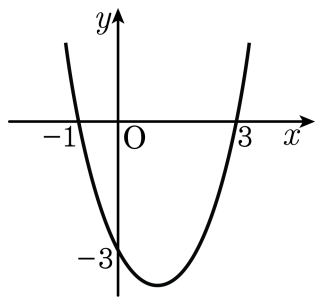
④ 24

⑤ 28

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-2, -4)$ 이므로
 $y = a(x + 2)^2 - 4$ 에 $(0, 6)$ 을 대입
 $6 = a(0 + 2)^2 - 4$
 $4a = 10, a = \frac{5}{2}$
 $\therefore y = \frac{5}{2}(x + 2)^2 - 4$
 $a = \frac{5}{2}, p = -2, q = -4$
따라서 $apq = 20$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



- ① $y = 3x^2 - 3x - 6$ ② $y = -x^2 + 6x - 8$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ ④ $y = x^2 - 2x - 3$
⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x - 3)(x + 1)$ 이고, $(0, -3)$ 을 지난다.

$$-3 = -3a$$

$$a = 1$$

$$\text{따라서 } y = (x - 3)(x + 1) = x^2 - 2x - 3$$

10. 이차함수 $y = 3(x + 1)^2 + 9$ 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

아래로 블록하므로 꼭짓점의 y 의 값 9 가 최솟값이다.

11. 이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖는다.
 a 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 0 ④ -2 ⑤ -1

해설

이차함수 $y = x^2 + bx - a + 16$ 이 $x = 4$ 일 때, 최솟값이 -2

이므로

$$y = (x - 4)^2 - 2 = x^2 - 8x + 14 = x^2 + bx - a + 16$$

$$\therefore a = 2$$

12. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 를 지난다. 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수가 (b, c) 를 지날 때, c 의 값은?(단, $b < 0$)

① -2 ② $-\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ $\frac{7}{2}$ ⑤ $-\frac{9}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 $(4, 8)$, $\left(b, \frac{9}{2}\right)$ 을 대입하면

$a = \frac{1}{2}$, $b = -3$ 이다.

이 이차함수와 x 축 대칭인 이차함수는

$y = -\frac{1}{2}x^2$ 이고 $(-3, c)$ 를 지나므로

$\therefore c = -\frac{9}{2}$

13. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

14. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

$\textcircled{\text{㉠}} \ y = -\frac{3}{2}x^2$

$\textcircled{\text{㉡}} \ y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

$\textcircled{\text{㉢}} \ y = 2x^2 - x$

$\textcircled{\text{㉣}} \ -3(x+2)^2$

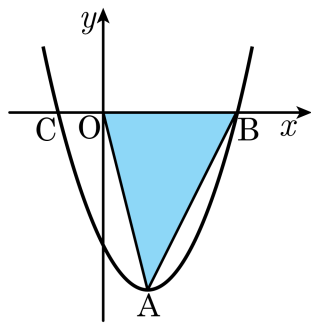
$\textcircled{\text{㉤}} \ y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

- $\textcircled{\text{㉠}} \ 1 < |a| < \frac{1}{2}$
- $\textcircled{\text{㉡}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{㉢}} \ 1 < |a| < \frac{5}{2}$
- $\textcircled{\text{㉣}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$
- $\textcircled{\text{㉤}} \ \frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.
 a 의 절댓값을 각각 구하면
 $\textcircled{\text{㉠}} \ \frac{3}{2} \textcircled{\text{㉡}} \ \frac{1}{2} \textcircled{\text{㉢}} \ 2 \textcircled{\text{㉣}} \ 3 \textcircled{\text{㉤}} \ 1$ 이므로 폭이 넓은 순서는 $\textcircled{\text{㉡}}, \textcircled{\text{㉣}}, \textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉢}}, \textcircled{\text{㉤}}$ 이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로
 $\textcircled{\text{㉣}} \ 1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

15. 다음 포물선 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 꼭짓점을 A 라 하고, x 축과의 교점을 B, C 라 할 때, $\triangle ABO$ 의 넓이는?



- ① 16 ② 8 ③ 12 ④ 6 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 - 2x - 3 = (x - 1)^2 - 4$$

A 의 좌표는 (1, -4) 이다.

x 축과 교점은 $y = 0$ 일 때이므로

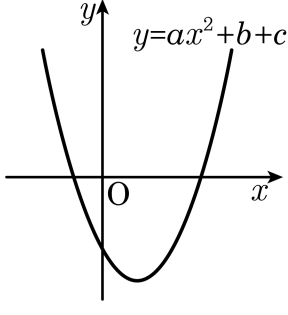
$$0 = (x - 1)^2 - 4 \text{ 이다.}$$

따라서 $x = -1$ 또는 $x = 3$ 이다.

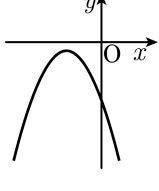
B 의 좌표는 (3, 0) 이다.

$$\therefore (\triangle ABO \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 3 \times 4 = 6$$

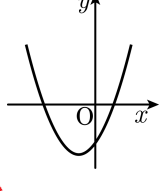
16. $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프의 모양은 어느 것인가?



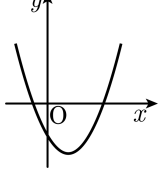
①



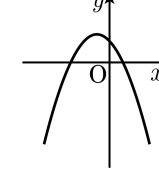
②



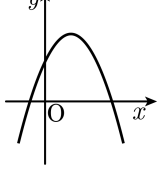
③



④



⑤



해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$

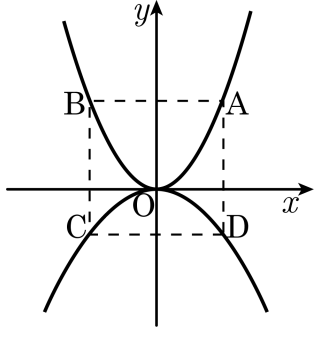
꼭짓점의 x 좌표 $-\frac{b}{2a} > 0$ 이므로 $b < 0$

y 절편 $c < 0$

따라서 $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는 위로 볼록하고 꼭짓점의 x

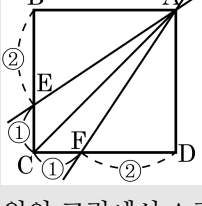
좌표 $-\frac{b}{2c} < 0$, y 절편 $a > 0$ 인 포물선이다.

17. 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과 정사각형 ABCD에 대하여 점 A를 지나고 정사각형 ABCD의 넓이를 3등분하는 두 개의 직선의 기울기의 곱을 구하면?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설



위의 그림에서 A 점의 x 좌표를 구하면
 $2a = \frac{3}{2}a^2, a = \frac{4}{3}$
 $\therefore A\left(\frac{4}{3}, \frac{16}{9}\right)$
 정사각형의 넓이는 $(2a)^2 = \frac{64}{9}$ 이므로 넓이가 삼등분되면 각
 넓이는
 $\frac{64}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{64}{27}$ 에서
 $\frac{64}{27} = \frac{8}{3} \times ② \times \frac{1}{2}$
 $② = \frac{16}{9}$
 직선 AF의 기울기는 $\frac{\frac{8}{3}}{\frac{16}{9}} = \frac{3}{2}$
 마찬가지로 방법으로 AE의 기울기를 구하면 $\frac{2}{3}$
 $\therefore$ 두 기울기의 곱은 $\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$

18. 이차함수 $y = x^2 - 6mx - 9m + 6$ 의 최솟값을 $f(m)$ 이라고 할 때, $f(m)$ 의 최댓값을 구하면?

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{2}$ ③ $\frac{33}{4}$ ④ $\frac{31}{2}$ ⑤ 8

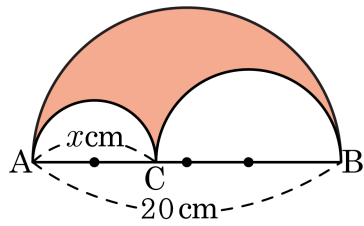
해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 - 6mx - 9m + 6 \\ &= (x^2 - 6mx + 9m^2) + (-9m^2 - 9m + 6) \\ &= (x - 3m)^2 + (-9m^2 - 9m + 6) \end{aligned}$$

$$f(m) = -9m^2 - 9m + 6 = -9\left(m + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{33}{4}$$

$\therefore f(m)$ 의 최댓값은 $\frac{33}{4}$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 세 개의 반원으로 이루어진 도형이 있다. 큰 반원의 지름이 20 cm 이고 색칠한 부분의 넓이가 $y\pi \text{ cm}^2$ 일 때, y 의 최댓값을 구하면?



- ① 10 ② 15 ③ 16 ④ 25 ⑤ 36

해설

$\overline{AC} = x \text{ cm}$ 이므로 $\overline{BC} = (20 - x) \text{ cm}$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이 S 는

(전체 반원의 넓이 - 작은 두 원의 넓이의 합)이다.

$$\frac{1}{2} \times 10^2 \pi - \left\{ \frac{1}{2} \pi \left(\frac{x}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} \pi \left(\frac{20-x}{2} \right)^2 \right\} = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{x^2}{8} \pi + \frac{400 - 40x + x^2}{8} \pi \right) = y\pi$$

$$50\pi - \left(\frac{2x^2 - 40x + 400}{8} \right) \pi = y\pi$$

$$-\frac{1}{4}x^2\pi + 5x\pi = y\pi$$

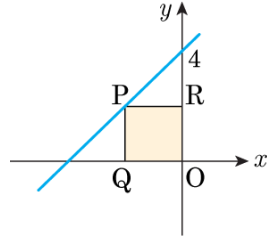
$$y\pi = -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x^2 - 20x + 100 - 100)$$

$$= -\frac{1}{4}\pi(x - 10)^2 + 25\pi \text{ 이다.}$$

따라서 두 원의 반지름이 각각 10 cm 일 때, 넓이는 최댓값 $25\pi \text{ cm}^2$ 를 갖는다.

20. 다음 그림과 같이 직선이 $y = x + 4$ 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에 내린 수선의 발이 각각 Q,R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 S 라 한다. S 가 최대가 될 때 점 P 의 좌표는?



- ① (2,1) ② (2,4) ③ (-2,2)
 ④ (-2,-4) ⑤ (4,2)

해설

점 P 의 좌표는 $(a, a + 4)$ 이고 넓이는 S 이므로
 $S = a(a + 4) = (a^2 + 4a + 4) - 4 = (a + 2)^2 - 4$
 $\therefore P(-2, -2 + 4) = P(-2, 2)$