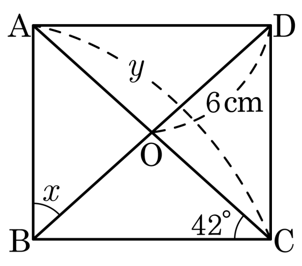
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 x, y의 값이 옳게 짝지어진 것은?



① $x = 42\,°$, $y = 12\text{cm}$ ② $x = 48\,°$, $y = 12\text{cm}$

③ $x = 48\,°$, $y = 6\text{cm}$ ④ $x = 58\,°$, $y = 12\text{cm}$

⑤ $x = 58\,°$, $y = 6\text{cm}$

해설

직사각형의 한 내각의 크기는 $90°$, $\angle\text{OBC} = 42°$ $\therefore x = 90 - 42 = 48\,°$

직사각형은 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 $y = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$

2. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 평행사변형	㉣ 직사각형
㉤ 마름모	㉥ 정사각형

▶ 답: ＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 2 개

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이 있다.
그러나 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 마름모의 성질이므로 이를 만족하는 것은 마름모와 정사각형 2 개이다.

3. 다음 중 항상 닮음인 도형을 모두 고르면?

① 두 정사각형
② 두 이등변삼각형
③ 두 직사각형
④ 두 원
⑤ 두 마름모

해설

정사각형과 원은 항상 닮음이다.

4. 다음 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 있는 것을 모두 골라라.

㉠ 두 정육면체	㉡ 두 구
㉢ 두 원기둥	㉣ 두 삼각뿔
㉤ 두 육각기둥	

▶ 답 :

▶ 답 :

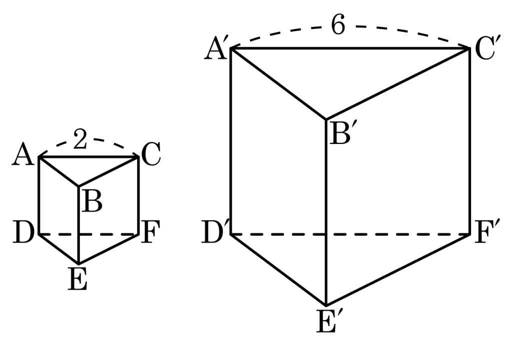
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

정육면체는 모든 면이 정사각형으로 이루어져 있으므로 항상 닮은 도형이고, 구는 항상 모양이 일정하고 일정한 비율로 확대, 축소되므로 항상 닮은 도형이다.

5. 다음 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형일 때, 닮음비가 나머지와 다른 것을 골라라.



㉠ $\overline{EF}$ 와 $\overline{E'F'}$ 의 길이의 비
㉡ 삼각형 ABC 와 삼각형 A′B′C′ 의 둘레의 길이의 비
㉢ 사각형 BEFC 와 사각형 B′E′F′C′ 의 넓이의 비
㉣ $\overline{AD}$ 와 $\overline{A'D'}$ 의 길이의 비

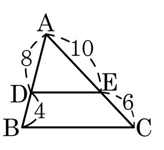
▶ 답 :

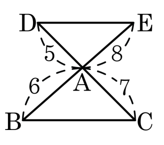
▷ 정답 : ㉢

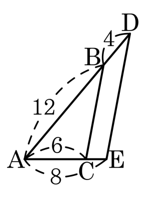
해설

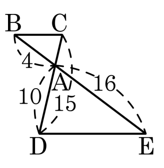
닮음인 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비와 둘레의 비가 닮음비이고, 넓이의 비는 아니므로 ㉢이 답이다.

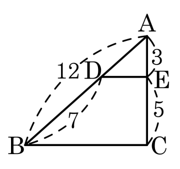
6. 다음 그림에서 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 인 것은?

①


②


③


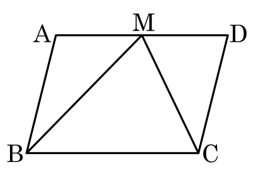
④


⑤


해설

$\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이므로 대응하는 변의 길이의 비가 일정해야 한다.
③은 $12 : 16 = 6 : 8$ 이 성립하므로 $\overline{BC} \,//\, \overline{DE}$ 이다.

7. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

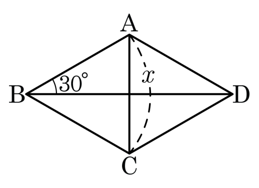


① 정사각형　② 마름모　③ 평행사변형
④ 사다리꼴　⑤ 직사각형

해설

$\triangle ABM$ 와 $\triangle DCM$ 에서
$\overline{AM} = \overline{MD}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로
$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동)
□ABCD 는 평행사변형 이므로 $\angle A + \angle D = 180°$
$\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$
평행사변의 한 내각의 크기가 $\angle 90°$ 이다.
$\therefore$ □ABCD 는 직사각형

8. 마름모 ABCD 의 둘레가 16cm 일 때, x 의 길이를 구하여라.



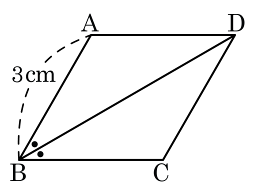
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 4 cm

해설

마름모의 대각선은 내각을 이등분하므로 $\angle ABC = 60°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 한 변의 길이가 $16 \div 4 = 4(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 그었더니 $\angle ABD = \angle DBC$ 가 되었다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



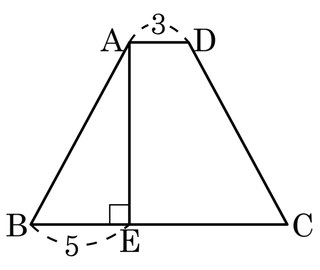
▶ 답: ______ cm

▷ 정답: 3 cm

해설

$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$ ($\because$ 엇각) 이므로
$\angle ABD = \angle ADB$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형
$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\text{cm}$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

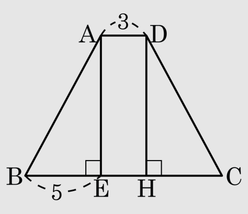


▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABE \equiv \triangle DCH$는 RHA 합동이고, $\overline{BE} = \overline{CH}$이다.

$\therefore \overline{BC} = 5 + 3 + 5 = 13$

11. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 사다리꼴이다.

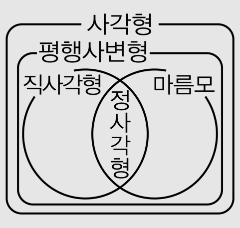
② 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

③ 직사각형은 평행사변형이다.

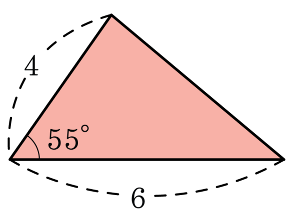
④ 직사각형은 마름모이다.

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

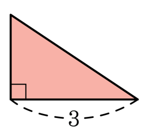
해설



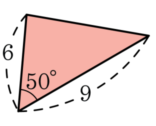
12. 다음 주어진 삼각형과 닮은 삼각형을 알맞게 짝지은 것은?



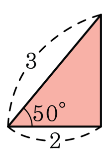
①



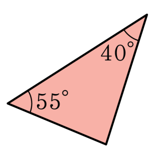
②



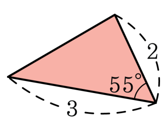
③



④



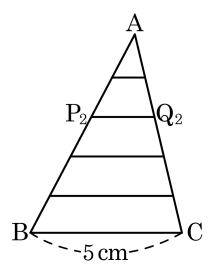
⑤



해설

⑤는 SAS 닮음이다.

13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 길이는 5cm 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 5 등분점을 위에서부터 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 와 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때, $\overline{P_2Q_2}$ 의 길이는?



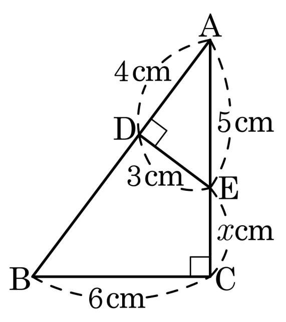
① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통,
$\overline{AP_2} : \overline{AB} = \overline{AQ_2} : \overline{AC} = 2 : 5$ 이므로 $\triangle AP_2Q_2 \backsim \triangle ABC$ (SAS 닮음)
$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가 $2 : 5$ 이므로
$\overline{P_2Q_2} : \overline{BC} = 2 : 5$ 따라서 $\overline{P_2Q_2} = \frac{2 \times 5}{5} = 2(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 x 의 값은?

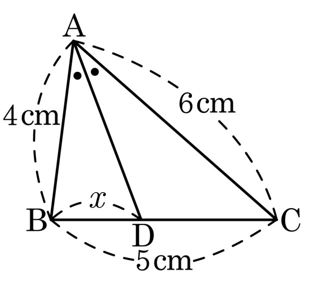


① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\triangle$ABC 와 $\triangle$AED 에서 $\angle$A 는 공통,
$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{ADE} = 90°$ 이므로
$\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{AED}$ (AA 닮음)
$\overline{\mathrm{AC}} : \overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}} : \overline{\mathrm{ED}}$
$(5+x) : 4 = 6 : 3$
$3(5+x) = 24$
$5 + x = 8 \qquad \therefore\ x = 3$

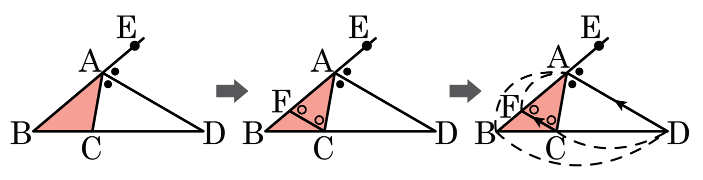
15. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB}=4\text{cm}$, $\overline{BC}=5\text{cm}$, $\overline{CA}=6\text{cm}$ 라 한다. 이 때, x 의 길이는?



① 1.5cm ② 2cm ③ 2.5cm
④ 3cm ⑤ 3.5cm

해설
$\overline{AB}:\overline{AC}=\overline{BD}:\overline{DC}$
$4:6=x:(5-x)$
$20-4x=6x$, $x=2(\text{cm})$

16. 다음은 삼각형의 외각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 고르면?



보기

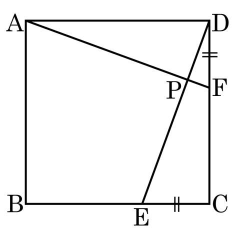
$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선
$\angle ACF = \angle AFC$ 이므로 $\triangle ACF$ 는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$
$\overline{AD} \,//\, \overline{FC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \boxed{\quad ㉡ \quad} : \overline{CD}$

① 직각삼각형, $\overline{BC}$
② 예각삼각형, $\overline{BD}$
③ 정삼각형, $\overline{BD}$
④ 이등변삼각형, $\overline{BC}$
⑤ 이등변삼각형, $\overline{BD}$

해설

$\triangle BDA$ 에서 $\overline{BA} : \overline{FA} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. $\overline{EC} = \overline{FD}$, $\square PECF = 12\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



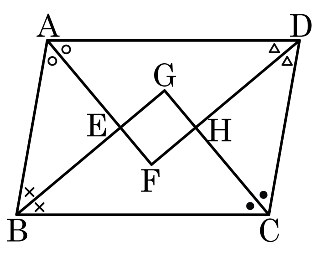
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad\text{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ (SAS 합동) 이므로
$\triangle DPF$ 는 공통
따라서 $\triangle APD = \square PECF = 12\ (\text{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH 를 만들었을 때, □EFHG 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형
④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ 이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$ 이고, $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$ 이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

19. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

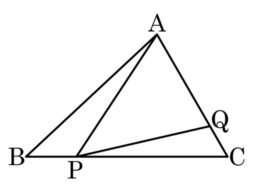
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = \overline{CQ} : \overline{AQ} = 1 : 3$ 이다. $\triangle APQ = 24\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\qquad cm^2}$

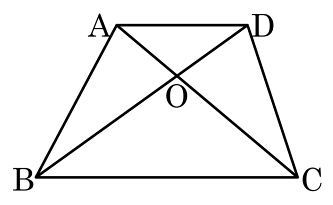
▷ 정답: $\frac{128}{3}$ $\underline{cm^2}$

해설

$\triangle APC = 24 \times \frac{4}{3} = 32(cm^2)$

$\therefore\ \triangle ABC = 32 \times \frac{4}{3} = \frac{128}{3}(cm^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOB = 80\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



① 180cm^2 ② 200cm^2 ③ 220cm^2

④ 240cm^2 ⑤ 260cm^2

해설

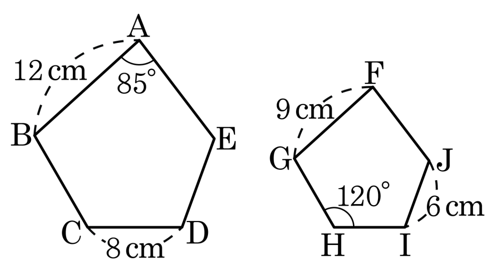
$\triangle AOB = \triangle COD = 80\text{cm}^2$

또, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 이므로

$\therefore \triangle BOC = 160\text{cm}^2$

따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 80 + 160 = 240(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 두 오각형 ABCDE 와 FGHIJ 는 닮은 도형이다. 이 때, $\angle F$ 의 크기와 $\overline{DE}$ 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답 : ____ °

▶ 답 : ____ cm

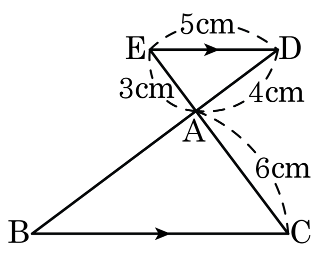
▷ 정답 : $\angle F = 85$ °

▷ 정답 : $\overline{DE} = 8$ cm

해설

오각형ABCDE ∽ 오각형FGHIJ 이고, 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{FG} = 12 : 9 = 4 : 3$ 이다.
닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle F$ 의 크기는 대응각 $\angle A$ 와 같다. 그리하여 $\angle F = 85°$ 이다.
닮음비가 $4 : 3$ 이므로 $\overline{DE} : \overline{IJ} = 4 : 3 = \overline{DE} : 6$ 이다.
$3 \times \overline{DE} = 24$, $\overline{DE} = 8\text{cm}$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{BC} \mathbin{/\!/} \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

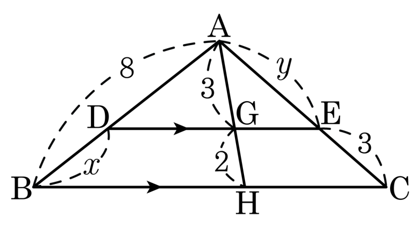


① 24cm ② 26cm ③ 27cm ④ 30cm ⑤ 32cm

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음) 이고
닮음비가 $1:2$ 이므로
($\triangle ABC$ 의 둘레의 길이)
$= 2\times$($\triangle ADE$ 의 둘레의 길이)$= 24$(cm)

24. 다음 그림에서 $\overline{BC} \, // \, \overline{DE}$ 일 때, xy 의 값은?



① $\frac{72}{5}$ ② $\frac{73}{5}$ ③ $\frac{74}{5}$ ④ 15 ⑤ $\frac{82}{5}$

해설

$\overline{BH} \, // \, \overline{DG}$ 이므로 $8 : x = (3+2) : 2$

$5x = 16$

$x = \frac{16}{5}$

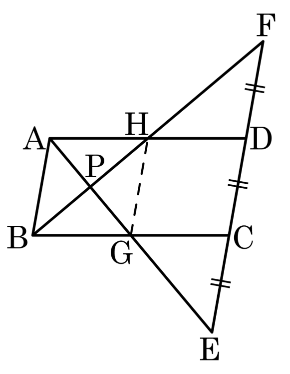
$\overline{HC} \, // \, \overline{GE}$ 이므로 $3 : 2 = y : 3$

$2y = 9$

$y = \frac{9}{2}$

$\therefore \; xy = \frac{16}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{72}{5}$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD} = 6$이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$일 때, □ABGH의 둘레의 길이를 구하면?

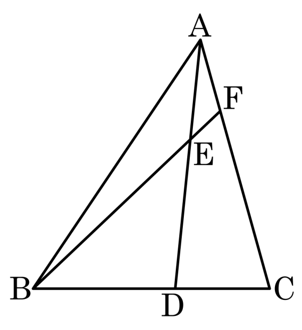


① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$
$\angle ABH = \angle HFD$(엇각)
$\angle BAH = \angle HDF$(엇각)이므로
$\triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH} = \overline{HD} = 3$이다.
마찬가지로 $\triangle ABG \equiv \triangle ECG$에서 $\overline{BG} = 3$이므로
□ABGH는 마름모이다.
따라서 둘레의 길이는 $3 \times 4 = 12$이다.

26. 다음과 같이 넓이가 36 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{ED}} = 3\overline{\mathrm{AE}}$ 이고, 선분 BE 의 연장선과 변 AC 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{BE}} = 5\overline{\mathrm{EF}}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABE} + \square\mathrm{CDEF}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

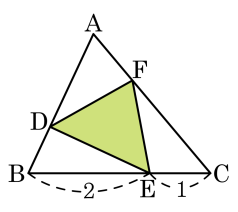
▷ 정답 : 16.8

해설

$\overline{\mathrm{BE}} = 5\overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE} = 5\triangle\mathrm{AEF}$
$\overline{\mathrm{ED}} = 3\overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EBD} = 3\triangle\mathrm{ABE}$
따라서 $\triangle\mathrm{EBD} = 15\triangle\mathrm{AEF}$
$\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABD} = 2\triangle\mathrm{ACD}$ 이다.
$\triangle\mathrm{AEF}$ 의 넓이를 k 라 하면
$\triangle\mathrm{ABD} = 5k + 15k = 20k$
따라서 $\triangle\mathrm{ABC} = 30k = 36$ 이므로 $k = \frac{6}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{ABE} + \square\mathrm{CDEF} &= 5k + (10k - k)\\ &= 14k\\ &= 14 \times \frac{6}{5}\\ &= 16.8\end{aligned}$$

27. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\frac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\frac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\frac{46}{9}\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$

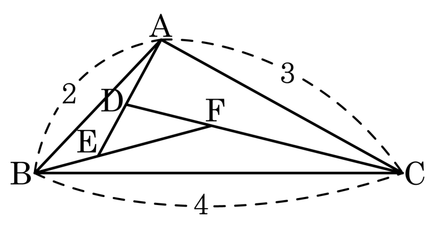
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \frac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \frac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

28. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2$, $\overline{BC} = 4$, $\overline{CA} = 3$이고, $\angle BAE = \angle CBF = \angle ACD$ 일 때, $\overline{DE} : \overline{EF}$는?



① 2 : 3　② 3 : 2　③ 4 : 3　④ 3 : 4　⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC = x$, $\angle FCB = y$, $\angle EBA = z$ 라 하면,

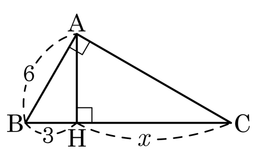
$\angle EDF = x + \angle ACD = x + \angle BAE = \angle A$

$\angle DFE = y + \angle CBF = y + \angle ACD = \angle C$

$\angle FED = z + \angle BAE = z + \angle CBF = \angle B$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이므로 $\overline{DE} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{BC} = 1 : 2$

29. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

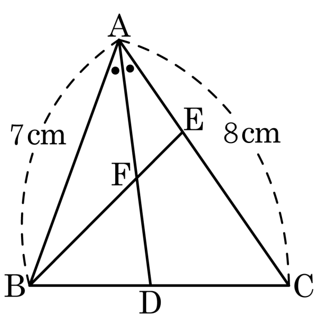
$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{BC} : \overline{BA}$

$6 : 3 = (3 + x) : 6$

$36 = 9 + 3x$, $x = 9$

30. 다음 그림에서 넓이가 80cm^2 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle ABF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\quad\text{cm}^2}$

▷ 정답: $21\,\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AE} = 3\text{cm}$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{AF}$ 이므로

$\overline{BF} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{AE} = 7 : 3$

$$\therefore\ \triangle ABF = \frac{7}{10}\triangle ABE = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle ABC\right) = \frac{21}{80}\triangle ABC = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\text{cm}^2)$$