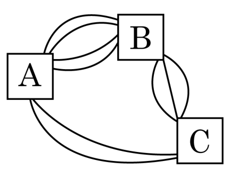
1. 1부터 800까지의 자연수 중에서 800과 서로소인 수의 개수를 구하면?

① 310개　② 320개　③ 330개
④ 340개　⑤ 350개

해설

$800 = 2^5 \times 5^2$ 으로 소인수분해가 된다.
800과 서로소가 되려면 2나 5를 인수로 가져서는 아니되므로 1부터 800까지의 수 중에서 2 또는 5의 배수의 개수를 계산하여 여사건을 이용하면 된다.
2의 배수의 집합을 A, 5의 배수의 집합을 B라 하면
$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$
$$= 400 + 160 - 80 = 480$$
따라서 800과 서로 소인수의 개수는
$800 - 480 = 320$(개) 이다.

2. 아래쪽 그림과 같이 A 에서 B 로 가는 길은 4가지, B 에서 C 로 가는 길은 3가지, A 에서 C 로 가는 길은 2가지이다. A 에서 C 를 왕복하는데 B 를 한 번만 거치는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 48 가지

해설

(i) $A-B-C-A$ 인 경우의 수는 $4 \times 3 \times 2 = 24$
(ii) $A-C-B-A$ 인 경우의 수는 $2 \times 3 \times 4 = 24$ 이상에서 구하는 방법의 수는
$24 + 24 = 48$

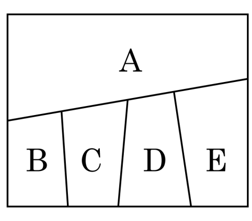
3. 100 원짜리 동전 2 개, 50 원짜리 동전 2 개, 10 원짜리 동전 2 개를 가지고 지불할 수 있는 방법의 수를 a, 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a+b$ 의 값은? (단, 0 원은 제외)

① 14 ② 26 ③ 40 ④ 46 ⑤ 66

해설

각 동전을 사용하여 지불 할 수 있는 방법의 가짓수는 100 원짜리가 3 가지, 50 원짜리가 3 가지, 10 원짜리가 3 가지이고, 0 원이면 지불하는 것이 아니므로
(지불 방법의 수)$=(2+1)(2+1)(2+1)-1=26$(가지)
지불 금액의 수는 금액이 중복되어 있으므로 100 원짜리 동전 2 개를 50 원짜리 동전 4 개로 바꿔 생각한다.
즉, 50 원짜리 동전 6 개와 10 원짜리 동전 2 개로 지불할수 있는 경우의 수를 계산하면 된다.
$\therefore$(지불 금액의 수) $=(6+1)(2+1)-1=20$(가지)
$\therefore a+b=26+20=46$

4. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 빨강, 노랑, 파랑, 검정, 주황의 색연필로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접하는 영역은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



① 120 ② 150 ③ 180 ④ 360 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지 이고 나머지는 모두 3 가지씩 선택 할 수 있다.

$\therefore 5 \times 4 \times 3 \times 3 \times 3 = 540$

5. 다음은 서로 다른 n개에서 서로 다른 r개를 꺼내어 일렬로 배열하는 방법의 수를 구하는 과정이다.

> (i) n개에서 특정한 1개를 뺀 나머지에서 r개를 꺼내어 배열한다.
> (ii) n개에서 특정한 1개를 포함하여 r개를 꺼내어 배열한다.
> (i), (ii)는 배반이므로,
> $\therefore {}_{n}P_{r} = \boxed{(가)} + \boxed{(나)}$

위의 과정에서 $\boxed{(가)}$, $\boxed{(나)}$에 들어갈 알맞은 식은?

① (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

② (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n}P_{r-1}$

③ (가): ${}_{n}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

④ (가): ${}_{n-1}P_{r} \times r$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1}$

⑤ (가): ${}_{n-1}P_{r}$, (나): ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$

해설

(i)에서 ${}_{n-1}P_{r}$←(가)
(ii) 에서 특정한 1개를 포함시켜 r개를 꺼내려면
$n-1$개에서 $r-1$개를 꺼내어 배열한 다음
(${}_{n-1}P_{r-1}$), 특정한 1개를 다시 이것들과 배열시키는 것을 생각한다.
따라서 ${}_{n-1}P_{r-1} \times r$←(나)

6. 남학생 4 명, 여학생 6 명 중에서 반장 1 명, 부반장 1 명을 뽑을 때, 반장, 부반장이 모두 남자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 12 가지

해설

${}_4P_2 = 12$

7. 초등학생 4명, 중학생 3명, 고등학생 2명을 일렬로 세울 때, 초등학생은 초등학생끼리, 중학생은 중학생끼리 이웃하여 서는 방법의 수는?

① 3400 ② 3456 ③ 3500 ④ 3546 ⑤ 3650

해설

초등학생, 중학생을 각각 하나로 보면 4 명이 이웃하는 방법과 같다.

$\Rightarrow 4! = 24$

여기에 초등학생, 중학생끼리 자리를 바꾸는 방법을 각각 곱해준다.

$\therefore 24 \times 4! \times 3! = 3456$

8. 남학생 5 명, 여학생 3 명을 일렬로 세울 때, 양 끝에는 남학생을 세우고 여학생끼리는 서로 이웃하게 세우는 방법의 수는?

① 144 ② 288 ③ 864 ④ 1526 ⑤ 2880

해설

양 끝에 남학생 2명을 세우는 방법의 수는 ${}_5P_2$ (가지),
여학생끼리 서로 이웃하게 세워야 하므로 여학생 3명을 한 명으로 생각하여 남은 남학생 3명과 세우는 방법의 수는 4! (가지)
이때, 여학생 3명끼리 자리를 바꿀 수 있으므로 그 방법의 수는 3! (가지)
따라서 구하는 방법의 수는
${}_5P_2 \times 4! \times 3! = 20 \times 24 \times 6 = 2880$ (가지)

9. $X = \{1, 2, 3\}$ 에서 $Y = \{a, b, c, d, e\}$ 로 대응되는 함수 중 $x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$ 인 함수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ____________ 개

▷ 정답: 10 개

해설

Y 의 원소 5 개 중 X 의 원소 1, 2, 3 에 대응될 원소 3 개를 뽑으면 된다.

${}_5C_3 = 10$

10. 10 명의 선수를 가진 어떤 농구팀이 5 명씩 청, 백팀으로 나누어 연습 경기를 가지려고 한다. 어떤 특정한 두 선수를 서로 다른 팀에 넣기로 할 때, 팀을 나눌 수 있는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

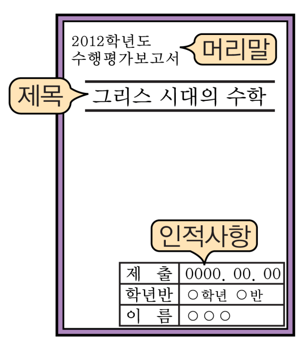
▷ 정답: 140 가지

해설

특정한 두 선수를 제외한 나머지 8 명을 4 명씩 2 개의 조로 나누어 특정한 두 선수 각각과 팀을 이루어 청, 백팀으로 구분하면 된다.

${}_8C_4 \times {}_4C_4 \times 2! = 140$ (가지)

11. 다음 그림은 어떤 학생이 작성한 수행평가 보고서의 표지이다.



구분	글꼴
머리말	중고딕, 견고딕, 굴림체
제목	중고딕, 견고딕, 굴림체, 신명조, 견명조, 바탕체
인적사항	신명조, 견명조, 바탕체

머리말, 제목, 인적사항에 서로 다른 글꼴을 표기할 때, 가능한 방법은 몇가지인지 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 36 가지

해설

머리말과 인적사항의 글꼴들은 모두 다르므로 머리말의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지,
인적사항의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 3 가지이다.
제목의 글꼴을 선택하는 경우의 수는 머리말, 인적사항의 글꼴을 제외한 4 가지이므로
전체 경우의 수는 $3 \times 3 \times 4 = 36$

12. 2000 의 양의 약수 중 제곱수가 아니면서 짝수인 것의 개수는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$2000 = 2^4 \cdot 5^3$ 의 양의 약수는
$2^j \cdot 5^k (0 \le j \le 4, 0 \le k \le 3)$ 의 형태이다.
그러므로 제곱수가 아니면서 짝수인 것은
$2 \cdot 5^k (k = 0, 1, 2, 3)$
$2^2 \cdot 5^k \ (k = 1,\ 3)$
$2^3 \cdot 5^k \ (k = 0,\ 1,\ 2,\ 3)$
$2^4 \cdot 5^k (k = 1, 3)$ 의 형태이므로
구하는 개수는 $4 + 2 + 4 + 2 = 12$ (개)

13. 한 개의 주사위를 두 번 던져서 첫 번째 나온 눈의 수를 a , 두 번째 나온 눈의 수를 b 라 하자. $f(x)=(a-4)x+6,\quad g(x)=(3-b)x+2$ 라 할 때 합성함수 $y=(f\circ g)(x)$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않는 경우의 수는?

① 4　　② 6　　③ 8　　④ 10　　⑤ 12

해설

$y=f(g(x))=(a-4)\left\{(3-b)x+2\right\}+6$
$\quad=(a-4)(3-b)x+(2a-2)$
함수의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위해서는 $2a-2\neq 0$ 이고 $(a-4)(3-b)=0$ 이다.
$\therefore$ (a,b) 는 $(4,1)$, $(4,2)$, $(4,3)$, $(4,4)$, $(4,5)$, $(4,6)$, $(2,3)$, $(3,3)$, $(5,3)$, $(6,3)$ 의 10 가지

14. 국어책 2권, 영어책 2권, 수학책 3권을 책꽂이에 일렬로 꽂을 때, 수학책끼리 이웃하지 않도록 꽂는 방법의 수는?

① 512 ② 700 ③ 816 ④ 1024 ⑤ 1440

해설

국어책, 영어책을 먼저 배열하고 그 사이 사이에 수학책 3 권을 배열하는 경우와 같다.
$\Rightarrow 4! \times {}_5P_3 = 1440$

15. 소파 12개가 일렬로 놓여 있다. 이 소파에 갑, 을, 병, 정 4 명이 앉을 때, 어느 두 사람도 인접하지 않는 경우의 수는?

① 1860　② 1920　③ 2800　④ 3024　⑤ 3600

해설

12 개의 소파에 4 명이 앉으므로 빈 의자는 8 개이다.

V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V $\square$ V

따라서, 빈 소파 사이사이와 양 끝의 9 자리에 4 명을 앉히면 되므로 구하는 경우의 수는

${}_9P_4 = 9 \times 8 \times 7 \times 6 = 3024$ (가지)

16. 2010년 대선에 남자 4명, 여자 3명의 후보자가 나왔다. 후보자들의 합동 토론회가 끝난 후 기념 촬영을 할 때, 다음 두 조건을 만족하도록 일렬로 세우는 경우의 수를 구하여라.

(가) 특정한 남자 후보 2명을 양쪽 끝에 세운다.
(나) 남자 후보끼리 나란하지 않도록 세운다.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 24 가지

해설

양쪽 끝에 특정한 2명의 남자 후보를 세우는 방법의 수는 2가지이고, 나머지 남자 후보 2명과 여자 후보 3명을 남자 후보가 나란하지 않도록 세우는 방법은 $2! \times 3!$ 이므로
구하는 방법의 수는 $2 \times 2! \times 3! = 24$ (가지)

17. n명을 일렬로 세울 때, 이 중 특정한 세 명의 순서가 하나로 정해져 있다. 방법의 수는?

① $\dfrac{n!}{2}$ ② $\dfrac{n!}{6}$ ③ $n!$
④ $\dfrac{(n-1)!}{2}$ ⑤ $3(n-1)!$

해설

n명을 일렬로 세우는 방법의 수는 ${}_nP_n = n!$
그런데 여기에는 순서가 정해진 세 명이 자리를 바꾸는 경우의 수가 포함되어 있다.
즉, 세 명의 자리를 바꾸는 방법의 수만큼 배가 된 것이므로 세 명이 자리를 바꾸는 방법의 수로 나누면 된다.
따라서 구하는 방법의 수는 $\dfrac{n!}{3!} = \dfrac{n!}{6}$

18. 5 개의 숫자 1, 2, 3, 4, 5 를 나열하여 다섯 자리의 자연수를 만들 때, 1 과 2 사이에 다른 숫자가 2 개 이상 들어가 있는 자연수의 개수는?

① 24 ② 36 ③ 48 ④ 52 ⑤ 64

해설

5 개의 숫자로 만들 수 있는 자연수의 개수는 $5!$ (개)
1, 2 가 이웃하는 자연수의 개수는 $2 \times 4!$ (개)
1 과 2 사이에 다른 숫자가 한 개 들어가 있는 자연수의 개수는 $3 \times 2! \times 3!$ (개)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
$5! - (2 \times 4! + 3 \times 2! \times 3!) = 36$ (개)

19. 세 자리의 정수 중 0이 반드시 포함된 세 자리 정수는 모두 몇 가지인가?

① 150　② 171　③ 180　④ 187　⑤ 210

해설

0 이 반드시 포함된 경우라는 것은 0 이 적어도 하나 포함된 경우로 해석이 가능하므로 여사건을 이용한다.
세 자리 정수이므로 백의 자리에 가능한 수는 9 가지,
십의 자리 수는 10 가지, 일의 자리 수는 10가지 이므로 총 900 가지
여기에서 여사건인 0 이 하나도 포함되지 않는 경우를 빼면 된다.
이것은 세 자리 수 모두 1 에서 9 사이의 수로 구성된 경우이다.
$\therefore 900 - 9^3 = 900 - 729 = 171$

20. 여섯 개의 알파벳 I, L, O, V, E, U 를 일렬로 배열할 때, 적어도 네 개의 알파벳 L, O, V, E가 이웃하여 $LOVE$ 로 나타나지 않는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ____ 가지

▷ 정답 : 714 가지

해설

6 개의 알파벳을 일렬로 배열하는 방법의 수는 $6!$ 이고 L, O, V, E 을 묶어 일렬로 나열하는 방법의 수,
즉 $LOVE$ 가 나타나는 경우의 수는 $3!$ 이므로
구하는 경우의 수는 $6! - 3! = 720 - 6 = 714$

21. 어느 동물원에서 그림과 같이 번호가 적혀 있는 6 칸의 동물 우리에 호랑이, 사자, 늑대, 여우, 원숭이, 곰을 각각 한 마리씩 넣을 때, 호랑이와 사자는 이웃하지 않게 넣으려고 한다. 예를 들어, $<1>$ 의 경우에는 $<2>$ 와 $<4>$ 가 이웃하는 우리이고, $<3>$, $<5>$, $<6>$ 은 이웃하지 않는 우리이다. 이때, 6 마리의 동물들을 서로 다른 우리에 각각 넣는 방법의 수는?

$\langle 1 \rangle$	$\langle 2 \rangle$	$\langle 3 \rangle$
$\langle 4 \rangle$	$\langle 5 \rangle$	
$\langle 6 \rangle$		

① 112 ② 120 ③ 184 ④ 216 ⑤ 432

해설

(호랑이, 사자) 가 이웃하지 않는 경우는 9 가지
즉, $(1,3), (1,5), (1,6), (2,4), (2,6), (3,4), (3,5), (3,6), (5,6)$ 이고
서로 바꾸는 경우의 수가 2가지 이므로 구하는 방법의 수는
$9 \times 2 \times 4! = 432$

22. 6개의 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 모두 사용하여 여섯 자리의 정수를 만들 때, 100번째로 큰 수는?

① 510234　② 504321　③ 504312
④ 504231　⑤ 504213

해설

10^5 자리의 숫자가 5로 시작하는 수부터 차례로 따져보면

$54\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$: $4! = 24$개

$53\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$: $4! = 24$개

$52\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$: $4! = 24$개

$51\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}$: $4! = 24$개

여기까지의 수가 $24 \times 4 = 96$(개)이므로

97번째 큰 수부터 차례로 나열하면

504321, 504312, 504231, 504213, $\cdots$

따라서 100번째로 큰 수는 504213이다.

23. ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$ 의 값과 같은 것은?

① ${}_{11}C_6$　② ${}_{11}C_7$　③ ${}_{11}C_8$　④ ${}_{11}C_9$　⑤ ${}_{11}C_{10}$

해설

${}_nC_{r-1} + {}_nC_r = {}_{n+1}C_r$
따라서 ${}_1C_0 + {}_2C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$
$= {}_3C_1 + {}_3C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9 = {}_4C_2 + {}_4C_3 + \cdots + {}_{10}C_9$
$\cdots = {}_{11}C_9$

24. H고등학교 앞 분식점 메뉴에는 라면 요리가 4가지, 튀김 요리가 5가지 있다. 이때, 라면 요리 2가지, 튀김 요리 3가지를 주문하는 방법의 수를 a, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지가 반드시 포함되도록 5가지 요리를 주문하는 방법의 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답: ______ 가지

▷ 정답: 75 가지

해설

라면 요리 4가지 중에서 2가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_4C_2$이고, 튀김 요리 5 가지 중에서 3가지를 주문하는 방법의 수는 ${}_5C_3$이므로

$a = {}_4C_2 \times {}_5C_3$

$= \frac{4\times3}{2\times1} \times \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 60$

또, 특정한 라면 요리 1가지와 특정한 튀김 요리 2가지를 포함하여 5가지 요리를 주문하는 방법의 수는 특정한 라면 요리 1가지와 튀김 요리 2가지를 제외하고 나머지 6가지의 요리 중에서 2가지를 주문하는 방법과 같으므로

$b = {}_6C_2 = \frac{6\times5}{2\times1} = 15$

따라서 $a+b = 60+15 = 75$

25. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160　② 200　③ 270　④ 315　⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.
전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}\mathrm{C}_3$,
대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_{6}\mathrm{C}_3$이므로
구하는 경우의 수는

$$
\begin{aligned}
{}_{12}C_3 - {}_{6}C_3 &= \frac{12\times11\times10}{3\times2\times1} - \frac{6\times5\times4}{3\times2\times1} \\
&= 220 - 20 = 200
\end{aligned}
$$

26. 2000보다 작은 네 자리의 자연수 중에서 각 자리의 숫자 중 두 개만 같은 자연수는 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 : ________ 개

▷ 정답 : 432 개

해설

$1\boxed{}\boxed{}\boxed{}$ 인 네자리 자연수에서
같은 두수가 1 인 수의 개수는
${}_3C_1 \times {}_9P_2 = 216$
같은 두수가 1 이 아닌 수의 개수는
${}_9C_1 \times {}_3C_2 \times {}_8C_1 = 216$ 이므로
구하고자 하는 자연수의 개수는 432 개

27. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4 개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4 = 495$

28. 10 개의 직선이 있다. 이 중 3 개는 서로 평행하다. 그리고 어느 3 개도 같은 점에서 만나지 않는다. 이들 직선으로 만들어지는 삼각형의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 98 개

해설

삼각형은 세 개의 직선으로 결정되므로 10 개의 직선에서 3 개의 직선을 뽑을 경우의 수는 ${}_{10}C_3$ 가지이다. 이 중에서 평행한 세 개의 직선을 뽑거나, 평행한 두 개의 직선과 나머지 7 개의 직선 중에서 한 개의 직선을 뽑는 경우는 삼각형이 만들어 질 수 없다. 이런 경우의 수는

${}_3C_3 + {}_3C_2 \times {}_7C_1$ 가지이다.

따라서 삼각형의 개수는

${}_{10}C_3 - ({}_3C_3 + {}_3C_2 \times {}_7C_1) = 98$ (개)

29. 아시아 4 개국과 아프리카 4 개국이 있다. 8 개국을 2 개국씩 짝지어 4 개의 그룹으로 나누려고 한다. 적어도 한 개의 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지도록 4 개의 그룹으로 나누는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 가지

▷ 정답 : 81 가지

해설

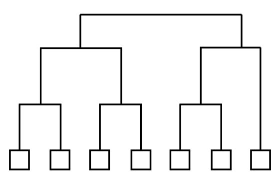
적어도 한 그룹이 아시아 국가만으로 이루어지는 사건의 여사건은 아시아 국가만으로 이루어진 그룹이 하나라도 있으면 안 되므로, 아시아 1 개국과 아프리카 1 개국으로 모든 그룹이 이루어진다.

$$\therefore {}_8C_2 \times {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{4!}$$

$$- \left\{ ({}_4C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_3C_1 \times {}_3C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_2C_1) \times ({}_1C_1 \times {}_1C_1) \times \frac{1}{4!} \right\}$$

$$= \frac{28 \times 15 \times 6}{4 \times 3 \times 2} - \frac{16 \times 9 \times 4}{4 \times 3 \times 2} = 105 - 24 = 81$$

30. A, B 를 포함한 7 명의 선수가 다음 그림과 같은 대진표에 의하여 토너먼트 방식으로 시합을 하여 우승자를 가리려고 한다. A, B 두 선수가 각각 1 회전에서 시합을 이기거나 1 회전을 부전승하여 2 회전에 올라왔을 때, A, B 두 선수가 만나도록 대진표를 짜는 방법의 수는?



① 60 ② 75 ③ 90 ④ 105 ⑤ 120

해설

7 명을 4 명, 3 명의 두 개의 조로 나눌 때,
A, B 두 선수는 같은 조에 편성되어야 한다.
(i) A, B 가 4 명의 조에 편성되는
경우 5 명을 2 명, 3 명의 두 조로 나누는
방법의 수는 ${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$ (가지)
A, B 가 1 차전에서 만나지 않도록 대진표를
짜는 방법의 수는 $2 \times {}_3C_2 \times {}_1C_1 = 6$ (가지)
$\therefore 10 \times 6 = 60$ (가지)
(ii) A, B 가 3 명의 조에 편성되는 경우
5 명을 4 명, 1 명의 두 조로 나누는 방법의
수는 ${}_5C_4 \times {}_1C_1 = 5$ (가지)
A, B 가 1 차전에서 만나지 않도록 대진표를
짜는 방법의 수는 ${}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times 2 = 6$ (가지)
$\therefore 5 \times 6 = 30$ (가지)
(i), (ii) 에 의하여 구하는 방법의 수는
$60 + 30 = 90$ (가지)

31. 수험생 6 명의 수험표를 섞어서 임의로 1 장씩 나누어 줄 때 6 명 중 어느 2 명이 자기 수험표를 받을 경우의 수를 구하면?

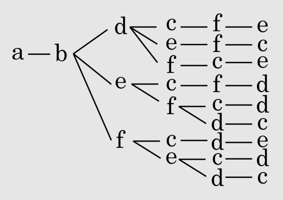
① 60가지 ② 85가지 ③ 120가지

④ 135가지 ⑤ 145가지

해설

A, B, C, D, E, F 의 6 명과 수험표를 a, b, c, d, e, f 라 하고 수형도를 그린다.

A B C D E F



$\therefore$ (A, B) 두 명만이 자기 수험표를 받는 경우의 수가 9 가지이고, 또 2 명이 자기 수험표를 받는 경우의 수는 $6 \times 5 \div 2 = 15$ 가지이다.

$\therefore$ 모든 경우의 수는 $9 \times 15 = 135$(가지)

32. 똑같은 의자 20 개가 일렬로 배열되어 있다. 여기에 구별되지 않는 똑같은 공 8 개를 올려놓으려고 할 때, 이웃하는 공 사이에 홀수 개의 빈 의자가 있도록 하는 방법의 수는?(단, 한 의자에는 한 개의 공만 올려놓는다.)

① 45　　② 90　　③ 725

④ 62985　　⑤ 125970

해설

20 개의 의자에 1 번부터 20 번까지 번호를 부여했다고 하자.
만약 공 하나가 홀수번호인 의자에 놓였다면 홀수개의 빈 의자를 지나 다음 공이 놓이게 되므로 이 의자의 번호도 홀수이다.
마찬가지로 하나의 공이 짝수번호인 의자에 놓였다면 다음 공이 놓인 의자의 번호도 짝수이다.
즉 8 개의 공은 모두 홀수 번호의 의자에 놓이거나 모두 짝수 번호의 의자에 놓이게 된다.
따라서, 구하는 경우의 수는 10 개의 홀수 번 의자중 8 개를 택하거나, 10 개의 짝수번 의자 중 8 개를 택하는 경우의 수이다.
$\therefore {}_{10}C_8 + {}_{10}C_8 = {}_{10}C_2 + {}_{10}C_2 = 90$

33. 좌표평면 위의 6 개의 평행한 직선 $x=m$ ($m=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$) 와 5 개의 평행한 직선 $y=n$ ($n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$) 로 만들어지는 직사각형 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하지 않는직사각형의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

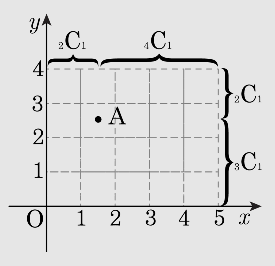
▷ 정답 : 102 개

해설

6 개의 평행한 직선 $x=m$ ($m=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$) 와 5 개의 평행한 직선 $y=n$ ($n=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$) 로 만들어지는 직사각형의 총 개수는

${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6\times5}{2} \times \frac{5\times4}{2} = 150$ (개)

이 중에서 점 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{5}{2}\right)$ 를 포함하는 직사각형의 개수는 $({}_2C_1 \times {}_4C_1) \times ({}_2C_1 \times {}_3C_1) = 8\times6 = 48$ (개)



따라서, 구하는 직사각형의 개수는 $150-48=102$ (개)