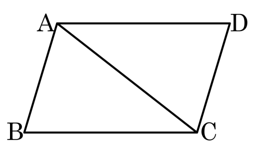
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 않은 것은?



대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다.
$\overline{AB} = $ (①) 이고, $\overline{AD} = $ (②) 이므로
$\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동)
$\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④)
따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$
② $\overline{CB}$
③ SSS
④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$
⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}, \overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$

2. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것을 골라라.

㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
㉣ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

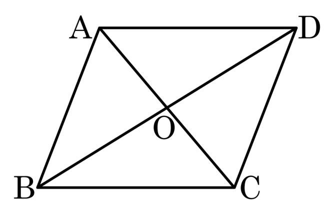
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같아야 한다

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 △OBC 의 넓이가 $30\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?

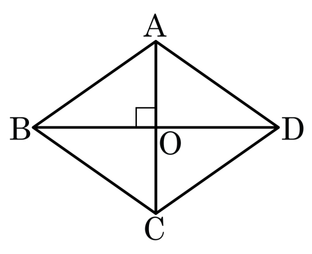


① $90\,\mathrm{cm}^2$ ② $100\,\mathrm{cm}^2$ ③ $110\,\mathrm{cm}^2$
④ $120\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $130\,\mathrm{cm}^2$

해설

□ABCD $= 4 \times$ △OBC $= 4 \times 30 = 120(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면?



① $\angle\mathrm{ABO} = \angle\mathrm{CBO}$

② $\overline{\mathrm{BO}} = \overline{\mathrm{DO}}$

③ $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}}$

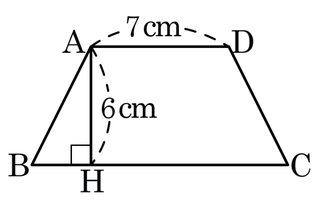
④ $\angle\mathrm{OAD} = \angle\mathrm{ODA}$

⑤ $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고 네 각이 $90°$ 로 모두 같아야 한다.

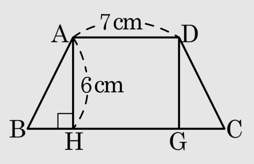
5. □ABCD 는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 그림에서 $\triangle ABH = 9cm^2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

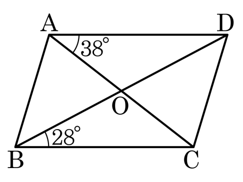
해설

$\triangle ABH = 9cm^2$ 이므로 $\overline{BH} = 3(cm)$
이때, 꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하면 $\overline{BH} = \overline{GC}$ $\overline{GC} = 3(cm)$



따라서 $\overline{BC} = 3 + 7 + 3 = 13(cm)$

6. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, ∠AOD 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

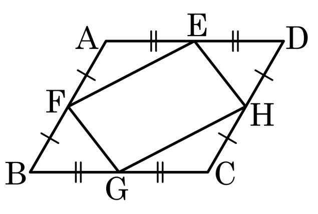
▷ 정답 : 114 °

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD = 28°$ 이고

$$\begin{aligned}\angle AOD &= 180° + \angle COD \\ &= 180° - (38° + 28°) \\ &= 114°\end{aligned}$$

7. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?

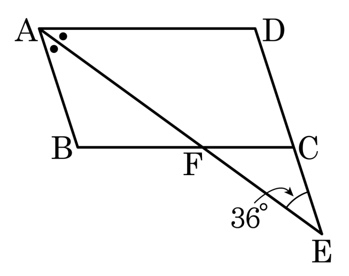


△AFE ≡ △CHG (SAS 합동)
∴ $\overline{EF} = \overline{GH}$
△BGF ≡ △DEH (SAS 합동)
∴ $\overline{FG} = \overline{HE}$
따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$이다.

① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설
평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

8. 평행사변형 ABCD 에서 각 A 의 이등분선이 $\overline{CD}$ 의 연장선과 만나는 점을 E 라 하자. $\angle CEF = 36°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



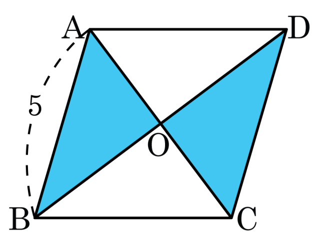
① 36° ② 72° ③ 108° ④ 120° ⑤ 144°

해설

$\angle CEF = \angle BAF = 36°$

$\angle BCD = 2\angle BAF = 72°$

9. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?

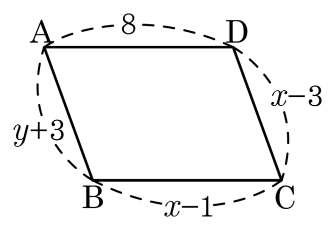


① 21 ② 22 ③ 23 ④ 24 ⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC}$, $\overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$이므로
어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$이다.

10. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?

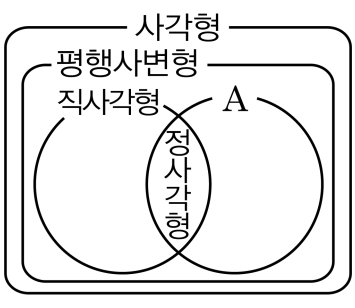


① $x=9,\ y=3$ ② $x=3,\ y=9$ ③ $x=9,\ y=5$
④ $x=5,\ y=3$ ⑤ $x=6,\ y=9$

해설

$x-1=8$에서 $x=9$,
$y+3=x-3=6$에서 $y=3$

11. 다음 그림에서 A에 속하는 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 네 변의 길이가 다르다.

③ 두 대각의 크기가 다르다.

④ 한 쌍의 대변의 길이만 같다.

⑤ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

해설

정사각형은 직사각형이면서 마름모이므로 A는 마름모이다.

12. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.
② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.
③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.
④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.
⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설
④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

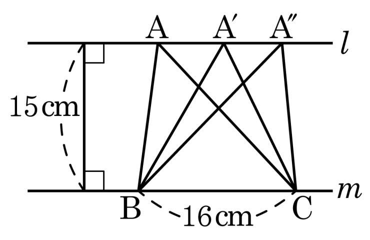
13. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형
② 평행사변형, 마름모
③ 직사각형, 마름모, 정사각형
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형
⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설
두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

14. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$ 의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1　　② 1 : 2 : 1　　③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2　　⑤ 2 : 3 : 1

해설

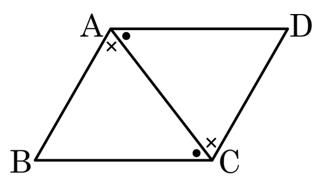
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC : \triangle A'BC : \triangle A''BC = 1 : 1 : 1$

15. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



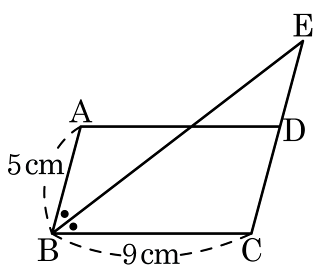
□ABCD 에서 $\overline{AB} \,//\, \overline{DC}$, $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} \,//\, \boxed{\text{ㄴ}}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㄹ}}$합동)
$\therefore$ $\boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS
⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle ACB = \angle DAC$이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 의 이등분선이고, $\overline{AB} = 5\,cm$, $\overline{BC} = 9\,cm$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답： cm

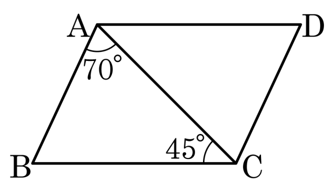
▷ 정답： 4 cm

해설

$\overline{BC} = \overline{CE} = 9\,cm$, $\overline{CD} = 5\,cm$

$\therefore \overline{DE} = 9 - 5 = 4(\,cm)$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle ACB = 45°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



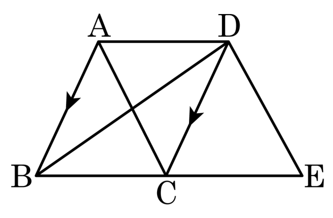
▶ 답: $\underline{\qquad\qquad}°$

▷ 정답: $\underline{65}°$

해설

$\angle ABC = 180° - 70° - 45° = 65°$
$\therefore\ \angle ABC = \angle ADC = 65°$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이고, $\triangle ABC = 16\text{cm}^2$, $\triangle DBE = 34\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABED$ 의 넓이는?

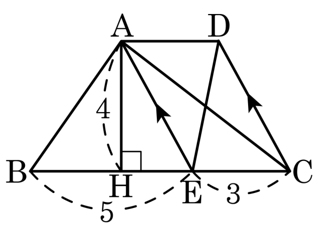


① 30cm^2　② 35cm^2　③ 40cm^2
④ 45cm^2　⑤ 50cm^2

해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle ABD = 16(\text{cm}^2)$
$\therefore \square ABED = \triangle ABD + \triangle DBE$
$= 16 + 34 = 50(\text{cm}^2)$

19. 다음 그림과 같이 □ABED 의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AE}$와 평행한 직선이 $\overline{BE}$의 연장선과 만나는 점을 C라 할 때, □ABED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

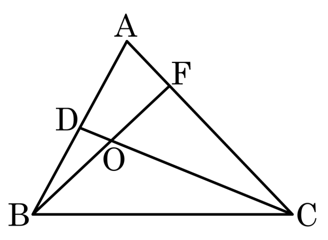
해설

$\overline{AE} \,/\!/\, \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ADE$와 $\triangle ACE$는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore \square ABED = \triangle ABE + \triangle ADE = \triangle ABE + \triangle ACE$

$= \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times (5+3) \times 4 = 16$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 6$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$이다. $\triangle ABC$의 넓이가 560일 때, $\triangle COF$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 560 = 280$

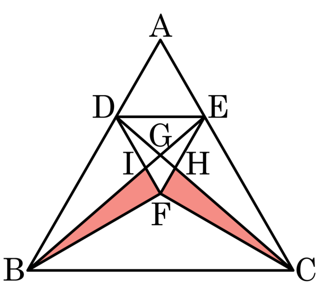
$\overline{AO}$를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 6$ 이므로

$\triangle ACO = \frac{6}{7}\triangle CAD = \frac{6}{7} \times 280 = 240$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$이므로

$\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 240 = 180$

21. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BD} = 2\overline{AD}$, $\overline{CE} = 2\overline{AE}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{AC}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{AB}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{BE}$ 와 $\overline{CD}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle DGI = \triangle EGH = 2$, $\triangle DEG = 4$ 일 때, $\triangle BFI + \triangle CFH$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square ADFE$ 는 평행사변형이므로 $\triangle ADE = \triangle DEF$

$\overline{EF} \,//\, \overline{AB}$ 이므로 $\triangle BEF = \triangle DEF = \triangle ADE$

$\overline{DF} \,//\, \overline{AC}$ 이므로 $\triangle DCF = \triangle DEF = \triangle ADE$

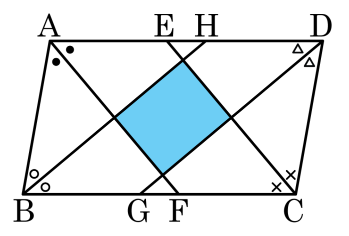
$\triangle DFH + \triangle CFH = \triangle DFH + \triangle DEH$

$\therefore\ \triangle CFH = \triangle DEH$

$$\begin{aligned}\triangle BIF &= \triangle BEF - (\triangle EGH + \square FIGH)\\ &= \triangle DCF - (\triangle DGI + \square FIGH)\\ &= \triangle CFH\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ &\triangle BFI + \triangle CFH = 2\triangle CFH = 2\triangle DEH\\ &= 2(\triangle DEF - \triangle DGI - \triangle DEG)\\ &= 2(2+4) = 12\end{aligned}$$

22. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} // \overline{EC}$, $\overline{BH} // \overline{GD}$)



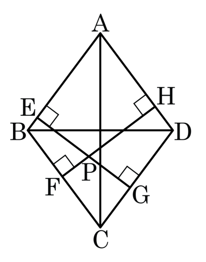
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180°$ 이므로 $\circ + \bullet = 90°$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 $90°$ 이므로 직사각형이다.

23. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $\frac{48}{5}$ cm

해설

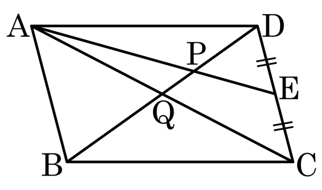
$\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \overline{DA} = 5\text{cm}$ 이고

$\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PBC + \triangle PCD + \triangle PDA$

$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 = \frac{1}{2} \times 5 \times (\overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH})$

$\therefore \overline{PE} + \overline{PF} + \overline{PG} + \overline{PH} = \frac{48}{5}$ cm이다.

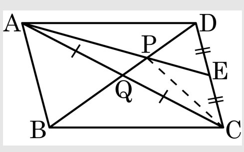
24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E는 $\overline{CD}$의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$이다. □ABCD의 넓이가 60일 때, △APQ의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 15$

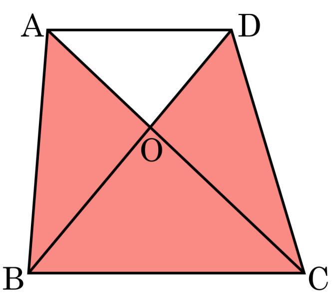
$\triangle APC : \triangle EPC = 2 : 1$ 이므로

$\triangle APC = \frac{2}{3}\triangle ACE = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle APQ = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 △ABD 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO}=2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD:\triangle AOB=2:3$ 이므로

$\triangle AOB=\frac{3}{5}\times\triangle ABD=54$

이때 $\triangle ABD=\triangle ACD$ 이므로

$\triangle AOB=\triangle COD=54$

또, $\triangle COD:\triangle BCO=2:3$ 이므로

$54:\triangle BCO=2:3\quad\therefore\triangle BCO=81$

(색칠한부분의 넓이) $=54+54+81=189$