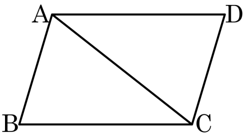
1. 다음 그림과 같은 □ABCD 에서 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 이면 □ABCD 는 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 빈 칸에 들어갈 것 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



> 대각선 AC 를 그어보면 대각선 AC 는 삼각형 ADC 와 삼각형 CBA 의 공통부분이 된다.
> $\overline{AB} = ($ ① $)$ 이고, $\overline{AD} = ($ ② $)$ 이므로
> $\triangle ADC \equiv \triangle CBA$ (③ 합동)
> $\angle BAC = \angle DCA$, $\angle DAC = \angle BCA$(④)
> 따라서 두 쌍의 대변이 각각 (⑤)하므로 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{CD}$

② $\overline{CB}$

③ SSS

④ $\overline{AB} = \overline{DC}, \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ 평행

해설

④ $\overline{AB} // \overline{DC}, \overline{AD} // \overline{BC}$

2. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것을 골라라.

㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
㉡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같다.
㉣ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
㉤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

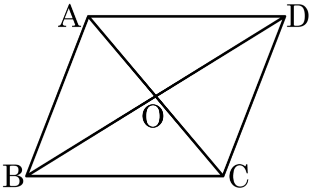
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같아야 한다

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$OBC 의 넓이가 $30\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square$ABCD 의 넓이는?



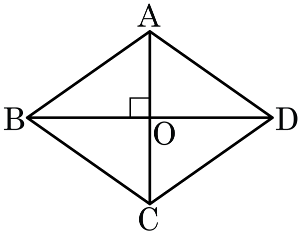
① $90\,\mathrm{cm}^2$　② $100\,\mathrm{cm}^2$　③ $110\,\mathrm{cm}^2$

④ $120\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $130\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square\mathrm{ABCD} = 4 \times \triangle\mathrm{OBC} = 4 \times 30 = 120(\mathrm{cm}^2)$

4. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면?



① $\angle ABO = \angle CBO$　　② $\overline{BO} = \overline{DO}$

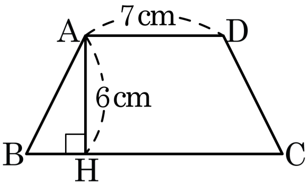
③ $\overline{AC} = \overline{BD}$　　④ $\angle OAD = \angle ODA$

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$

해설

정사각형은 네 변의 길이가 같고 네 각이 $90°$ 로 모두 같아야 한다.

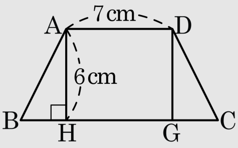
5. $\square ABCD$ 는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. 그림에서 $\triangle ABH =$ 9cm^2 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 9cm ② 10cm ③ 11cm ④ 12cm ⑤ 13cm

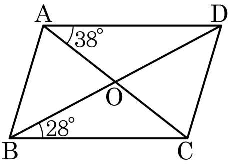
해설

$\triangle ABH = 9\text{cm}^2$ 이므로 $\overline{BH} = 3(\text{cm})$
이때, 꼭짓점 D 에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 G 라 하면 $\overline{BH} =$ $\overline{GC}$ $\overline{GC} = 3(\text{cm})$



따라서 $\overline{BC} = 3 + 7 + 3 = 13(\text{cm})$

6. 다음 그림의 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, $\angle AOD$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : _____ °

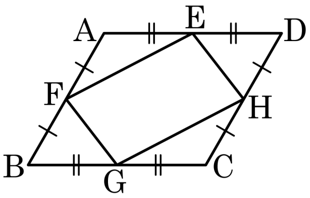
▷ 정답 : 114 °

해설

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로 $\angle ADB = \angle CBD = 28°$ 이고

$$\begin{aligned} \angle AOD &= 180° + \angle COD \\ &= 180° - (38° + 28°) \\ &= 114° \end{aligned}$$

7. 다음은 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 E, F, G, H 라 할 때, □EFGH 는 $\boxed{}$ 임을 증명하는 과정이다. $\boxed{}$ 안에 들어갈 알맞은 것은?



△AFE ≡ △CHG (SAS 합동)

∴ $\overline{EF} = \overline{GH}$

△BGF ≡ △DEH (SAS 합동)

∴ $\overline{FG} = \overline{HE}$

따라서 □EFGH 는 $\boxed{}$ 이다.

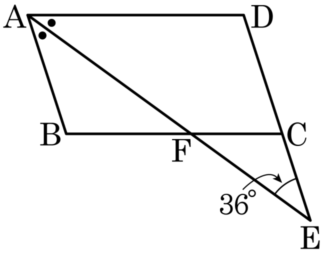
① 등변사다리꼴 ② 직사각형 ③ 마름모

④ 정사각형 ⑤ 평행사변형

해설

평행사변형은 두 대변의 길이가 각각 같다.

8. 평행사변형 ABCD에서 각 A의 이등분선이 $\overline{CD}$의 연장선과 만나는 점을 E라 하자. $\angle CEF = 36^\circ$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기는?



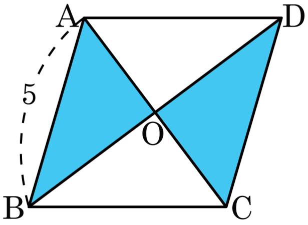
① 36° ② 72° ③ 108° ④ 120° ⑤ 144°

해설

$\angle CEF = \angle BAF = 36^\circ$

$\angle BCD = 2\angle BAF = 72^\circ$

9. 다음 평행사변형 ABCD에서 두 대각선의 길이의 합이 14일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?



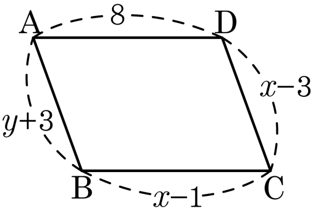
① 21　② 22　③ 23　④ 24　⑤ 25

해설

$\overline{AO}+\overline{CO}=\overline{AC}$, $\overline{BO}+\overline{OD}=\overline{BD}$이므로

어두운 부분의 둘레는 $2\overline{AB}+\overline{AC}+\overline{BD}=10+14=24$이다.

10. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값은?



① $x=9,\ y=3$　② $x=3,\ y=9$　③ $x=9,\ y=5$

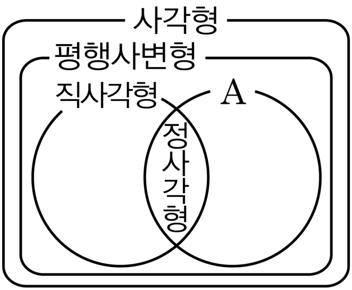
④ $x=5,\ y=3$　⑤ $x=6,\ y=9$

해설

$x-1=8$에서 $x=9$,

$y+3=x-3=6$에서 $y=3$

11. 다음 그림에서 A에 속하는 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 대각선의 길이가 같다.

② 네 변의 길이가 다르다.

③ 두 대각의 크기가 다르다.

④ 한 쌍의 대변의 길이만 같다.

⑤ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

해설

정사각형은 직사각형이면서 마름모이므로 A는 마름모이다.

12. 다음 설명 중 옳은 것은?

① 이웃하는 두 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

② 두 대각선이 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형은 정사각형이다.

③ 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

④ 두 대각선이 서로 수직인 직사각형은 정사각형이다.

⑤ 등변사다리꼴은 평행사변형이다.

해설

④ 직사각형에서 두 대각선이 서로 수직이면 정사각형이 된다.

13. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 마름모, 정사각형

② 평행사변형, 마름모

③ 직사각형, 마름모, 정사각형

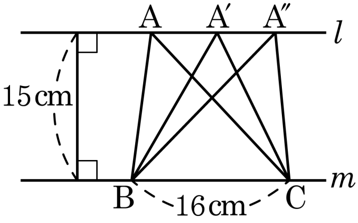
④ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

⑤ 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

해설

두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분하는 사각형은 마름모, 정사각형이다.

14. 다음 그림에서 $l // m$ 이다. l과 m 사이의 거리는 15cm, $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$ 의 넓이의 비는?



① 1 : 1 : 1　② 1 : 2 : 1　③ 1 : 2 : 3
④ 2 : 1 : 2　⑤ 2 : 3 : 1

해설

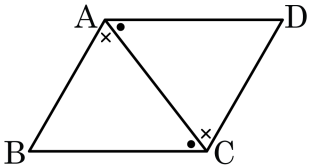
세 변의 삼각형의 밑변, 높이의 길이가 같으므로

$\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$

$= 120(\text{cm}^2)$

$\therefore\ \triangle ABC : \triangle A'BC : \triangle A''BC = 1:1:1$

15. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



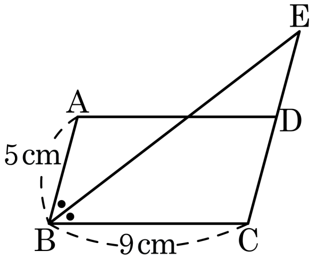
□ABCD 에서 $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{ㄱ}$은 공통 $\cdots$㉠
$\overline{AB} //$ $\boxed{ㄴ}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA \cdots$㉡
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{ㄷ}$ $= \angle DAC \cdots$㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA
($\boxed{ㄹ}$합동)
∴ $\boxed{ㅁ}$ $= \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$
② ㄴ : $\overline{BC}$
③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS
⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} // \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} // \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
△ABC ≡ △CDA (ASA 합동) 이다.

16. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}}$ 는 $\angle\mathrm{ABC}$ 의 이등분선이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 5\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BC}} = 9\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

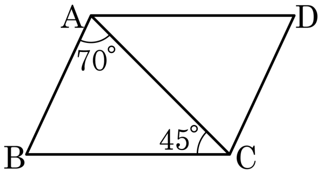
▷ 정답 : 4 cm

해설

$\overline{\mathrm{BC}} = \overline{\mathrm{CE}} = 9\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CD}} = 5\,\mathrm{cm}$

$\therefore \overline{\mathrm{DE}} = 9 - 5 = 4(\,\mathrm{cm})$

17. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAC = 70°$, $\angle ACB = 45°$ 일 때, $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : °

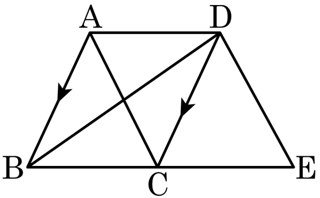
▷ 정답 : 65°

해설

$\angle ABC = 180° - 70° - 45° = 65°$

$\therefore \ \angle ABC = \angle ADC = 65°$

18. 다음 그림에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이고, $\triangle ABC = 16cm^2$, $\triangle DBE = 34cm^2$ 일 때, $\square ABED$ 의 넓이는?



① $30cm^2$　② $35cm^2$　③ $40cm^2$

④ $45cm^2$　⑤ $50cm^2$

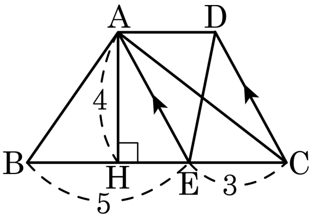
해설

$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$ 이므로 $\triangle ABC = \triangle ABD = 16(cm^2)$

$\therefore \square ABED = \triangle ABD + \triangle DBE$

$= 16 + 34 = 50(cm^2)$

19. 다음 그림과 같이 □ABED 의 꼭짓점 D를 지나고 $\overline{AE}$와 평행한 직선이 $\overline{BE}$의 연장선과 만나는 점을 C라 할 때, □ABED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 16

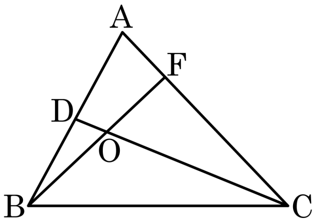
해설

$\overline{AE} // \overline{DC}$ 이므로 $\triangle$ADE 와 $\triangle$ACE 는 밑변과 높이가 같으므로 넓이가 같다.

$\therefore$ □ABED $=\triangle\mathrm{ABE}+\triangle\mathrm{ADE}=\triangle\mathrm{ABE}+\triangle\mathrm{ACE}$

$=\triangle\mathrm{ABC}=\dfrac{1}{2}\times(5+3)\times 4=16$

20. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 1$, $\overline{DO} : \overline{OC} = 1 : 6$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 1 : 3$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 560 일 때, $\triangle COF$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 180

해설

$\triangle CAD : \triangle CBD = 1 : 1$ 이므로

$\triangle CAD = \frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 560 = 280$

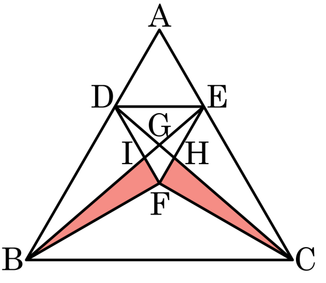
$\overline{AO}$ 를 그으면 $\triangle ADO : \triangle ACO = 1 : 6$ 이므로

$\triangle ACO = \frac{6}{7}\triangle CAD = \frac{6}{7} \times 280 = 240$

또, $\triangle AOF : \triangle COF = 1 : 3$ 이므로

$\triangle COF = \frac{3}{4}\triangle ACO = \frac{3}{4} \times 240 = 180$

21. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{BD}} = 2\overline{\mathrm{AD}}$, $\overline{\mathrm{CE}} = 2\overline{\mathrm{AE}}$ 가 되도록 점 D, E 를 잡고, 점 D 에서 $\overline{\mathrm{AC}}$ 에 평행하게 그은 직선과 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AB}}$ 에 평행하게 그은 직선의 교점을 F 라 하였다. $\overline{\mathrm{BE}}$ 와 $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 교점을 G 라 하고, $\triangle\mathrm{DGI} = \triangle\mathrm{EGH} = 2$, $\triangle\mathrm{DEG} = 4$ 일 때, $\triangle\mathrm{BFI} + \triangle\mathrm{CFH}$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$\square\mathrm{ADFE}$ 는 평행사변형이므로 $\triangle\mathrm{ADE} = \triangle\mathrm{DEF}$

$\overline{\mathrm{EF}} // \overline{\mathrm{AB}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{BEF} = \triangle\mathrm{DEF} = \triangle\mathrm{ADE}$

$\overline{\mathrm{DF}} // \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\triangle\mathrm{DCF} = \triangle\mathrm{DEF} = \triangle\mathrm{ADE}$

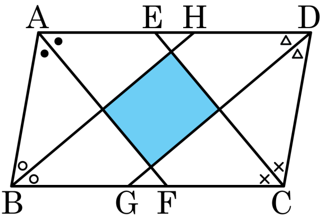
$\triangle\mathrm{DFH} + \triangle\mathrm{CFH} = \triangle\mathrm{DFH} + \triangle\mathrm{DEH}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{CFH} = \triangle\mathrm{DEH}$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{BIF} &= \triangle\mathrm{BEF} - (\triangle\mathrm{EGH} + \square\mathrm{FIGH}) \\ &= \triangle\mathrm{DCF} - (\triangle\mathrm{DGI} + \square\mathrm{FIGH}) \\ &= \triangle\mathrm{CFH}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore\ \triangle\mathrm{BFI} + \triangle\mathrm{CFH} &= 2\triangle\mathrm{CFH} = 2\triangle\mathrm{DEH} \\ &= 2(\triangle\mathrm{DEF} - \triangle\mathrm{DGI} - \triangle\mathrm{DEG}) \\ &= 2(2+4) = 12\end{aligned}$$

22. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} // \overline{EC}$, $\overline{BH} // \overline{GD}$)



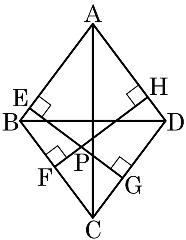
▶ **답 :**

▷ **정답 :** 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180°$ 이므로 $\circ + \bullet = 90°$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 $90°$ 이므로 직사각형이다.

23. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AC}}=8\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{BD}}=6\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AD}}=5\mathrm{cm}$ 이다. 마름모 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, 점 P 에서 네 변에 내린 수선의 길이의 합인 $\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PG}}+\overline{\mathrm{PH}}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}}$

▷ 정답 : $\dfrac{48}{5}\underline{\mathrm{cm}}$

해설

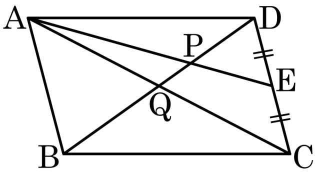
$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{BC}}=\overline{\mathrm{CD}}=\overline{\mathrm{DA}}=5\mathrm{cm}$ 이고

$\square\mathrm{ABCD}=\triangle\mathrm{PAB}+\triangle\mathrm{PBC}+\triangle\mathrm{PCD}+\triangle\mathrm{PDA}$

$\dfrac{1}{2}\times8\times6=\dfrac{1}{2}\times5\times(\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PG}}+\overline{\mathrm{PH}})$

$\therefore\overline{\mathrm{PE}}+\overline{\mathrm{PF}}+\overline{\mathrm{PG}}+\overline{\mathrm{PH}}=\dfrac{48}{5}\mathrm{cm}$이다.

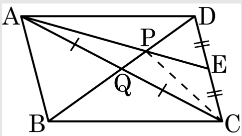
24. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 E는 $\overline{CD}$ 의 중점이고 $\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$ 이다. □ABCD 의 넓이가 60 일 때, △APQ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설



$\triangle ACE = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\square ABCD = 15$

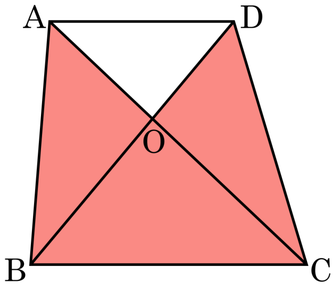
$\triangle APC : \triangle EPC = 2 : 1$ 이므로

$\triangle APC = \frac{2}{3}\triangle ACE = \frac{2}{3} \times 15 = 10$

$\triangle APQ : \triangle CPQ = 1 : 1$

$\therefore\ \triangle APQ = \frac{1}{2}\triangle APC = \frac{1}{2} \times 10 = 5$

25. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle ABD$ 의 넓이가 90 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, $3\overline{DO} = 2\overline{BO}$)



▶ 답 :

▷ 정답 : 189

해설

$\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로

$\triangle AOB = \dfrac{3}{5} \times \triangle ABD = 54$

이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로

$\triangle AOB = \triangle COD = 54$

또, $\triangle COD : \triangle BCO = 2 : 3$ 이므로

$54 : \triangle BCO = 2 : 3 \quad \therefore \triangle BCO = 81$

(색칠한부분의 넓이) $= 54 + 54 + 81 = 189$