

1. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ -1 ⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로

$$a=3$$

2. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
II. $y = \frac{2}{x-1}$
III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

3. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여

정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

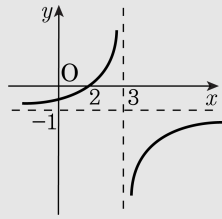
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3$, $y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



4. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,

y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

5. $f(t) = \frac{t}{1-t}$ (단, $t \neq 1$) 인 함수 f 가 있다. $y = f(x)$ 일 때, $x = \square$ 로 나타낼 수 있다. $\square$ 안에 알맞은 것은?

- ① $-f(y)$ ② $-f(-y)$ ③ $f(-y)$
④ $f\left(\frac{1}{y}\right)$ ⑤ $f(y)$

해설

$$y = f(x) = \frac{x}{1-x} \text{ 에서}$$

$$y - xy = x, \quad x(1+y) = y$$

$$\therefore x = \frac{y}{1+y} = \frac{-y}{1-(-y)} = -f(-y)$$

6. 함수 $y = \frac{ax+1}{-x+b}$ 의 그래프의 점근선이 $x=2, y=-1$ 일 때, 상수 $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = \frac{ax+1}{-(x-b)}$ 의 점근선이 $x=2, y=-1$ 이므로

$b=2$ 이고

$y = \frac{a(x-2)+2a+1}{-(x-2)} = \frac{2a+1}{-(x-2)} - a$ 에서

$-a = -1$ 이므로

$\therefore a+b = 1+2 = 3$

7. 함수 $y = \frac{2x+4}{x-1}$ 의 그래프가 점 (a, b) 에 대하여 대칭일 때, $a+b$ 의 값은?

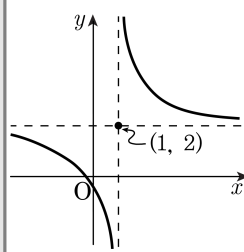
① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{2x+4}{x-1} \\ &= \frac{2(x-1)+6}{x-1} \\ &= \frac{6}{x-1} + 2 \text{이므로} \end{aligned}$$

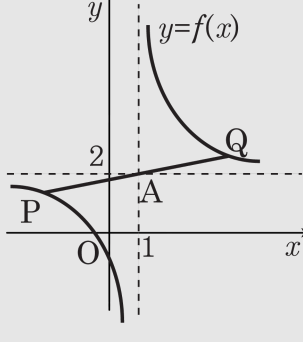
주어진 함수의 그래프는 점(1, 2)에 대하여 대칭이다.

$$\therefore a+b=1+2=3$$



8. 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 위의 임의의 점 P와 정점 A에 대하여 점 P의 점 A에 대한 대칭점이 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 위에 있을 때, 점 A의 좌표는?
- ① (1, 2) ② (2, 1) ③ (-1, 2)
- ④ (2, -1) ⑤ (-1, -2)

해설



점 P의 점 A에 대한 대칭점을 Q라 하면 선분 PQ의 중점이 A
 이므로 곡선 $y = \frac{2x+3}{x-1}$ 이 점 A에 대하여 대칭이다.

$y = \frac{2x+3}{x-1} = \frac{2(x-1)+5}{x-1} = \frac{5}{x-1} + 2$ 에서

$y = \frac{2x+3}{x-1}$ 은 원점에 대하여 대칭인 곡선

$y = \frac{5}{x}$ 를 x 축의 방향으로 1만큼

y 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 곡선이므로

점 (1, 2)에 대하여 대칭이다.

[참고-분수식은 점근선의 교점에 관한 점대칭이다.]

9. 분수함수 $y = \frac{3x+1}{x-1}$ 의 그래프가 두 직선 $y = x+m$, $y = -x+n$ 에 대하여 대칭일 때, $m+n$ 의 값을 구하면? (단, m, n 은 상수)

① -3 ② 0 ③ 3 ④ 6 ⑤ 9

해설

$$y = \frac{3x+1}{x-1} = \frac{3(x-1)+4}{x-1} = \frac{4}{x-1} + 3 \text{ 이므로}$$

주어진 분수함수의 그래프는 두 점근선

$x=1$, $y=3$ 의 교점 $(1, 3)$ 을 지나고

기울기가 ± 1 인 직선에 대칭이다.

즉, 두 직선 $y = x+m$, $y = -x+n$ 은

점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$3 = 1+m$, $3 = -1+n$ 에서

$m=2$, $n=4 \therefore m+n=6$

10. 다음 중 함수 $y = \frac{2x+8}{x+3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?
- ① 제1사분면

② 제2사분면

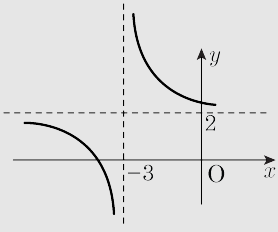
③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{2x+8}{x+3}$$
$$y = \frac{2(x+3)+2}{x+3}$$
$$y = \frac{2}{x+3} + 2$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

11. 분수함수 $y = \frac{x+k-1}{x-1}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
- ② (1, 1)에 대하여 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 (1, 1)에 가까워진다.
- ④ 점근선은 $x = 1, y = 1$ 이다.
- ⑤ $y = -x + 2$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 1$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (1, 1) 에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 커질 수록 (1, 1)에 멀어진다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (1, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.

12. 함수 $y = \frac{-2x}{x+3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = -3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = -2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{6}{x} - 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축, y 축을 모두 지난다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{6}{x+3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프다.

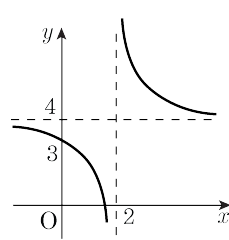
해설

$$y = \frac{-2x}{x+3} = \frac{-2(x+3)+6}{x+3} = \frac{6}{x+3} - 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = -3$, $y = -2$ 이고
 $y = \frac{6}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼,
 y 축 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ③이다.

13. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -6 ② -5 ③ -4
 ④ -3 ⑤ -2



해설

$$y = 4 + \frac{k}{x-2}, (k \neq 0) \text{가 점 } (0, 3) \text{을 지나므로}$$

$$3 = 4 + \frac{k}{0-2}, \quad k = 2$$

$$\text{따라서 } y = 4 + \frac{2}{x-2} = \frac{4x-6}{x-2}$$

$$\therefore a = 4, b = -6, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -4$$

14. 두 집합 $A = \left\{ (x, y) \mid y = \frac{2x+4}{x+1}, 0 \leq x \leq 1 \right\}$, $B = \{(x, y) \mid y = m(x+2)\}$ 에 대하여 $A \cap B \neq \emptyset$ 이 성립하는 상수 m 의 값의 범위는?

- ① $-1 \leq m < 2$
② $m \leq 0, m \geq 2$
③ $1 \leq m \leq 2$
- ④ $-1 \leq m \leq 1$
⑤ $m < 1, m \geq 3$

해설

$$y = \frac{2x+4}{x+1} = \frac{2(x+1)+2}{x+1}$$

$$= \frac{2}{x+1} + 2 \text{ 이므로}$$

집합 A 가 나타내는 영역은 그림과 같다.

$y = m(x+2)$ 에서 집합 B 는
점 $(-2, 0)$ 을 지나는 직선들의 모임이다.
이때, $A \cap B \neq \emptyset$ 이려면
두 집합이 나타내는 그래프가 만나야 하므로
직선 $y = m(x+2)$ 가 점 $(1, 3)$ 을 지날 때와
점 $(0, 4)$ 를 지날 때 사이에 존재해야 한다.
따라서, 구하는 m 의 범위는

$$\frac{3-0}{1-(-2)} \leq m \leq \frac{4-0}{0-(-2)}$$

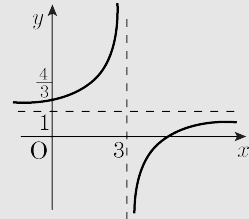
$\therefore 1 \leq m \leq 2$

15. 분수함수 $y = \frac{x-4}{x-3}$ 의 정의역이 $\{x \mid x \geq 0\}$ 일 때, 다음 중 치역을
바르게 구한 것은?

- ① $\left\{y \mid -\frac{4}{3} < y < 1\right\}$
 ② $\left\{y \mid \frac{4}{3} \leq y < -1\right\}$
 ③ $-1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
 ④ $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체
 ⑤ $-\frac{4}{3} \leq y \leq 1$ 을 제외한 실수 전체

해설

$$y = \frac{x-4}{x-3} = \frac{x-3-1}{x-3} = 1 + \frac{-1}{x-3}$$

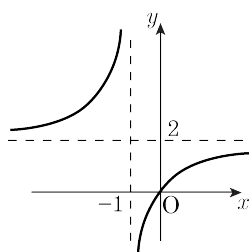


$x = 0$ 일 때, $y = \frac{-4}{-3} = \frac{4}{3}$ 이므로,

치역은 $1 \leq y < \frac{4}{3}$ 을 제외한 실수 전체

16. 함수 $y = \frac{cx+b}{x+a}$ 의 그래프가 그림과 같을 때, $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

점근선이 $x = -1, y = 2$ 이므로 $y = 2 + \frac{k}{x+1}, (k \neq 0)$

점 $(0, 0)$ 을 지나므로 $k = -2$

따라서 $y = 2 + \frac{-2}{x+1} = \frac{2x}{x+1}$

$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

17. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{1}{0+1} + 1 = 2$$

$$x = 1 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{1}{1+1} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

18. $x^2 \neq 1$ 이고 $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ 이라 할 때 $f(-x)$ 는?

① $\frac{1}{f(x)}$

② $-f(x)$

③ $\frac{1}{f(-x)}$

④ $-f(-x)$

⑤ $f(x)$

해설

$$f(x) = \frac{x+1}{x-1} \text{ 에서}$$

$$f(-x) = \frac{-x+1}{-x-1} = \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{\left(\frac{x+1}{x-1}\right)} = \frac{1}{f(x)}$$

19. 분수함수 $f(x) = \frac{ax+5}{bx+c}$ 의 그래프는 점 $(1, 1)$ 을 지나고 점근선의 방정식이 $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 이다. $f(x)$ 의 역함수를 $g(x)$ 라 할 때 $g(0)$ 은?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ 3 ④ 4 ⑤ $\frac{22}{5}$

해설

$$y = \frac{ax+5}{bx+c} \text{에서}$$

$$\text{점근선 } x = -\frac{c}{b} = \frac{1}{2}, y = \frac{a}{b} = -\frac{1}{3}$$

$(1, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{a+5}{b+c}$$

$$2c = -b, 3a = -b, c = -3$$

$$\therefore y = \frac{-2x+5}{6x-3}$$

$$y^{-1} = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$g(x) = \frac{3x+5}{6x+2}$$

$$\therefore g(0) = \frac{5}{2}$$

20. 함수 $y = \frac{2x-1}{x+2}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = -2$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -5 만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지난다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{-5}{x+2}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$$y = \frac{2x-1}{x+2} = \frac{2(x+2)-5}{x+2} = \frac{-5}{x+2} + 2$$

그러므로 함수의 점근선은 $x = -2$, $y = 2$ 이고

$$y = \frac{-5}{x} \text{의 그래프를 } x \text{ 축 방향으로 } -2 \text{만큼,}$$

y 축 방향으로 2 만큼 평행이동한 그래프이다.

따라서 설명 중 틀린 것은 ③이다.