1. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (ⅰ) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅱ) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ⅰ), (ⅱ)는 배반이므로,
> $\therefore {}_nP_r =$ (가) $+$ (나)

위의 과정에서 (가), (나)에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_nP_{r-1}$

③ (가): ${}_nP_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_r \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(ⅰ)에서 ${}_{n-1}P_r \leftarrow$(가)
(ⅱ) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
$({}_{n-1}P_{r-1})$, 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r \leftarrow$(나)

2. 남자 5명, 여자 4명 중에서 남자 3명, 여자 2명을 뽑아서 일렬로 세우는 방법은 몇 가지인가?

① 1800 ② 3600 ③ 4800 ④ 5400 ⑤ 7200

해설

${}_5C_3 \times {}_4C_2 \times 5! = 7200$

3. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 12 가지

해설

$_4P_2 = 12$

4. n 권의 책이있다.(단, $n \geq 5$) 이 n 권 중에서 2 권의 책을 뽑아 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 그 총 방법의 수가 42 가지였다. n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $n = 7$

해설

n 권에서 2 권을 뽑는 순열의 수는 ${}_nP_2$ 가지이므로

${}_nP_2 = 42$ 곧, $n(n-1) = 42 \quad \therefore \ (n+6)(n-7) = 0$

한편, $n \geq 2$ 이므로 $n = 7$

5. 남학생 5명, 여학생 n 명을 일렬로 세울 때, 남학생끼리 이웃하여 서는 경우의 수가 86400가지이다. 이 때, n 의 값은?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

남학생을 하나로 보면 $n+1$ 명을 일렬로 세우는 방법과 같다 : $(n+1)!$

여기에 남학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 곱해준다. : $(n+1)! \times 5! = 86400$

$\therefore (n+1)! = \dfrac{86400}{120} = 720 = 6!$

$\therefore n = 5$

6. *POWER*의 5개의 문자를 일렬로 배열할 때, *P*와 *R*가 이웃하는 경우의 수는?

① 36 ② 48 ③ 56 ④ 70 ⑤ 84

해설

*P*와 *R*을 하나로 보면 4개를 일렬로 배열하는 방법과 같다.
$\Rightarrow 4! = 24$
여기에 *P*와 *R*가 자리를 바꾸는 방법을 곱한다.
$\therefore 24 \times 2 = 48$

7. 남학생 4 명과 여학생 2 명을 일렬로 세울 때, 여학생끼리 이웃하여 서는 방법은 몇 가지인가?

① 60 가지 ② 120 가지 ③ 180 가지

④ 240 가지 ⑤ 300 가지

해설

4 명의 남학생과 2 명의 여학생 중에서 여학생 2명을 한 묶음으로 생각하여 5 명을 일렬로 세우는 경우의 수는 5! 이고, 묶음 안에서 여학생 2 명이 자리를 바꾸는 방법의 수가 2 가지이므로, 구하는 경우의 수는, $5! \times 2 = 240$ (가지) 이다.

8. A, C, E, F, L, O, S, V 의 8 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 문자열 속에 $ASLOVECF$ 와 같이 $LOVE$ 라는 단어가 들어 있는 경우의 수는?

① 80 ② 100 ③ 120 ④ 140 ⑤ 160

해설

$LOVE$ 를 한 문자 X 로 생각하면 되므로, 구하는 경우의 수는 X, A, C, F, S 의 5 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우의 수와 같다.

$\therefore 5! = 120$ (가지)

9. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 4! (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 3! (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

10. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

① 120 ② 360 ③ 600 ④ 720 ⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$
나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : 5!
${}_3P_2 \times 5! = 720$

11. a, b, c, d, e의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, c가 d보다 앞에 오게 되는 방법의 수는?

① 24 ② 30 ③ 60 ④ 72 ⑤ 120

해설

c와 d를 같은 문자로 생각하여 5 개의 문자를 나열하는 방법과 같다.

$\therefore \frac{5!}{2!} = 60$

12. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생이 있다. 항상 D가 C보다 앞에 오도록 일렬로 서는 방법의 수는 ?

① 12 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 60

해설

전체를 줄세운 다음 C, D가 순서를 바꾸어 서는 경우로 나누어 주면 된다.

$\frac{5!}{2!} = 60$

13. *april*의 5개의 문자를 일렬로 나열할 때, *p*, *r*, *l*은 이 순서로 나열하는 방법의 수는?

① 20 ② 24 ③ 30 ④ 60 ⑤ 120

해설

5 개의 문자를 나열한 후 *p*, *r*, *l*을 나열하는 방법의 수로 나눈다.

$\therefore \dfrac{5!}{3!} = 20$

14. 5 개의 숫자 $0, 1, 2, 3, 4$ 중에서 서로 다른 세 개의 숫자를 써서 세 자리 정수를 만들 때,9 의 배수의 개수는?

① 6 ② 12 ③ 15 ④ 18 ⑤ 24

해설

각 자리수의 합이 9 의 배수일 때 그 수는 9 의 배수가 된다. $0, 1, 2, 3, 4$ 에서 각 자리수의 합이 9 의 배수가 되는 조합은 $(2, 3, 4)$ 뿐이다. $2, 3, 4$ 를 써서 만들 수 있는 3 자리 정수는 $3! = 6$

15. 0, 0, 1, 2, 3, 4를 써 놓은 6장의 카드 중에서 3장을 뽑아 나열하여 세 자리 정수를 만들 때, 짝수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 34개

해설

1의 자리에 0, 2, 4가 오면 짝수이므로
××0 의 꼴 → 4×4 , ××2 의 꼴 → 3×3 , ××4 의 꼴 → 3×3
따라서 짝수의 개수는 $4\times4+3\times3+3\times3=34$ (개)

16. '*korea*' 의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 적어도 한 쪽 끝이 자음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 84 개

해설

전체 경우의 수에서 양 쪽 끝이 모두 모음인 경우를 제외한다.
$5! - {}_3P_2 \times 3! = 84$

17. 남자 아이 4명과 여자 아이 3명이 일렬로 서서 기차놀이를 하려하고 있다. 단 여자 아이들은 연속해서 줄세우지 않고 기차를 만든다면 몇 가지의 기차를 만들 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 1440 가지

해설

남자아이 4 명을 일렬로 세우는 방법의 수는 $4! = 24$
남자아이들 사이 및 양끝에 5 개의 자리 중 3 개의 자리에
여자아이를 세우는 방법의 수는 ${}_5P_3 = 60$
따라서 구하는 방법의 수는 $24 \times 60 = 1440$

18. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6 명이 앉는 방법의 수를 남학생 3 명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$\frac{6!}{3!} = 120$

19. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 52 ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $5!$ (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는 $3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
$5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

20. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80 ② 144 ③ 216 ④ 240 ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
$3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$