

1. 함수 $y = -\frac{2}{x} - 3$ 의 점근선의 방정식은?

- ① $x = 0, y = 3$ ② $x = 0, y = -3$ ③ $x = 1, y = 3$
④ $x = -1, y = 3$ ⑤ $x = 1, y = -3$

해설

$y = -\frac{2}{x} - 3$ 는 $y = -\frac{2}{x}$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼
평행이동한 그래프이므로 점근선의 방정식은 $x = 0, y = -3$
이다.

2. 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.
따라서 $y = \frac{(x-1)+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 에서
 $a = 1$, $b = 1$ 이므로
 $\therefore a + b = 1 + 1 = 2$

3. 함수 $y = \frac{bx+2}{ax-1}$ 의 정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

정의역은 $x \neq 1$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq 2$ 인 모든 실수이므로,
 $a = 1, b = 2$ 이다.
 $\therefore a + b = 1 + 2 = 3$

4. 다음 보기에 주어진 함수의 그래프 중 평행이동하였을 때, 함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프와 겹쳐질 수 있는 것을 모두 고른 것은?

보기

I. $y = \frac{2x-5}{x-2}$
II. $y = \frac{2}{x-1}$
III. $y = \frac{3x+4}{x+1}$
IV. $y = \frac{2x}{x-1}$

① I, II

② I, IV

③ II, IV

④ II, III

⑤ I, II, IV

해설

$$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$$

$$\text{이므로 } y = \frac{k}{x-p} + q$$

꼴로 정리 했을 때, $k=2$ 이면
평행이동하여 그래프가 서로 겹칠 수 있다.

$$\text{I. } y = \frac{2(x-2)-1}{x-2} = 2 - \frac{1}{x-2}$$

$$\therefore k = -1$$

$$\text{II. } y = \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

$$\text{III. } y = \frac{3(x+1)+1}{x+1} = 3 + \frac{1}{x+1} \therefore k = 1$$

$$\text{IV. } y = \frac{2(x-1)+2}{x-1} = 2 + \frac{2}{x-1} \therefore k = 2$$

5. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

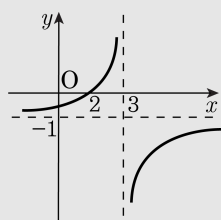
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3$, $y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



6. 함수 $y = \frac{2x-4}{x-3}$ 에 관한 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① 점근선 중 하나는 $x = 3$ 이다.
- ② 점근선 중 하나는 $y = 2$ 이다.
- ③ 함수 $y = \frac{2}{x} + 2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼 평행이동한 그래프다.
- ④ 이 그래프는 x 축을 지나지 않는다.
- ⑤ 함수 $y = \frac{2}{x-3}$ 의 그래프를 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프다.

해설

$y = \frac{2x-4}{x-3} = \frac{2(x-3)+2}{x-3} = \frac{2}{x-3} + 2$
그러므로 함수의 점근선은 $x = 3$, $y = 2$ 이고
 $y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3만큼,
 y 축 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.
따라서 설명 중 틀린 것은 ④이다.

7. 함수 $y = \frac{ax+1}{x-1}$ 의 역함수가 그 자신이 되도록 a 의 값을 정하면?

- ① -1 ② 1 ③ -2 ④ 2 ⑤ 0

해설

$$y = \frac{ax+1}{x-1} \text{ 에서 } y(x-1) = ax+1$$

$$yx - y = ax + 1, yx - ax = 1 + y$$

$$x(y-a) = 1+y, x = \frac{1+y}{y-a}$$

$$\therefore y^{-1} = \frac{x+1}{x-a}$$

역함수가 본래 함수와 같으므로

$$\frac{x+1}{x-a} = \frac{ax+1}{x-1}$$

$$\therefore a = 1$$

8. 다음 중 평행이동에 의하여 그 그래프를 $y = \frac{1}{x}$ 과 겹칠 수 없는 것은?

① $y = \frac{-x}{x+1}$ ② $y = \frac{x}{x-1}$ ③ $y = \frac{2x+1}{2x-1}$
④ $y = \frac{x-1}{x}$ ⑤ $y = \frac{2x-5}{x-3}$

해설

$$\textcircled{1} \ y = \frac{-(x+1)+1}{x+1} = \frac{1}{x+1} - 1$$

$$\textcircled{2} \ y = \frac{(x-1)+1}{x-1} = \frac{1}{x-1} + 1$$

$$\textcircled{3} \ y = \frac{(2x-1)+2}{2x-1} = \frac{1}{x-\frac{1}{2}} + 1$$

$$\textcircled{4} \ y = \frac{x-1}{x} = -\frac{1}{x} + 1$$

$$\textcircled{5} \ y = \frac{2x-5}{x-3} = \frac{2(x-3)+1}{x-3} = \frac{1}{x-3} + 2$$

따라서 $y = \frac{1}{x-p} + q$ 의 꼴이 아닌 것은 ④이다.

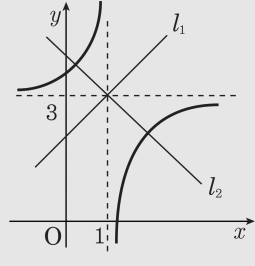
9. 함수 $y = \frac{3x-5}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = ax + b$ 에 대하여 대칭일 때, ab 의 값들을 모두 구하면?

- ① 2, -4 ② -2, 4 ③ 2, 4
 ④ -2, -4 ⑤ 3, 5

해설

$$y = \frac{3x-5}{x-1} = \frac{3(x-1)-2}{x-1} = \frac{-2}{x-1} + 3$$

따라서 위의 그림과 같이 직선 l_1, l_2 에 대하여



대칭이다.

$$l_1 : y - 3 = 1 \cdot (x - 1) \therefore y = x + 2$$

$$l_2 : y - 3 = -1 \cdot (x - 1) \therefore y = -x + 4$$

따라서 $ab = 2$ 또는 $ab = -4$

10. 다음 중 함수 $y = \frac{2x+8}{x+3}$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

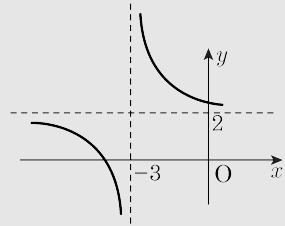
⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$$y = \frac{2x + 8}{x + 3}$$

$$y = \frac{2(x+3)+2}{x+3}$$

$$y = \frac{2}{x+3} + 2$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다.

11. 분수함수 $y = \frac{-3x-8}{x+2}$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 제 1, 3 사분면만을 지난다.

㉡ 두 점근선의 교점은 $(-2, -3)$ 이다.

㉢ $y = \frac{-2}{x}$ 을 x 축으로 -2 , y 축으로 -3 만큼 평행이동 시킨 것이다.

- ① ㉡

② ㉠, ㉡

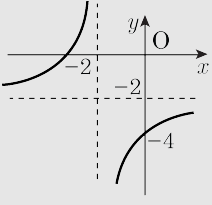
③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 다음 그림의 개형을 가지므로 제 2, 3, 4 사분면을 지난다.



12. $x^2 - x - 6 \geq 0$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x-2}$ 의

최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다.

이때, $M + m$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 - x - 6 \geq 0$ 에서

$$(x+2)(x-3) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -2 \text{ 또는 } x \geq 3$$

$$y = \frac{x+2}{x-2} = \frac{(x-2)+4}{x-2}$$

$$= \frac{4}{x-2} + 1$$

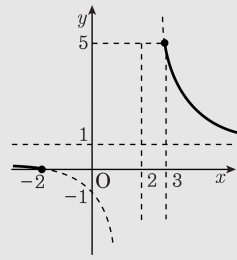
즉, $x \leq -2$ 또는 $x \geq 3$ 에서

$y = \frac{x+2}{x-2}$ 의 그래프는 다음 그림과

같으므로 $x = -2$ 일 때, 최솟값 0,

$x = 3$ 일 때, 최댓값 5

따라서, 최댓값과 최솟값의 합은 5 이다.



13. 실수 x 를 입력하면 실수 $\frac{x-1}{6x-1}$ 이 출력되어 나오는 기계가 있다. 이 기계에 $\frac{2}{3}$ 를 입력하여 출력되어 나온 결과를 다시 입력하고 또 출력되어 나온 결과를 다시 입력하는 과정을 1004번 반복했을 때, 마지막으로 출력되어 나오는 결과를 구하면? (단, $x \neq \frac{1}{6}$)

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{11}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 9 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} f^2(x) &= f(f(x)) = \frac{\frac{x-1}{6x-1} - 1}{6 \cdot \frac{x-1}{6x-1} - 1} \\ &= \frac{x-1-6x+1}{6x-6-6x+1} \\ &= \frac{-5x}{-5} = x \end{aligned}$$

즉, $f^2(x) = f^4(x) = f^6(x) = \dots = f^{2n}(x) = x$ 이므로

$$f^{1004}(x) = f^{2 \times 502}(x) = \dots = x$$

$$\therefore f^{1004}\left(\frac{2}{3}\right) = \frac{2}{3}$$

14. 함수 $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$, $f(g(x)) = x$ 를 만족하는 $g(x) = \frac{bx+c}{x+a}$ 일 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -5 ② -4 ③ -1 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= x \text{에서} \\ \therefore g(x) &= f^{-1}(x) \\ y &= \frac{2x-1}{x+2} \text{로 놓으면} \\ y(x+2) &= 2x-1, yx+2y=2x-1 \\ yx-2x &= -1-2y, x(y-2) = -1-2y \\ x &= \frac{-1-2y}{y-2} \\ \therefore f^{-1}(x) &= \frac{-2x-1}{x-2} = g(x) \\ \frac{-2x-1}{x-2} &= \frac{bx+c}{x+a} \text{에서} \\ a &= -2, b = -2, c = -1 \\ \therefore a+b+c &= -2-2-1 = -5 \end{aligned}$$

15. 두 함수 $f(x) = 2x - 1, g(x) = \frac{2x + 3}{x - 1}$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g)(2)$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

$$(f^{-1} \circ g)(2) = f^{-1}(g(2)) = f^{-1}(7)$$

$$f^{-1}(7) = k \text{ 라 하면 } f(k) = 7$$

$$\text{따라서 } 2k - 1 = 7$$

$$\therefore k = 4$$

16. 역함수가 존재하는 분수함수 f 에 대하여 $f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$ 이고 $f(1) = 2$ 일 때, $f(3)$ 의 값을 구하면? (단, a 는 상수)

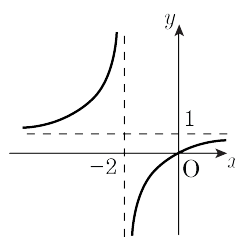
- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$$f^{-1}\left(\frac{x+1}{2x-1}\right) = 2x+a$$
$$\Leftrightarrow f(2x+a) = \frac{x+1}{2x-1}$$
$$2x+a=t \text{ 로 놓으면}$$
$$x = \frac{t-a}{2}$$
$$\therefore f(t) = \frac{\frac{t-a}{2} + 1}{2 \cdot \frac{t-a}{2} - 1}$$
$$= \frac{t-a+2}{2t-2a-2} \dots \text{ i)}$$
$$\text{이때, } f(1) = 2 \text{ 이므로}$$
$$a = -1$$
$$\text{이 값을 i) 에 대입하면 } f(t) = \frac{t+3}{2t}$$
$$\therefore f(3) = 1$$

17. 함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 그래프가 다음과 같을 때,
 $a+b+c$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$y = 1 + \frac{k}{x+2}$, ($k \neq 0$)가 점 (0, 0)을 지나므로

$$0 = 1 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 1 + \frac{-2}{x+2} = \frac{x}{x+2}$$

$$\therefore a = 1, b = 0, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 3$$

18. $0 \leq x \leq 1$ 일 때, 함수 $y = \frac{x+2}{x+1}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = \frac{x+2}{x+1} = \frac{1}{x+1} + 1$$

$$x = 0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{1}{0+1} + 1 = 2$$

$$x = 1 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{1}{1+1} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$\therefore Mm = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

19. $2 \leq x \leq 3$ 에서 부등식 $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립할 때, a 의 최댓값과 b 의 최솟값의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{2}{3}$
- ③ 1
- ④ $\frac{4}{3}$
- ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

$y = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 1$

따라서, 분수함수 $y = \frac{x+1}{x-1}$ 의 그래프는

$y = \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로

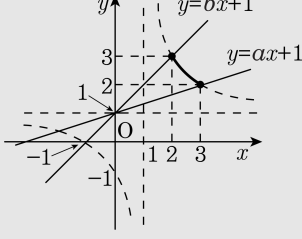
1만큼, y 축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

두 직선 $y = ax + 1$, $y = bx + 1$ 은 a, b 의 값에

관계없이 점 $(0, 1)$ 을 지나는 직선이므로

$2 \leq x \leq 3$ 에서 $ax + 1 \leq \frac{x+1}{x-1} \leq bx + 1$ 이 항상 성립하려면 다음
그림에서 $a \leq \frac{1}{3}$, $b \geq 1$

따라서, a 의 최댓값은 $\frac{1}{3}$, b 의 최솟값은 1 이므로 그 합은 $\frac{4}{3}$



20. $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ 일 때 $f^{1999}(0)$ 의 값은? (단 $f^2(x) = (f \circ f)(x), \dots, f^{n+1}(x) = (f \circ f^n)(x)$)

- ① $\frac{3}{2}$ ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$f(0) = 3,$$

$$f^2(0) = \frac{6-3}{3-1} = \frac{3}{2}, f^3(0) = f\left(\frac{3}{2}\right) = 0$$

$$\therefore f^{3n}(0) = 0$$

$$1999 = 666 \times 3 + 1$$

$$\therefore f^{1999}(0) = f(0) = 3$$