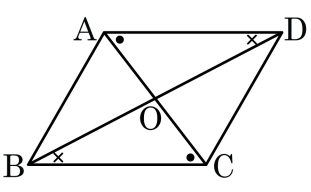
1. 다음은 '평행사변형에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.' 를 증명한 것이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] ☐
[결론] $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$
[증명] $\triangle OAD$와 $\triangle OCB$에서
$\overline{AD}=\overline{BC}\cdots$㉠
$\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$이므로
$\angle OAD=\angle OCB$ (엇각) $\cdots$㉡
$\angle ODA=\angle OBC$ (엇각) $\cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle OAD\equiv\triangle OCB$ (ASA 합동)
$\therefore \overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$

① □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② □ABCD에서 $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

③ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

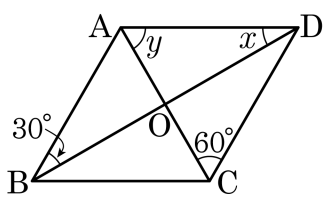
④ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$

⑤ □ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{AD}$, $\overline{CD}\,//\,\overline{BC}$

해설

□ABCD에서 $\overline{AB}\,//\,\overline{DC}$, $\overline{AD}\,//\,\overline{BC}$를 가정하여 $\overline{AO}=\overline{CO}$, $\overline{BO}=\overline{DO}$를 증명하는 과정이다.

2. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



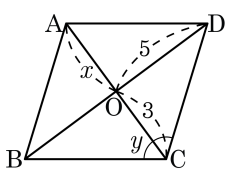
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 90°

해설

$\angle CAD = \angle ACB$, $\angle ABD = \angle BDC$ 이다.
$\angle ADC + \angle BCD = 180° = \angle x + \angle y + 60° + 30°$ 이므로, $\angle x + \angle y = 90°$ 이다.

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle y = 73°$ ② $x = 3$

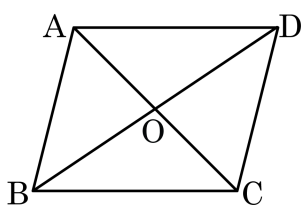
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

4. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되지 않는 것은?



① $\triangle AOD \equiv \triangle COB$

② $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$

③ $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AB} = \overline{DC} = 5cm$

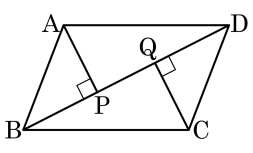
④ $\angle A = 130°, \angle B = 50°, \angle C = 130°$

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$

해설

⑤ $\angle OAD = \angle OCB$, $\angle ODA = \angle OBC$ 일 때, $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이다.

5. 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 각각 P, Q 라고 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

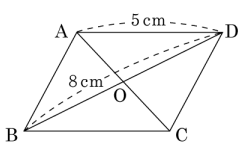


① $\triangle ABP \equiv \triangle CDQ$
② $\overline{AP} = \overline{PC}$
③ $\overline{AP} = \overline{CQ}$
④ $\overline{AP} // \overline{QC}$
⑤ $\overline{BQ} = \overline{DP}$

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$, $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$(RHA 합동)
$\therefore \overline{AP} = \overline{CQ} \cdots\cdots ①$
또 $\overline{AP} \perp \overline{BD}$, $\overline{CQ} \perp \overline{BD}$ 이므로 $\overline{AP} // \overline{CQ} \cdots\cdots ②$
①, ②에서 한 쌍의 대변이 평행하고 길이가 같으므로 $\square APCQ$ 는 평행사변형이다.
따라서 $\overline{BP} = \overline{DQ}$ 이므로 $\overline{BQ} = \overline{BP} + \overline{PQ} = \overline{DQ} + \overline{PQ} = \overline{DP}$ 이다.

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 직사각형이 되도록 하는 조건을 보기에서 모두 골라라. (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)



보기

㉠ $\overline{CD} = 5cm$ ㉡ $\overline{OB} = 4cm$

㉢ $\angle C = 90°$ ㉣ $\overline{AC} = 8cm$

㉤ $\angle A + \angle B = 180°$ ㉥ $\angle AOD = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

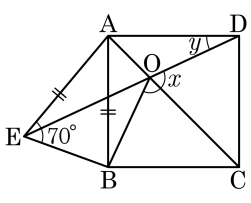
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

평행사변형이 직사각형이 되는 조건
두 대각선의 길이가 서로 같다. → $\overline{AC} = 8cm$
한 내각이 직각이다. → $\angle C = 90°$

7. 다음 그림의 정사각형 ABCD에 대하여 $\angle x+\angle y$의 크기를 구하여라.



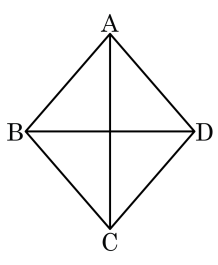
▶ 답 : _____ °

▷ 정답 : 165°

해설

△ABE는 이등변삼각형이므로 $\angle EAB = 40°$이고, $\angle EAD = 130°$이다.
△EAD도 이등변삼각형이므로 $\angle y = 25°$이다.
$\angle y = 25°$, $\angle ODC = 65° = \angle OBC$이므로
$\angle DOB + \angle OBC + \angle BCD + \angle CDO = 360°$
$\angle x = 360° - 90° - 65° - 65° = 140°$
$\therefore \angle x + \angle y = 165°$

8. 다음 그림의 마름모 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

㉠ 두 대각선의 길이가 서로 같다.

㉡ 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.

㉢ 네 변의 길이가 모두 같다.

㉣ 네 각의 크기가 모두 직각이다.

㉤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

▶ 답 :

▶ 답 :

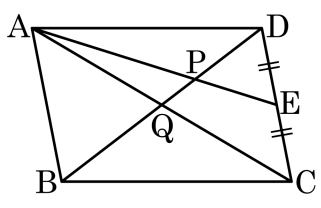
▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

해설

마름모의 중점을 연결하여 만든 사각형은 직사각형이 된다.
두 대각선이 서로 수직으로 만나는 것과 네 변의 길이가 모두 같은 것은 마름모의 성질이다.

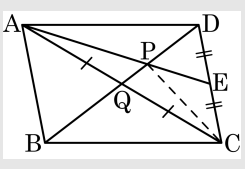
9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 점 E는 변 DC의 중점이고, $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$이다. 평행사변형의 넓이는 300일 때, $\triangle APQ$의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 25

해설



$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 75$

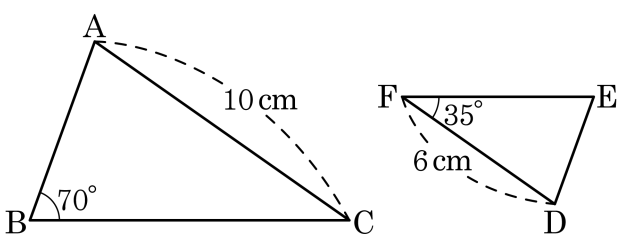
$\triangle APC : \triangle EPC = 2 : 1$이므로

$\triangle APC = \frac{2}{3}\triangle ACE = \frac{2}{3} \times 75 = 50$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore \triangle APQ = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 50 = 25$

10. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① 점 C 에 대응하는 점은 점 F 이다.

② $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$ 이므로
$\triangle ABC = \triangle DEF$ 이다.

③ $\overline{AB}$ 에 대응하는 변은 $\overline{DE}$ 이다.

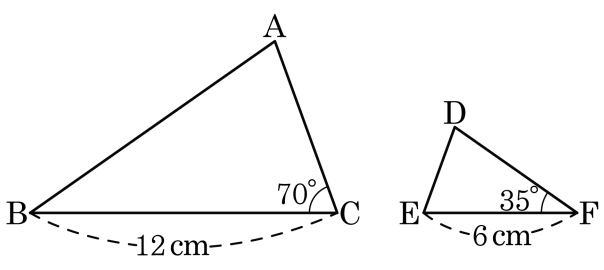
④ $\overline{AB} : \overline{DE} = 5 : 3$ 이다.

⑤ $\overline{BC} : \overline{DF} = 5 : 3$ 이다.

해설

② 닮음이라고해서 넓이가 같지는 않다.
⑤ $\overline{AC} : \overline{DF} = 5 : 3$

11. 다음 중 어느 조건을 추가하면 다음 두 삼각형이 닮은 도형이 되는가?



① $\angle A = 75°$, $\angle E = 70°$

② $\overline{AB} = 9\,\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\,\text{cm}$

③ $\angle B = 65°$, $\angle E = 40°$

④ $\overline{AC} = 8\,\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\,\text{cm}$

⑤ $\angle B = 75°$, $\overline{DE} = 12\,\text{cm}$

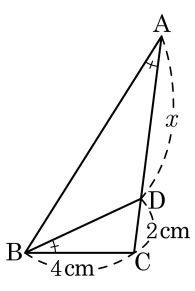
해설

$\angle A = 75°$, $\angle E = 70°$ 이면
$\angle B = 35°$, $\angle D = 75°$ 가 되므로
$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$ (AA 닮음)

12. 다음 그림에서 x 의 길이는?

① 6cm　② 7cm　③ 8cm

④ 10cm　⑤ 12cm



해설

$\triangle ABC \backsim \triangle CBD$(AA닮음)

$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{CD} : \overline{BC}$

$4 : (x+2) = 2 : 4$

$\therefore x = 6(\text{cm})$

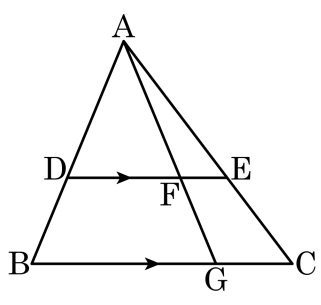
13. 다음과 같은 직각삼각형에서 x, y 의 값은 얼마인가?

① $x = 16,\ y = 16$
② $x = 16,\ y = 18$
③ $x = 16,\ y = 20$
④ $x = 18,\ y = 24$
⑤ $x = 18,\ y = 26$

해설

$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$
$144 = 9x$
$\therefore\ x = 16$
$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$
$y^2 = 16 \times 25 = 400$
$\therefore\ y > 0$ 이므로 $y = 20$

14. 다음 그림에서 $\overline{BC}//\overline{DE}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



보기

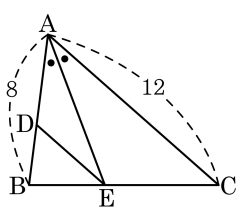
㉠ $\frac{\overline{DF}}{\overline{FE}} = \frac{\overline{BG}}{\overline{GC}}$
㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{EC}$
㉢ $\overline{AE} : \overline{EC} = \overline{AD} : \overline{DB}$
㉣ $\frac{\overline{FE}}{\overline{GC}} = \frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$
㉤ $\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{BD}}$

① ㉠,㉡ ② ㉠,㉢,㉣ ③ ㉢,㉣,㉤
④ ㉡,㉢,㉣ ⑤ ㉠,㉡,㉤

해설

㉡ $\overline{DF} : \overline{BG} = \overline{AE} : \overline{AC}$ ㉤ $\frac{\overline{AF}}{\overline{AG}} = \frac{\overline{AE}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AB}}$

15. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AE}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이다. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이는?



① 6 ② 2.4 ③ 10

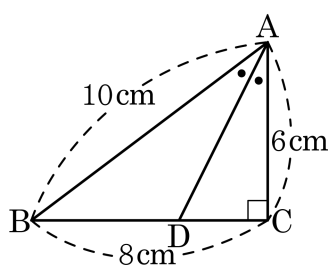
④ 4.8 ⑤ 9.6

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BE} : \overline{EC} = 2 : 3$

$2 : 5 = x : 12 \quad \therefore x = 4.8$

16. 다음 그림은 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이고 점 D 는 $\angle A$ 의 이등분선과 $\overline{BC}$ 와의 교점이다. $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, $\overline{AC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADC$ 의 넓이를 구하면?



① 8cm^2 ② 9cm^2 ③ 10cm^2

④ 11cm^2 ⑤ 12cm^2

해설

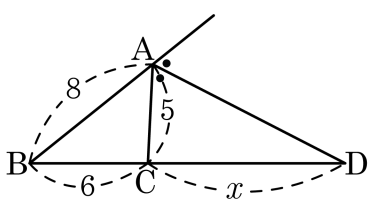
$\triangle ABC$ 는 직각삼각형이므로 넓이는 $8 \times 6 \times \frac{1}{2} = 24(\text{cm}^2)$ 이다.

$\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이므로 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$

$\triangle ABD$ 와 $\triangle ADC$ 에서 높이는 같고, 밑변이 $5 : 3$ 이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 5 : 3$ 이다.

$\therefore \triangle ABD = \frac{3}{8}\triangle ABC = \frac{3}{8} \times 24 = 9(\text{cm}^2)$

17. 다음 그림과 같이 △ABC 에서 ∠A 의 외각의 이등분선과 $\overline{BC}$ 의 연장선과의 교점을 D 라 할 때, △ABC : △ACD 는?



① 8 : 5 ② 5 : 8 ③ 3 : 5 ④ 5 : 3 ⑤ 8 : 3

해설

$\overline{AB}$: $\overline{AC}$ = $\overline{BD}$: $\overline{CD}$ 이므로 $8 : 5 = (6 + x) : x$

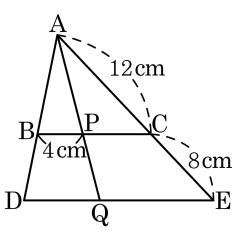
$3x = 30$

$\therefore x = 10$

△ABC, △ACD 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

따라서 밑변의 비는 6 : 10 이므로 넓이의 비는 3 : 5 이다.

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, $\overline{DQ}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : $\frac{20}{3}$ cm

해설

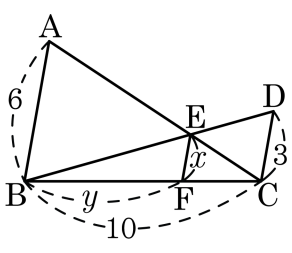
$\overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{AE} : \overline{AC} = 20 : 12 = 5 : 3$

$\overline{AQ} : \overline{AP} = \overline{DQ} : \overline{BP}$

$5 : 3 = \overline{DQ} : 4$

$3\overline{DQ} = 20, \overline{DQ} = \frac{20}{3}$ cm

19. 다음 그림에서 $\overline{AB}//\overline{EF}//\overline{CD}$일 때, $x+y$의 길이는?



① $\frac{22}{5}$ ② $\frac{23}{5}$ ③ $\frac{24}{5}$ ④ $\frac{26}{3}$ ⑤ $\frac{28}{3}$

해설

$\overline{AB} : \overline{CD} = 6 : 3 = 2 : 1$이므로 $\overline{AE} : \overline{CE} = 2 : 1$이다.

i) $2 : 3 = y : 10$

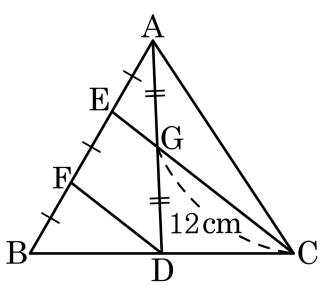
$\therefore y = \frac{20}{3}$

ii) $3 : 2 = 3 : x$

$\therefore\ x = 2$

$\therefore\ x+y = \frac{26}{3}$

20. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FB}$ 이고, $\overline{AG} = \overline{GD}$ 일 때, $\overline{EG}$ 의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 4cm ④ 5cm ⑤ 6cm

해설

△AFD 에서 $\overline{AE} = \overline{EF}$, $\overline{AG} = \overline{GD}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리에 의해

$\overline{FD} = 2x$, $\overline{FD} /\!/ \overline{EG}$

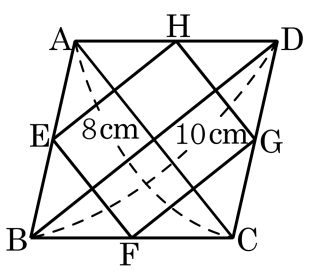
△BCE 에서 $\overline{BF} = \overline{FE}$, $\overline{FD} /\!/ \overline{EC}$ 이므로 삼각형의 중점연결정리의 역에 의해

$\overline{FD} = \dfrac{x+12}{2}\text{cm}$

$\overline{FD} = 2x = \dfrac{x+12}{2}$

$\therefore x = 4(\text{cm})$ 이다.

21. 다음 그림과 같은 □ABCD 는 평행사변형이다. $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 의 둘레의 길이는?



① 16cm ② 18cm ③ 20cm ④ 22cm ⑤ 24cm

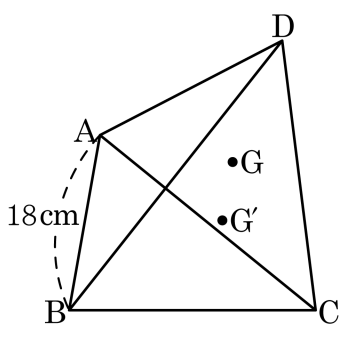
해설

$\overline{EH} = \overline{FG} = \frac{1}{2}\overline{BD} = \frac{1}{2} \times 10 = 5\,(\text{cm})$

$\overline{EF} = \overline{HG} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2} \times 8 = 4\,(\text{cm})$

$\therefore$ (□EFGH의 둘레의 길이) $= \overline{EF} + \overline{FG} + \overline{GH} + \overline{HE} = 4 + 5 + 4 + 5 = 18\,(\text{cm})$

22. 다음 그림에서 점 G, G′ 은 각각 △ACD, △DBC 의 무게중심이다. $\overline{AB} = 18\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?

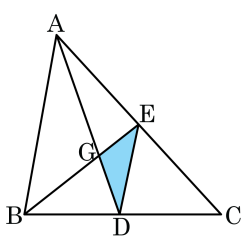


① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm ④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

$\overline{CD}$ 의 중점을 M 이라 하면
$\overline{AG} : \overline{GM} = 2 : 1$
$\overline{BG'} : \overline{G'M} = 2 : 1$
즉, △MGG′, △MAB 는 닮음이고
$\overline{GG'} : \overline{AB} = 1 : 3$ 이므로
$\overline{GG'} : 18 = 1 : 3$
$\therefore \overline{GG'} = 6\,(\text{cm})$

23. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $60\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle GDE$ 의 넓이를 구하면?



① $5\,\mathrm{cm}^2$ ② $7\,\mathrm{cm}^2$ ③ $8\,\mathrm{cm}^2$
④ $10\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $12\,\mathrm{cm}^2$

해설

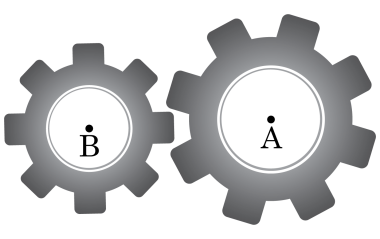
$\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle GDE = \frac{1}{2}\triangle BGD$

$\triangle BGD = \frac{1}{6}\triangle ABC$

$\triangle GDE = \frac{1}{12}\triangle ABC = \frac{1}{12} \times 60 = 5(\,\mathrm{cm}^2)$

24. 다음 그림의 톱니바퀴에서 A 톱니바퀴가 5 회전하면 B 톱니바퀴는 7 회전한다. B 톱니바퀴의 넓이가 $150\pi\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, A 톱니바퀴의 넓이를 구하면?



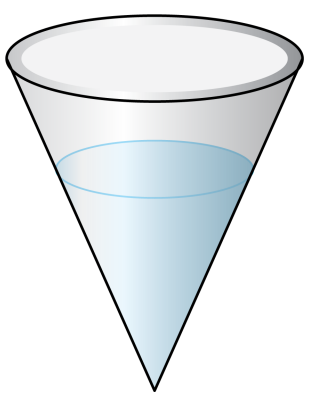
① $200\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $218\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $240\pi\,\mathrm{cm}^2$

④ $262\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $294\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

회전수와 톱니의 둘레는 반비례하므로 $A : B = 7 : 5$(둘레의 비)
(넓이 비) $\mathrm{A} : \mathrm{B} = 7^2 : 5^2 = 49 : 25 = \mathrm{A} : 150\pi$
$\therefore A = 294\pi(\,\mathrm{cm}^2)$

25. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 전체 높이의 $\frac{2}{3}$ 까지 물을 넣었을 때, 그릇의 부피가 $540\pi\text{cm}^3$ 라고 한다. 물의 부피를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\text{cm}^3}$

▷ 정답 : $160\pi\,\underline{\text{cm}^3}$

해설

물을 채운 원뿔과 전체 원뿔의 닮음비는 2 : 3, 부피의 비는 $2^3 : 3^3 = 8 : 27$ 이다.

$\therefore$ (원뿔을 채운 물의 부피) $= 540 \times \frac{8}{27} = 160\pi(\text{cm}^3)$