

1. 직선 $y = -2x + a$ 가 원 $x^2 + y^2 - 4x - 2y + 4 = 0$ 에 의하여 잘려지는
선분의 길이를 최대로 하는 a 의 값은 ?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

2. 원 $x^2 + y^2 = 4$ 위의 점 $P(-1, \sqrt{3})$ 에서의 접선과 직선 $y = x$ 와의 교점의 좌표는?

① $(\sqrt{3}, \sqrt{3})$

② $(2\sqrt{5}, 2\sqrt{5})$

③ $(4, 4)$

④ $(2\sqrt{3} + 2, 2\sqrt{3} + 2)$

⑤ $(2\sqrt{3} - 2, 2\sqrt{3} - 2)$

3. 다음은 원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 대하여 기울기가 m 인 접선의 방정식을 구하는 과정이다.

원 $x^2 + y^2 = r^2$ 에 접하고 기울기가 m 인

접선의 방정식을 $y = mx + k$ 라 하자.

직선 $y = mx + k$ 를 원의 방정식

$x^2 + y^2 = r^2$ 에 대입하여 정리하면,

$$(1 + m^2)x^2 + 2mkx + \boxed{\text{(가)}} = 0$$

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면 원과 직선이 접하므로

$D = 0$ 에서

$$k = \pm \boxed{\text{(나)}}$$

따라서 구하는 접선의 방정식은

$$y = mx \pm \boxed{\text{(나)}}$$

(가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

① $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 + 1}$

② $r^2 - k^2, r\sqrt{m^2 - 1}$

③ $k^2 - r^2, \sqrt{m^2 + 1}$

④ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 + 1}$

⑤ $k^2 - r^2, r\sqrt{m^2 - 1}$

4. 원 $x^2 + y^2 = 5$ 와 직선 $y = 2x + k$ 가 만나지 않도록 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-5 < k < 5$

② $k > 5, k < -5$

③ $-5 \leq k \leq 5$

④ $k \geq 5, k \geq -5$

⑤ $0 < k \leq 5$

5. 점 $(1, 3)$ 에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접선을 그을 때 접선의 길이를 구하여라.



답: _____

6. 직선 $ax + (1 - a)y - 1 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 - x + y - 1 = 0$ 의 넓이를 이등분할 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{2}$

③ $\frac{5}{2}$

④ $\frac{7}{2}$

⑤ $\frac{9}{2}$

7. 좌표평면 위에 원 $(x - 5)^2 + (y - 4)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 $A(2, 1)$ 이 있다. 점 A 에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 반지름의 길이 r 의 값은?

① 3

② $\sqrt{10}$

③ $\sqrt{11}$

④ $\sqrt{13}$

⑤ $\sqrt{14}$

8. 직선 $ax + by + 2 = 0$ 이 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 접하면서 움직일 때, 점 (a, b) 가 그리는 자취의 길이를 구하면?

① π

② 2π

③ 3π

④ 4π

⑤ 5π

9. 점 A(2, 2)에서 원 $x^2 + y^2 = 1$ 에 그은 두 접선의 기울기를 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값은 ?

① $\frac{8}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ 1

④ -1

⑤ 0

10. 점 O 를 지나는 직선이 좌표평면 위의 원 C 와
 두 점 A, B 에서 만날 때, $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 의 값이 일정함을 다음과 같이
 증명하였다.

㉠, ㉡, ㉢ 에 알맞은 것을 차례로 적으면?

증명

원점 O 을 지나는 직선의 방정식을

$$y = mx \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

원 C 의 방정식을 $(x - a)^2 + y^2 = r^2$

$(a > 0, r > 0) \cdots \cdots \textcircled{㉡}$ 라 하자

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{ 에서 } (1 + m^2)x^2 - 2ax + a^2 - r^2 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 의 두 실근을 α, β 라 하면 $\alpha\beta = (\textcircled{㉣})$

따라서 $\overline{OA} \cdot \overline{OB} = (\textcircled{㉤}) \cdot |\alpha\beta| = (\textcircled{㉥})$

그러므로 m 에 관계없이 $\overline{OA} \cdot \overline{OB}$ 의 값은 일정하다.

- ① $\frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, 1 - m^2, |a^2 - r^2|$
- ② $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, 1 + m^2, |a^2 - r^2|$
- ③ $\frac{a^2 - r^2}{1 - m^2}, 2(1 - m^2), 2|a^2 - r^2|$
- ④ $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, 2(1 + m^2), 2|a^2 - r^2|$
- ⑤ $\frac{a^2 - r^2}{1 + m^2}, r(1 + m^2), r|a^2 - r^2|$