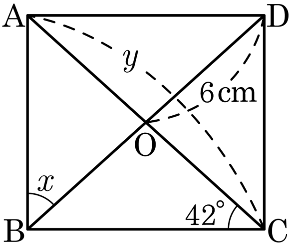
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 에서 x, y의 값이 옳게 짝지어진 것은?



① $x=42°$, $y=12\text{cm}$

② $x=48°$, $y=12\text{cm}$

③ $x=48°$, $y=6\text{cm}$

④ $x=58°$, $y=12\text{cm}$

⑤ $x=58°$, $y=6\text{cm}$

해설

직사각형의 한 내각의 크기는 90°, $\angle OBC=42°$ $\therefore x=90-42=48°$

직사각형은 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 이등분하므로 $y=2\times6=12(\text{cm})$

2. 다음 보기의 사각형 중에서 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

㉠ 사다리꼴 ㉡ 등변사다리꼴

㉢ 평행사변형 ㉣ 직사각형

㉤ 마름모 ㉥ 정사각형

▶ 답 : ____ 개

▷ 정답 : 2 개

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이 있다.
그러나 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 것은 마름모의 성질이므로 이를 만족하는 것은 마름모와 정사각형 2 개이다.

3. 다음 중 항상 닮음인 도형을 모두 고르면?

① 두 정사각형

② 두 이등변삼각형

③ 두 직사각형

④ 두 원

⑤ 두 마름모

해설

정사각형과 원은 항상 닮음이다.

4. 다음 중 항상 닮은 도형이라고 할 수 있는 것을 모두 골라라.

㉠ 두 정육면체	㉡ 두 구
㉢ 두 원기둥	㉣ 두 삼각뿔
㉤ 두 육각기둥	

▶ 답 :

▶ 답 :

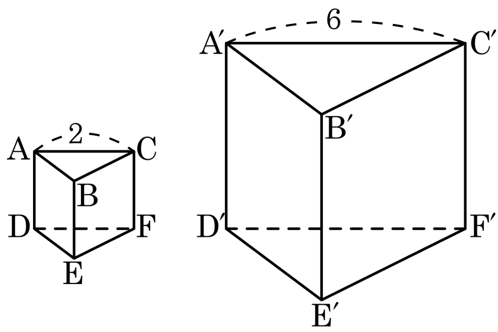
▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

정육면체는 모든 면이 정사각형으로 이루어져 있으므로 항상 닮은 도형이고, 구는 항상 모양이 일정하고 일정한 비율로 확대, 축소되므로 항상 닮은 도형이다.

5. 다음 그림에서 두 삼각기둥은 서로 닮은 도형일 때, 닮음비가 나머지와 다른 것을 골라라.



㉠ $\overline{EF}$ 와 $\overline{E'F'}$ 의 길이의 비 ㉡ 삼각형 ABC 와 삼각형 A′B′C′ 의 둘레의 길이의 비 ㉢ 사각형 BEFC 와 사각형 B′E′F′C′ 의 넓이의 비 ㉣ $\overline{AD}$ 와 $\overline{A'D'}$ 의 길이의 비

▶ 답 :

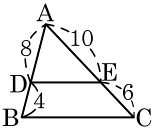
▷ 정답 : ㉢

해설

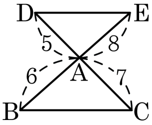
닮음인 두 도형에서 대응하는 변의 길이의 비와 둘레의 비가 닮음비이고, 넓이의 비는 아니므로 ㉢이 답이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 인 것은?

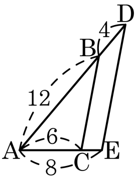
①



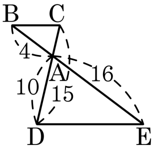
②



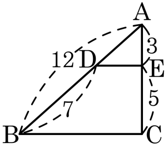
③



④



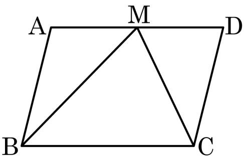
⑤



해설

$\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 대응하는 변의 길이의 비가 일정해야 한다.
③은 $12 : 16 = 6 : 8$ 이 성립하므로 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 이다.

7. 다음 그림의 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라 하고, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



① 정사각형 ② 마름모 ③ 평행사변형

④ 사다리꼴 ⑤ 직사각형

해설

△ABM 와 △DCM 에서

$\overline{AM} = \overline{MD}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{BM} = \overline{MC}$ 이므로

△ABM ≡ △DCM (SSS 합동)

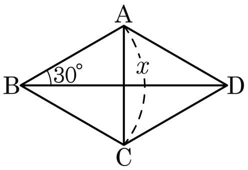
□ABCD 는 평행사변형 이므로 $\angle A + \angle D = 180°$

△ABM ≡ △DCM 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

평행사변의 한 내각의 크기가 $\angle 90°$ 이다.

∴ □ABCD 는 직사각형

8. 마름모 ABCD 의 둘레가 16cm 일 때, x 의 길이를 구하여라.



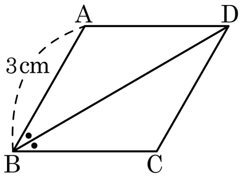
▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

마름모의 대각선은 내각을 이등분하므로 $\angle ABC = 60°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 한 변의 길이가 $16 \div 4 = 4(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 를 그었더니 $\angle ABD = \angle DBC$ 가 되었다. $\overline{AB} = 3\text{cm}$ 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

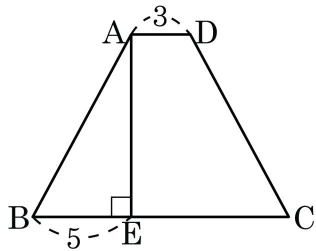
해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle DBC = \angle BDA$ ($\because$ 엇각) 이므로

$\angle ABD = \angle ADB$ 이므로 $\triangle ABD$ 는 이등변삼각형

$\therefore \overline{AB} = \overline{AD} = 3\text{cm}$

10. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

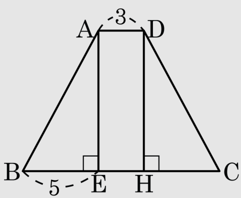


▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABE \equiv \triangle DCH$는 RHA 합동이고, $\overline{BE} = \overline{CH}$이다.

$\therefore \overline{BC} = 5 + 3 + 5 = 13$

11. 사다리꼴, 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 나타낸 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 정사각형은 사다리꼴이다.

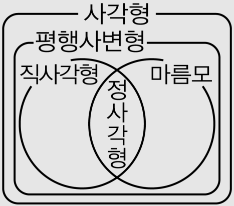
② 정사각형은 직사각형이면서 마름모이다.

③ 직사각형은 평행사변형이다.

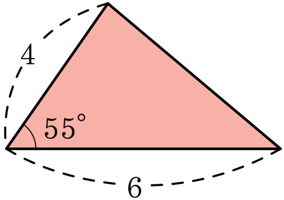
④ 직사각형은 마름모이다.

⑤ 직사각형은 사다리꼴이다.

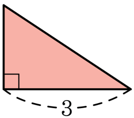
해설



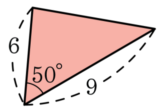
12. 다음 주어진 삼각형과 닮은 삼각형을 알맞게 짝지은 것은?



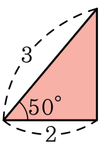
①



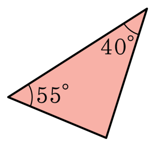
②



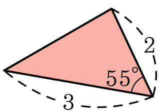
③



④



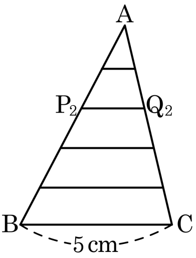
⑤



해설

⑤는 SAS 닮음이다.

13. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC}$ 의 길이는 5cm 이고, $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 5 등분점을 위에서부터 각각 P_1, P_2, P_3, P_4 와 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 라 할 때, $\overline{P_2Q_2}$ 의 길이는?



① 1 cm ② 2 cm ③ 3 cm

④ 4 cm ⑤ 5 cm

해설

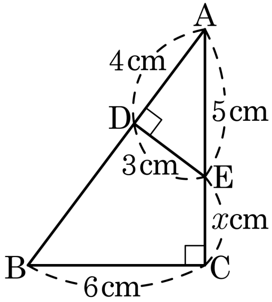
$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 는 공통,

$\overline{AP_2} : \overline{AB} = \overline{AQ_2} : \overline{AC} = 2 : 5$ 이므로 $\triangle AP_2Q_2 \backsim \triangle ABC$ (SAS 닮음)

$\triangle AP_2Q_2$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비가 $2 : 5$ 이므로

$\overline{P_2Q_2} : \overline{BC} = 2 : 5$ 따라서 $\overline{P_2Q_2} = \dfrac{2 \times 5}{5} = 2(\text{cm})$ 이다.

14. 다음 그림에서 x 의 값은?



① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{2}$　③ $\frac{5}{2}$　④ 3　⑤ 4

해설

$\triangle$ABC 와 $\triangle$AED 에서 $\angle$A 는 공통,

$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (AA 닮음)

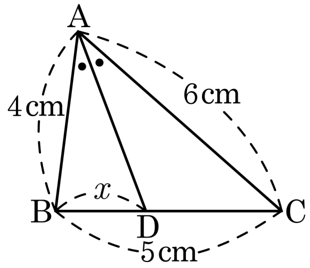
$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$

$(5 + x) : 4 = 6 : 3$

$3(5 + x) = 24$

$5 + x = 8 \qquad \therefore \ x = 3$

15. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 5cm$, $\overline{CA} = 6cm$ 라 한다. 이 때, x 의 길이는?



① 1.5cm　② 2cm　③ 2.5cm
④ 3cm　⑤ 3.5cm

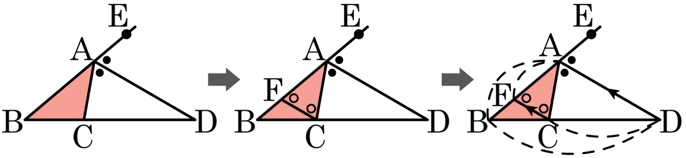
해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

$4 : 6 = x : (5 - x)$

$20 - 4x = 6x$, $x = 2(cm)$

16. 다음은 삼각형의 외각의 이등분선으로 생기는 선분의 비를 구하는 과정이다. 빈칸에 알맞은 것을 고르면?



보기

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선

$\angle ACF = \angle AFC$ 이므로 $\triangle ACF$ 는 $\boxed{\quad ㉠ \quad}$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{FC}$ 에서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \boxed{\quad ㉡ \quad} : \overline{CD}$

① 직각삼각형, $\overline{BC}$

② 예각삼각형, $\overline{BD}$

③ 정삼각형, $\overline{BD}$

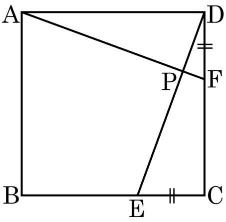
④ 이등변삼각형, $\overline{BC}$

⑤ 이등변삼각형, $\overline{BD}$

해설

$\triangle BDA$ 에서 $\overline{BA} : \overline{FA} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 정사각형이다. $\overline{EC} = \overline{FD}$, $\square PECF = 12\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle APD$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad \mathrm{cm}^2}$

▷ 정답 : $12\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

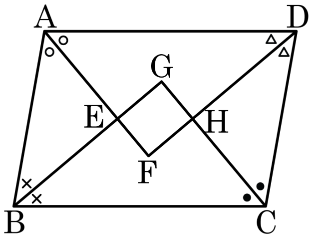
해설

$\triangle DEC \equiv \triangle AFD$ (SAS 합동)이므로

$\triangle DPF$ 는 공통

따라서 $\triangle APD = \square PECF = 12\ (\mathrm{cm}^2)$

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고,
$\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

19. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

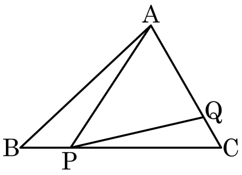
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{BP} : \overline{CP} = \overline{CQ} : \overline{AQ} = 1 : 3$ 이다. $\triangle APQ = 24\,cm^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ **답 :** ________ cm^2

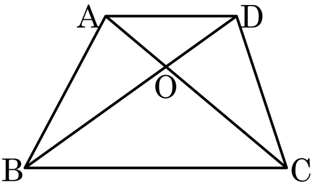
▷ **정답 :** $\dfrac{128}{3}$ cm^2

해설

$\triangle APC = 24 \times \dfrac{4}{3} = 32(cm^2)$

$\therefore \triangle ABC = 32 \times \dfrac{4}{3} = \dfrac{128}{3}(cm^2)$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOB = 80\text{cm}^2$, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

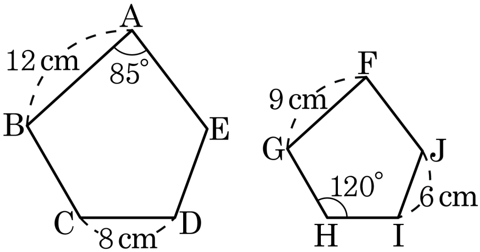


① 180cm^2　② 200cm^2　③ 220cm^2
④ 240cm^2　⑤ 260cm^2

해설

$\triangle AOB = \triangle COD = 80\text{cm}^2$
또, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 160\text{cm}^2$
따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 80 + 160 = 240(\text{cm}^2)$

22. 다음 그림에서 두 오각형 ABCDE 와 FGHIJ 는 닮은 도형이다. 이때, $\angle F$ 의 크기와 $\overline{DE}$ 의 길이를 각각 구하여라.



▶ 답: ______ °

▶ 답: ______ cm

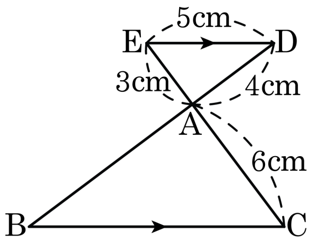
▷ 정답: $\angle F = 85$ °

▷ 정답: $\overline{DE} = 8$ cm

해설

오각형ABCDE $\backsim$ 오각형FGHIJ 이고, 닮음비는 $\overline{AB} : \overline{FG} = 12 : 9 = 4 : 3$ 이다.
닮음 도형에서 대응하는 각의 크기는 서로 같으므로 $\angle F$ 의 크기는 대응각 $\angle A$ 와 같다. 그리하여 $\angle F = 85°$ 이다.
닮음비가 $4 : 3$ 이므로 $\overline{DE} : \overline{IJ} = 4 : 3 = \overline{DE} : 6$ 이다.
$3 \times \overline{DE} = 24$, $\overline{DE} = 8\text{cm}$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는?

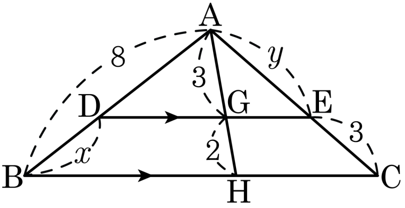


① 24cm ② 26cm ③ 27cm ④ 30cm ⑤ 32cm

해설

$\triangle ADE \backsim \triangle ABC$(AA 닮음)이고
닮음비가 $1:2$이므로
($\triangle ABC$의 둘레의 길이)
$= 2\times$($\triangle ADE$의 둘레의 길이)$= 24$(cm)

24. 다음 그림에서 $\overline{BC} // \overline{DE}$ 일 때, xy 의 값은?



① $\frac{72}{5}$ ② $\frac{73}{5}$ ③ $\frac{74}{5}$ ④ 15 ⑤ $\frac{82}{5}$

해설

$\overline{BH} // \overline{DG}$ 이므로 $8 : x = (3+2) : 2$

$5x = 16$

$x = \frac{16}{5}$

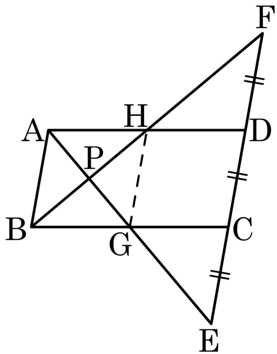
$\overline{HC} // \overline{GE}$ 이므로 $3 : 2 = y : 3$

$2y = 9$

$y = \frac{9}{2}$

$\therefore\ xy = \frac{16}{5} \times \frac{9}{2} = \frac{72}{5}$

25. 다음 그림에서 □ABCD는 평행사변형이고 $2\overline{AB} = \overline{AD} = 6$이다. $\overline{FD} = \overline{DC} = \overline{CE}$일 때, □ABGH의 둘레의 길이를 구하면?

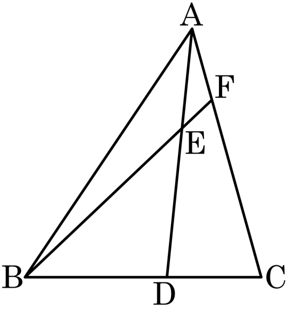


① 10　　② 12　　③ 14　　④ 16　　⑤ 18

해설

$\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{DF}$
$\angle ABH = \angle HFD$(엇각)
$\angle BAH = \angle HDF$(엇각)이므로
$\triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)
따라서 $\overline{AH} = \overline{HD} = 3$이다.
마찬가지로 $\triangle ABG \equiv \triangle ECG$에서 $\overline{BG} = 3$이므로
□ABGH는 마름모이다.
따라서 둘레의 길이는 $3 \times 4 = 12$이다.

26. 다음과 같이 넓이가 36 인 삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}}=2\overline{\mathrm{DC}}$, $\overline{\mathrm{ED}}=3\overline{\mathrm{AE}}$ 이고, 선분 BE 의 연장선과 변 AC 의 교점을 F 라 할 때, $\overline{\mathrm{BE}}=5\overline{\mathrm{EF}}$ 일 때, $\triangle\mathrm{ABE}+\square\mathrm{CDEF}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16.8

해설

$\overline{\mathrm{BE}}=5\overline{\mathrm{EF}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABE}=5\triangle\mathrm{AEF}$

$\overline{\mathrm{ED}}=3\overline{\mathrm{AE}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{EBD}=3\triangle\mathrm{ABE}$

따라서 $\triangle\mathrm{EBD}=15\triangle\mathrm{AEF}$

$\overline{\mathrm{BD}}=2\overline{\mathrm{DC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{ABD}=2\triangle\mathrm{ACD}$ 이다.

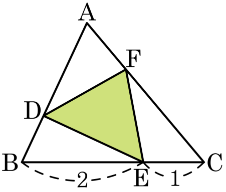
$\triangle\mathrm{AEF}$ 의 넓이를 k 라 하면

$\triangle\mathrm{ABD}=5k+15k=20k$

따라서 $\triangle\mathrm{ABC}=30k=36$ 이므로 $k=\dfrac{6}{5}$ 이다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{ABE}+\square\mathrm{CDEF}&=5k+(10k-k)\\&=14k\\&=14\times\frac{6}{5}\\&=16.8\end{aligned}$$

27. $\triangle ABC$ 에서 점 D, E, F 는 각 변을 $2:1$ 로 내분하는 점이다. $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEF$ 의 넓이는?



① $\dfrac{8}{9}\,\text{cm}^2$ ② $\dfrac{32}{9}\,\text{cm}^2$ ③ $\dfrac{46}{9}\,\text{cm}^2$

④ $6\,\text{cm}^2$ ⑤ $8\,\text{cm}^2$

해설

$$\triangle ADF = \frac{2}{3}\triangle FAB = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{3}\triangle ABC\right) = \frac{2}{9}\triangle ABC$$

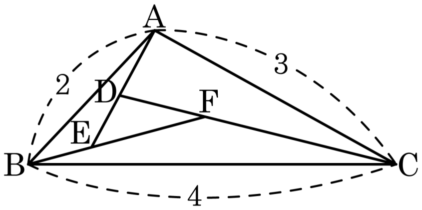
마찬가지 방법으로 $\triangle BDE = \triangle CEF = \dfrac{2}{9}\triangle ABC$

따라서 $\triangle DEF = \dfrac{1}{3}\triangle ABC$

그런데 $\triangle ADF = 4\,\text{cm}^2$ 이므로 $\triangle ABC = 18\,\text{cm}^2$

$\triangle DEF = 6\,\text{cm}^2$

28. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB}=2$, $\overline{BC}=4$, $\overline{CA}=3$이고, $\angle BAE=\angle CBF=\angle ACD$일 때, $\overline{DE}:\overline{EF}$는?



① 2 : 3 ② 3 : 2 ③ 4 : 3 ④ 3 : 4 ⑤ 1 : 2

해설

$\angle DAC=x$, $\angle FCB=y$, $\angle EBA=z$라 하면,

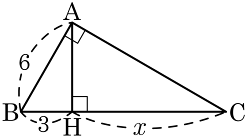
$\angle EDF=x+\angle ACD=x+\angle BAE=\angle A$

$\angle DFE=y+\angle CBF=y+\angle ACD=\angle C$

$\angle FED=z+\angle BAE=z+\angle CBF=\angle B$

$\therefore \triangle ABC \backsim \triangle DEF$이므로 $\overline{DE}:\overline{EF}=\overline{AB}:\overline{BC}=1:2$

29. 다음 그림에서 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 9 cm

해설

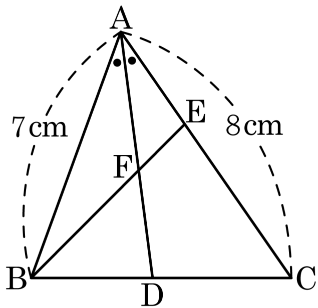
$\triangle ABC \backsim \triangle HBA$(AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{HB} = \overline{BC} : \overline{BA}$

$6 : 3 = (3 + x) : 6$

$36 = 9 + 3x$, $x = 9$

30. 다음 그림에서 넓이가 $80\mathrm{cm}^2$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다. $\overline{AB} = 7\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 8\mathrm{cm}$ 이고, $\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점을 F 라 할 때, $\triangle ABF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $21\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\overline{AE} : \overline{EC} = 3 : 5$ 이므로 $\overline{AE} = 3\mathrm{cm}$

$\triangle ABE$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{AF}$ 이므로

$\overline{BF} : \overline{EF} = \overline{AB} : \overline{AE} = 7 : 3$

$$\therefore\ \triangle ABF = \frac{7}{10}\triangle ABE = \frac{7}{10} \times \left(\frac{3}{8}\triangle ABC\right)$$
$$= \frac{21}{80}\triangle ABC = \frac{21}{80} \times 80 = 21(\mathrm{cm}^2)$$