

1. 이차방정식 $x^2 + ax - 8 = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$x^2 + ax - 8 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$$4 + 2a - 8 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

2. 이차방정식 $x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근을 a , $x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $\frac{a^2 + a}{b^2 - b}$ 의 값은?

① -2

② $-\frac{1}{2}$

③ $\frac{2}{\sqrt{5}-1}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ 2

해설

$x^2 + x - 4 = 0$ 의 한 근이 a 이므로

$$a^2 + a - 4 = 0, a^2 + a = 4$$

$x^2 - x - 2 = 0$ 의 한 근이 b 이므로

$$b^2 - b - 2 = 0, b^2 - b = 2$$

$$\therefore \frac{a^2 + a}{b^2 - b} = \frac{4}{2} = 2$$

3. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

4. $(x^2 + y^2 - 3)(x^2 + y^2 + 1) - 5 = 0$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$x^2 + y^2 = A$ 라고 하면

$$(A - 3)(A + 1) - 5 = 0$$

$$A^2 - 2A - 8 = 0$$

$$(A + 2)(A - 4) = 0$$

$$A = -2 \text{ 또는 } A = 4$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 4 \quad (\because x^2 \geq 0, y^2 \geq 0)$$

5. $7x - 5 < 4(x + 1)$ 이고 x 는 자연수일 때, $x^2 - 5x + 6 = 0$ 를 풀면?

① $x = 0, x = 1$

② $x = 2$

③ $x = 2, x = 3$

④ $x = 3$

⑤ $x = -2, x = 3$

해설

$7x - 5 < 4(x + 1)$ 에서 $7x - 4x < 4 + 5$, $3x < 9 \therefore x < 3$
따라서 x 의 값은 1, 2이다.

$x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 해는 $x = 2, x = 3$ 이므로 해는 $x = 2$ 가 된다.

6. 두 이차방정식 $2x^2 - ax + 2 = 0$, $x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인 해가 2일 때, ab 의 값을 구하면?

① -25

② -10

③ 1

④ 10

⑤ 25

해설

주어진 식에 x 대신 2를 대입하면

$$8 - 2a + 2 = 0, \quad a = 5$$

$$4 - 6 + b = 0, \quad b = 2$$

$$\therefore ab = 10$$

7. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 2(k + a)x + (k^2 - k + b) = 0$ 이 k 값에 관계없이 중근을 가질 때, $8ab$ 의 값은?

① -2

② 2

③ -1

④ 1

⑤ 0

해설

$$D/4 = (k + a)^2 - (k^2 - k + b) = 0$$

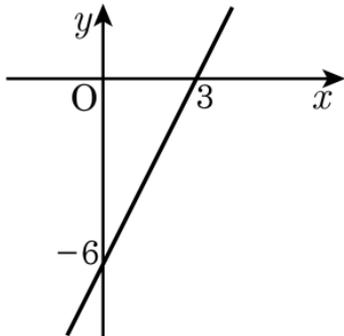
k 에 대해서 정리하면

$$(2a + 1)k + a^2 - b = 0, \text{ 이 식이 } k \text{ 에 관한 항등식이므로 } 2a + 1 = 0, a^2 - b = 0$$

$$\therefore a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore 8ab = 8 \left(-\frac{1}{2}\right) \left(\frac{1}{4}\right) = -1$$

8. $ax - y + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + bx + 4a = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 한다. $\alpha^2 + \beta^2$ 을 구하면?



- ① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

두 점 $(3, 0), (0, -6)$ 을 $ax - y + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2, b = -6$ 이므로 $x^2 - 6x + 8 = 0$ 이다.

두 근을 각각 α, β 라 할 때,

두 근의 합 $\alpha + \beta = 6$, 두 근의 곱 $\alpha\beta = 8$ 이므로

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 6^2 - 2 \cdot 8 \\ &= 36 - 16 \\ &= 20\end{aligned}$$

9. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$ 의 해가 $\frac{5 + \sqrt{3}}{2}$, $\frac{5 - \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p + q$, $2p + q$ 를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$

② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$

④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$$\frac{5 + \sqrt{3}}{2} + \frac{5 - \sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$$

$$\left(\frac{5 + \sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5 - \sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$$

$$\therefore p = -10, q = 11$$

따라서 $p + q = 1$, $2p + q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1인 이차방정식은 $(x - 1)(x + 9) = 0$

$$\therefore x^2 + 8x - 9 = 0$$

10. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

11. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

12. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

13. x^2 의 계수가 1인 이차방정식을 A, B 두 사람이 푸는데, A는 일차항의 계수를 잘못 보고 -3 또는 8을 해로 얻었고, B는 상수항을 잘못 보고 3 또는 -5를 해로 얻었다. 이 때, 원래 주어진 이차방정식의 올바른 해는?

① $x = -2$ 또는 $x = 5$

② $x = -3$ 또는 $x = -5$

③ $x = -4$ 또는 $x = 6$

④ $x = 4$ 또는 $x = -6$

⑤ $x = 3$ 또는 $x = -8$

해설

구하는 이차방정식을 $x^2 + bx + c = 0$ 이라 하자.

A는 일차항의 계수를 잘못 봤으므로

$$c = (-3) \times 8 = -24$$

B는 상수항을 잘못 보았으므로

$$-b = 3 + (-5) = -2, b = 2$$

따라서 처음 식은 $x^2 + 2x - 24 = 0$, $(x - 4)(x + 6) = 0$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -6$$

14. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

15. $\frac{7}{3 + \sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3 + \sqrt{2}} = \frac{7(3 - \sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$