

1. 조부모님, 부모님을 포함한 7명의 가족이 일렬로 서서 사진을 찍으려고 한다. 사진을 찍는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 5040 가지

해설

${}_7P_7 = 7! = 5040$ (가지)

2. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

3. ${}_5P_0 = a$, ${}_5P_5 = b$ 라 할 때, $b - a$ 의 값은?

① 104

② 111

③ 115

④ 119

⑤ 120

해설

$$a = {}_5P_0 = 1$$

$$b = {}_5P_5 = 5! = 120$$

$$\therefore b - a = 119$$

4. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 90가지

해설

$${}_{10}P_2 = 90$$

5. n 권의 책이 있다. 이 n 권 중에서 5 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂는 방법의 수는? (단, $n \geq 5$)

① ${}_{n-1}P_5$ ② ${}_nP_4$ ③ ${}_nC_4$ ④ ${}_nP_5$ ⑤ ${}_nC_5$

해설

n 권에서 5 권을 뽑는 순열의 수이므로 ${}_nP_5$

6. 재현이네 학교에서 학생 회장 선거에 n 명의 후보가 출마했다. 이 중 회장, 부회장, 서기를 뽑는 방법의 수가 120가지였을 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

n 명의 후보 중 회장, 부회장 서기를 뽑는 방법의 수는 ${}_nP_3$

$${}_nP_3 = n(n-1)(n-2) = 120$$

$$120 = 6 \times 5 \times 4 \text{ 이므로 } n = 6$$

7. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여
서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지

② 120 가지

③ 180 가지

④ 240 가지

⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2 명을 한 묶음
으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 $5!$ 이고, 묶음
안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 이므로,
구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

8. 남자 4명, 여자 3명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 72 ② 112 ③ 144 ④ 216 ⑤ 288

해설

남자 4명을 줄 세운 다음 그 사이 사이에 여자 3명을 배치한다.
 $4! \times 3! = 144$

9. ‘busan’의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$3! \times 2! = 12$

10. 0, 1, 2로 중복을 허락하여 만들 수 있는 다섯 자리의 정수의 개수는?

① 86가지

② 98가지

③ 132가지

④ 162가지

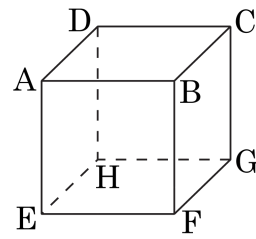
⑤ 216가지

해설

첫 자리에 올 수 있는 숫자는 2가지이고 나머지는 모두 3가지이다.

$\therefore 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 162$ 가지

11. 다음 그림의 정육면체에서 모서리를 따라 꼭짓점 A 에서 G 까지의 최단경로의 수를 구하시오.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

A 에서 가는 방법은 B, D, E 의 3 가지 이고 B, D, E 에서 G 로 가는 방법은 각각 2 가지
(예를 들어 $B \rightarrow C \rightarrow G$ 또는 $B \rightarrow F \rightarrow G$, 2 가지)
 $\therefore$ 따라서 최단경로는 $3 \times 2 = 6$ (가지)

해설

$A \rightarrow B$ 와 같이 가는 경우를 a ,
 $A \rightarrow D$ 와 같이 가는 경우를 b ,
 $A \rightarrow E$ 와 같이 가는 경우를 c 라 하면,
 $A \rightarrow G$ 로 가는 최단경로의 수는 a, b, c 의 배열과 같다.
 $\therefore 3! = 6$ (가지)

12. 다음은 서로 다른 n 개에서 서로 다른 r 개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

(i) n 개에서 특정한 1 개를 뺀 나머지에서 r 개를 꺼내어 배열한다.
(ii) n 개에서 특정한 1 개를 포함하여 r 개를 꺼내어 배열한다.
(i), (ii)는 배반이므로,
 $\therefore {}_n P_r = \boxed{(\text{가})} + \boxed{(\text{나})}$

위의 과정에서 $\boxed{(\text{가})}$, $\boxed{(\text{나})}$ 에 들어갈 알맞은 식은?

- ①

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ②

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_n P_{r-1}$
- ③

(가): ${}_n P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ④

(가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$
- ⑤

(가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i) 에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow$ (가)
(ii) 에서 특정한 1 개를 포함시켜 r 개를 꺼내려면
 $n - 1$ 개에서 $r - 1$ 개를 꺼내어 배열한 다음
 $({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1 개를 다시 이것들과 배열시키는 것을
 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow$ (나)

13. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12가지

해설

$${}_4P_2 = 12$$

14. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n + 1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n + 1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n + 1)! \times 5! = 86400$

$$\therefore (n + 1)! = \frac{86400}{120} = 720 = 6!$$

$$\therefore n = 5$$

15. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$$\Rightarrow 4! = 24$$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해 준다.

$$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$$

16. *cellular* 의 8 개의 문자를 모음끼리 이웃하여 나열하는 방법의 수는?

- ① 705 ② 720 ③ 735 ④ 750 ⑤ 765

해설

l 이 3 번 반복되고, 모음을 하나로 보면, $\Rightarrow \frac{6!}{3!}$

여기에 모음을 배열하는 방법을 곱한다.

$$\therefore \frac{6!}{3!} \times 3! = 720$$

17. 백인종 2 명, 흑인종 3 명, 황인종 2 명을 일렬로 세울 때, 백인종은 백인종끼리, 흑인종은 흑인종끼리 이웃하여 서는 경우의 수를 구하면?

① 24 ② 144 ③ 210 ④ 288 ⑤ 720

해설

백인종과 흑인종을 각각 한 묶음으로 본다.

$$4! \times 2! \times 3! = 288$$

18. 남자 4명, 여자 4명을 일렬로 세울 때, 남녀 교대로 서는 경우의 수를 구하여라.

① 576 ② 872 ③ 1152 ④ 1680 ⑤ 2304

해설

남자 4명을 먼저 줄 세운 다음 사이 사이에 여자 4명을 배치하는 경우와

여자 4명을 먼저 줄 세우고 사이 사이에 남자 4명을 배치하는 경우

$$4! \times 4! \times 2 = 1152$$

19. 남자 3 명, 여자 4 명을 한 줄로 세울 때, 양 끝과 한가운데 여자가 서는 방법의 수는?

- ① 72
- ② 144
- ③ 288
- ④ 576
- ⑤ 684

해설

여자를 a 라 하면,
 a a a 와 같은 방법이어야 하므로 a 의 위치에 세
울 여자를 선택하는 방법은 ${}_4P_3$ 이고, 의 위치에 세울 사람
(여자 1명, 남자 3명)을 선택 하는 방법은 $4!$ 이다.
따라서, 구하는 방법의 수는
 ${}_4P_3 \times 4! = 24 \times 24 = 576$ 이다.

20. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답 : 72 개

▷ 정답 : 72개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 6$$

두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 12$$

$$\text{따라서 } 6 \times 12 = 72$$

22. 여섯 개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5 중 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 만들 수 있는 세 자리의 정수는 몇 개인가?

① 60

② 80

③ 100

④ 125

⑤ 180

해설

백의 자리 : 0 을 제외한 5 개 숫자를 모두 사용

십의 자리 : 백의 자리에 사용한 수를 제외한 5 개

일의 자리 : 백의 자리, 십의 자리에 사용한 수 2 개를 제외한 4 개

$$\therefore 5 \times 5 \times 4 = 100$$

23. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

24. 4개의 숫자 1, 2, 3, 4를 이용하여 만든 네 자리의 정수 중에서 2300보다 큰 수의 개수는?

- ① 12개 ② 16개 ③ 20개 ④ 24개 ⑤ 30개

해설

23□□의 개수 : 2개

24□□의 개수 : 2개

3□□□의 개수 : 6개

4□□□의 개수 : 6개

∴ 2 + 2 + 6 + 6 = 16(개)

25. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.

$$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$$

26. something의 9 개의 문자를 일렬로 나열할 때, *e*와 *i* 사이에 3 개의 문자가 들어 있는 경우의 수는?
- ① 8400

② 16800

③ 33600

④ 50400

⑤ 144000

해설

3 개의 문자를 선택하여 배열하는 경우의 수 : ${}_7P_3$
e와 i 를 배열하는 방법의 수 : 2
e 와 i 그리고 3 개의 문자를 하나로 보고 나머지 문자와 같이 배열하는 방법의 수 : 5!
 ${}_7P_3 \times 2 \times 5! = 50400$

27. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6명이 앉는 방법의 수를 남학생 3명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

28. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

- ① 24
- ② 36
- ③ 48
- ④ 52
- ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 5! (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는 $3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
 $5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

29. 카드 4장이 있는데, 앞쪽과 뒤쪽에 각각 0과 1, 2와 3, 4와 5, 6과 7이라는 숫자가 하나씩 적혀 있다. 이들 카드 4장을 한 줄로 늘어놓아서 만들 수 있는 네 자리 정수의 개수는?

- ① 250
- ② 270
- ③ 272
- ④ 336
- ⑤ 384

해설

구하는 네자리 정수를 빈 칸으로 하고 카드를 뽑아다 채운다면, 천의 자리는 4장의 카드 앞, 뒷면 8가지 가운데 0을 뺀 7가지이고, 만의 자리는 카드 세 장의 앞, 뒷면이 올 수 있으므로 6가지

□	□	□	□
↑	↑	↑	↑
7	6	4	2
가	가	가	가
지	지	지	지

이와 같은 방법으로 하면 총 경우의 수는 $7 \times 6 \times 4 \times 2 = 336$ (가지)

30. ‘국회의사당’의 다섯 글자를 일렬로 나열할 때, 적어도 한쪽 끝에는 받침이 있는 글자가 오도록 하는 방법의 수는?

- ① 36
- ② 48
- ③ 60
- ④ 72
- ⑤ 84

해설

전체의 경우의 수에서 양쪽 끝 모두 받침이 없는 글자가 오는 경우의 수를 빼준다.
 $5! - ({}_3P_2 \times 3!) = 84$

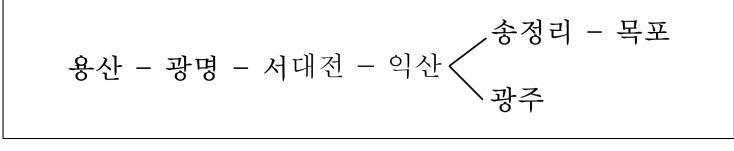
31. 남학생 3명, 여학생 3명을 일렬로 세울 때, 여학생 3명 중 적어도 2명이 이웃하게 서는 방법의 수는?

① 144 ② 240 ③ 432 ④ 576 ⑤ 720

해설

6명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $6! = 720$
여학생 3명이 이웃하지 않게 서는 방법의 수는 남학생 3명을 세우고, 남학생 3명 사이 및 양끝 4개의 자리에 여학생 3명을 세우는 방법의 수와 같으므로 $3! \times 4! = 144$
따라서 구하는 방법의 수는 $720 - 144 = 576$

32. 다음은 고속 철도 *KTX* 의 호남선 운행 노선의 일부이다.



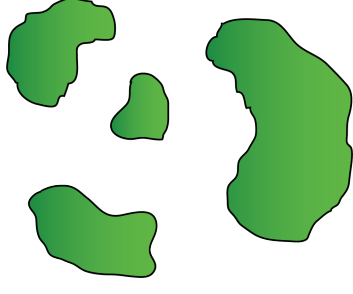
KTX 승차권의 출발역과 도착역만을 고려할 때, 위의 각 역에서 발매하는 편도 승차권의 종류는 모두 몇 가지인가? (단, 광주와 송정리를 연결하는 고속 철도는 없다.)

- ① 36
- ② 38
- ③ 40
- ④ 42
- ⑤ 44

해설

7 개의 역 중 2 개를 선택하여 배열하는 방법과 같다.
 ${}_7P_2 = 42$
그런데 송정리와 광주, 목포와 광주를 운행하는 열차는 존재하지 않으므로 $42 - 2^2 = 38$

33. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D 라 하자.
 (i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$
 $\vdots$
 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$
 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$
 $\vdots$
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 와 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,
 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ 와 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$ 는 같은 방법
 이므로
 $\frac{24}{2} = 12$ (가지)
 (ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.

$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)