

1. -8 의 세제곱근 중에서 실수를 a , 16 의 네제곱근 중에서 실수를 b 라 할 때, $a + b^2$ 의 값을 구하면?

① 0 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$a = -2$$

$$b = 2 \text{ or } -2$$

$$a + b^2 = -2 + 4 = 2$$

2. $\sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}}$ 를 간단히 하면?

- ① 2 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[5]{32^2} \div (\sqrt[3]{2})^6 - \sqrt[3]{\sqrt{64}} \\ &= 2^{\frac{10}{5}} \div 2^{\frac{6}{3}} - 2^{\frac{8}{3}} \\ &= 1 - 1 = 0 \end{aligned}$$

3. $a > 0, b > 0$ 일 때, $\sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3}$ 을 간단히 하면?

- ① $\sqrt[6]{a}$ ② $\sqrt[6]{b}$ ③ $\sqrt[6]{ab}$ ④ $\sqrt[6]{a^2b}$ ⑤ $\sqrt[6]{ab^2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{a^2b^3} \times \sqrt{ab} \div \sqrt[3]{a^2b^3} \\ &= (a^2b^3)^{\frac{1}{6}} \times (ab)^{\frac{1}{2}} \div (a^2b^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}} \times a^{\frac{1}{2}}b^{\frac{1}{2}} \div a^{\frac{2}{3}}b = a^{\frac{1}{3}+\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}b^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-1} \\ &= a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a} \end{aligned}$$

4. 다음 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(2\sqrt{2})\sqrt{2} = 4$

㉡ $(5\sqrt{2}) \times (5\sqrt{2}) = 25\sqrt{2}$

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$

① ㉢

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ $(2\sqrt{2})\sqrt{2} = 2^{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = 2^2 = 4$ (참)

㉡ $(5\sqrt{2}) \times (5\sqrt{2}) = (5 \times 5)\sqrt{2} = 25\sqrt{2}$ (참)

㉢ $9^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = (3^2)^{\frac{1}{\sqrt{2}}} = 3^{\frac{2}{\sqrt{2}}} = 3\sqrt{2}$ (참)

5. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① -3 은 -27 의 세제곱근이다.
- ② 81 의 네제곱근은 $3, -3, 3i, -3i$ 이다.
- ③ $-\sqrt[3]{81} = -3$
- ④ $\sqrt{-16} = -2$
- ⑤ $\sqrt[3]{-64} = -4$

해설

④ $(-2)^4 = 16$ 이므로 $\sqrt{-16} = \pm 2$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt[3]{-64} = -4$

② $\sqrt[3]{81} = 3$

③ $\sqrt[3]{-32} = -2$

④ $-\sqrt[3]{0.008} = -0.2$

⑤ $(\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) = 1$

해설

$$\begin{aligned} \text{⑤ } & (\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{3})(\sqrt[3]{3^2} - \sqrt[3]{3}\sqrt[3]{2} + \sqrt[3]{2^2}) \\ & = \sqrt[3]{3^3} + \sqrt[3]{2^3} = 5 \end{aligned}$$

7. 다음 중 옳은 것은?

① $\sqrt[3]{-0.027} = -3$

② $\sqrt{\sqrt[3]{81}} = 3$

③ $(\sqrt[3]{9})^3 = 3$

④ $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{81} = 3$

⑤ $\sqrt[3]{81} \div \sqrt[3]{27} = 3$

해설

① 0.3

② $3^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{2}{3}}$

③ $\{(3^2)^{\frac{1}{6}}\}^3 = 3^{2 \times \frac{1}{6} \times 3} = 3$

④ $3^{\frac{2}{3} + \frac{4}{3}} = 3^{\frac{6}{3}}$

⑤ $3^1 \div 3^{\frac{4}{3}} = 3^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$

8. $a > 0$ 일 때, $\sqrt[4]{16a\sqrt{a}} \div \sqrt[8]{a^3}$ 을 간단히 하면?

- ① 2 ② $\sqrt{2}$ ③ $2\sqrt[4]{a^3}$ ④ $\sqrt[4]{a^3}$ ⑤ $\sqrt[4]{4a^3}$

해설

$$\sqrt[4]{16a\sqrt{a}} \div \sqrt[8]{a^3} = (2^4 a^{1+\frac{1}{2}})^{\frac{1}{4}} \div a^{\frac{3}{8}} = 2a^{\frac{3}{8}-\frac{3}{8}} = 2a^0 = 2$$

9. 16의 네제곱근 중 실수인 것의 곱을 P , 27의 세제곱근 중 허수인 것의 합을 Q 라 할 때, $P \times Q$ 의 값은?

- ① -36 ② -12 ③ 4 ④ 12 ⑤ 36

해설

$x^4 = 16, x^3 = -27$ 을 만족하는 x 를 구한다.

16의 네제곱근 중 실수인 것은

$$\sqrt[4]{16} = 2, -\sqrt[4]{16} = -2$$

$$\therefore P = -4$$

-27의 세제곱근을 X 라 하면

$$x^3 = -27, (x+3) + (x^2 - 3x + 9) = 0$$

이때, -27의 세제곱근 중 허수인 것의 합은 방정식 $x^2 - 3x + 9 = 0$ 의 두근의 합과 같다.

$$\therefore Q = 3$$

$$\therefore P \times Q = -12$$

10. 16의 네제곱근 중 음수인 것을 a , -27의 세제곱근 중 실수인 것을 b 라 할 때, ab 의 값은?

- ① -12 ② -6 ③ 6 ④ 12 ⑤ 36

해설

16의 네제곱근 중 음수인 것은

$$-\sqrt[4]{16} = -2 \quad \therefore a = -2$$

-27의 세제곱근을 x 라 하면

$$x^3 = -27, \quad (x+3)(x^2-3x+9) = 0$$

이때, -27의 세제곱근 중 실수인 것은 -3이다.

$$\therefore b = -3$$

$$\therefore ab = (-2) \times (-3) = 6$$

11. $\sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8}$ 을 간단히 하면?

- ① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[4]{4 + \sqrt{15}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{\sqrt{\frac{8 + 2\sqrt{15}}{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{\sqrt{5} + \sqrt{3}}}{\sqrt{\sqrt{2}}} \times \sqrt{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \frac{\sqrt{5-3}}{\sqrt[4]{2}} \times \sqrt[4]{8} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{\frac{8}{2}} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt[4]{4} \\ &= \sqrt{2} \times \sqrt{2} \\ &= 2 \end{aligned}$$

12. $x > 0, x \neq 1$ 일 때, $\sqrt[4]{x\sqrt{x^3}} = \sqrt[k]{x^k}$ 을 만족하는 자연수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$\sqrt[4]{x\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{x^2}\sqrt{x^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{x^5}} = \sqrt[8]{x^5}$$

13. 양의 실수 a 에 대하여 $\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \div \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt{a}}}$ 의 값은?(단, $a \neq 1$)

- ① $\sqrt[4]{a}$ ② $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ ③ 1 ④ $\frac{1}{\sqrt[4]{a}}$ ⑤ $\sqrt[4]{a}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \div \sqrt[3]{\frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt{a}}} &= \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \sqrt[5]{\frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}} \times \sqrt[3]{\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[5]{a}}} \\ &= \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \frac{\sqrt[5]{\sqrt[3]{a}}}{\sqrt[5]{\sqrt{a}}} \times \frac{\sqrt[3]{\sqrt{a}}}{\sqrt[3]{\sqrt[5]{a}}} = \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[3]{a}} \times \frac{\sqrt[5]{a}}{\sqrt[5]{a}} \times \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{a}} = \frac{1}{\sqrt[4]{a}} \end{aligned}$$

14. $x \geq 0$ 일 때, $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$ 를 간단히 하면?

- ① $x\sqrt{x}$ ② $x\sqrt[4]{x}$ ③ $\sqrt[8]{x}$ ④ $\sqrt[8]{x^3}$ ⑤ $\sqrt[8]{x^7}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}} \\ &= \sqrt{x\sqrt{x^{\frac{3}{2}}}} \\ &= \sqrt{x \cdot x^{\frac{3}{4}}} \\ &= (x^{\frac{7}{4}})^{\frac{1}{2}} = x^{\frac{7}{8}} \end{aligned}$$

15. $\sqrt[6]{\frac{\sqrt{2^4}}{\sqrt[3]{5}}} \times \sqrt[9]{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{2^6}}}$ 를 간단히 하여 $\sqrt[n]{4}$ 로 나타낼 때, 자연수 n 의 값은?

- ① 4 ② 6 ③ 9 ④ 12 ⑤ 18

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[6]{\frac{\sqrt{2^4}}{\sqrt[3]{5}}} \times \sqrt[9]{\frac{\sqrt{5}}{\sqrt[3]{2^6}}} = \frac{\sqrt[6]{\sqrt{2^4}}}{\sqrt[6]{\sqrt[3]{5}}} \times \frac{\sqrt[9]{\sqrt{5}}}{\sqrt[9]{\sqrt[3]{2^6}}} \\ & = \frac{\sqrt[3]{2^4}}{\sqrt[18]{5}} \times \frac{\sqrt[18]{5}}{\sqrt[27]{2^6}} \\ & = \frac{\sqrt[3 \times 3]{2^4}}{\sqrt[9 \times 3]{2^{3 \times 2}}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2^2}} \\ & = \frac{\sqrt[9]{2^3}}{\sqrt[9]{2^2}} = \sqrt[9]{\frac{2^3}{2^2}} \\ & = \sqrt[9]{2} = \sqrt[18]{4} \\ \therefore n &= 18 \end{aligned}$$

16. $\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}}$ 를 $2^{\frac{p}{q}}$ 로 나타낼 때, $p+q$ 의 값을 구하여라. (단, p, q 는 서로소인 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: 53

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{4\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}} &= \sqrt{4\sqrt[3]{\sqrt[4]{2^4} \times 2}} \\ &= \sqrt{4\sqrt[3]{2^5}} = \sqrt{2^2 \cdot \sqrt[3]{2^5}} \\ &= \sqrt[3]{2^{24} \times 2^5} = \sqrt[3]{2^{29}} = 2^{\frac{29}{3}}\end{aligned}$$

따라서 $p = 29, q = 3$ 이므로 $p + q = 32$

17. $(\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4})$ 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt[3]{3} = a, \sqrt[3]{2} = b \text{라고 하면} \\ & (\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} - \sqrt[3]{6} + \sqrt[3]{4}) \\ & = (a + b)(a^2 - ab + b^2) \\ & = a^3 + b^3 \\ & = 3 + 2 = 5 \end{aligned}$$

18. $a > 0$ 이고 m, n, p 가 2이상의 정수일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

② $\sqrt[p]{a^{mp}} = \sqrt{a^m}$

③ $(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = \sqrt{a^{mn}}$

④ $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = a^{\frac{1}{mn}}$

⑤ $\frac{1}{a^{\frac{1}{n}}} = a^{-\frac{n}{m}}$

해설

$$(\sqrt[n]{a})^m \cdot (\sqrt[n]{a})^n = a^{\frac{m}{n}} \cdot a^{\frac{n}{n}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{n}{n}} = a^{\frac{m^2+n^2}{n}}$$

19. 세 수 $A = 2^{\frac{1}{2}}, B = 3^{\frac{1}{3}}, C = 9^{\frac{1}{5}}$ 의 대소 관계는?

- ① $A < B < C$ ② $B < A < C$ ③ $B < C < A$
④ $C < B < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$A = 2^{\frac{1}{2}}$ 이면 $A^{18} = (2^{\frac{1}{2}})^{18} = 2^9 = 512$
 $B = 3^{\frac{1}{3}}$ 이면 $B^{18} = (3^{\frac{1}{3}})^{18} = 3^6 = 729$
 $C = 9^{\frac{1}{5}}$ 이면 $C^{18} = (9^{\frac{1}{5}})^{18} = 9^2 = 81$
 $C^{18} < A^{18} < B^{18}$ 이므로
 $\therefore C < A < B$

20. 세 수 $A = \sqrt[3]{\sqrt{100}}$, $B = \sqrt{5}$, $C = \sqrt[3]{\sqrt{121}}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < A < B$

해설

$$A = \sqrt[3]{\sqrt{100}} = \sqrt[3]{100^{\frac{1}{2}}} = 100^{\frac{1}{6}}$$

$$B = \sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}} = (5^3)^{\frac{1}{6}} = 125^{\frac{1}{6}}$$

$$C = \sqrt[3]{\sqrt{121}} = \sqrt[3]{121^{\frac{1}{2}}} = 121^{\frac{1}{6}}$$

이므로 A, B, C 의 대소 관계는 $A < C < B$ 이다

21. 세 수 $A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}}$, $B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}}$, $C = \sqrt[12]{1024}$ 의 대소관계를 바르게 나타낸것은?

- ① $A < B < C$ ② $A < C < B$ ③ $B < A < C$
④ $B < C < A$ ⑤ $C < B < A$

해설

거듭제곱근의 성질을 이용하여 $\sqrt[N]{N}$ 꼴로 통일한다.

$$A = \sqrt[3]{5\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{50}} = \sqrt[6]{50}$$

$$B = \sqrt{2\sqrt[3]{5}} = \sqrt{\sqrt[3]{40}} = \sqrt[6]{40}$$

$$C = \sqrt[12]{1024} = \sqrt[12]{2^{10}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$$

$$\sqrt[6]{32} < \sqrt[6]{40} < \sqrt[6]{50}$$

$$\therefore C < B < A$$

22. 다음 중 세 수 $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[5]{30}$ 을 작은 수부터 차례로 나열한 것은?

- ① $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[5]{30}$ ② $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[5]{30}$
③ $\sqrt[5]{30}$, $\sqrt[3]{6}$, $\sqrt[4]{10}$ ④ $\sqrt[5]{30}$, $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[3]{6}$
⑤ $\sqrt[4]{10}$, $\sqrt[5]{30}$, $\sqrt[3]{6}$

해설

거듭제곱의 성질을 이용하여 $\sqrt[3]{N}$ 의 꼴로 나타내면

$$\sqrt[3]{6} = \sqrt[12]{6^4}$$

$$\sqrt[4]{10} = \sqrt[12]{10^3}$$

$$\sqrt[5]{30} = \sqrt[12]{30^2}$$

그런데

$$\frac{6^4}{10^3} = \frac{(2 \times 3)^4}{(2 \times 5)^3} = \frac{2 \times 3^4}{5^3} > 1,$$

$$\frac{10^3}{30^2} = \frac{10}{9} > 1 \text{ 이므로}$$

$$6^4 > 10^3 > 30^2$$

따라서 작은 수부터 나열하면

$$\sqrt[5]{30}, \sqrt[4]{10}, \sqrt[3]{6}$$

23. 세 수 A, B, C 를

$A = (10\sqrt{5}$ 의 6제곱근 중 양의 실수)

$B = (\sqrt{24}$ 의 세제곱근 중 실수),

$C = (64$ 의 8제곱근 중 양의 실수)

로 정의할 때, 세 수 중 가장 큰 수와 가장 작은 수를 차례로 쓰면?

- ① A, B ② A, C ③ B, A ④ B, C ⑤ C, B

해설

$$A = \sqrt[6]{\sqrt{500}} = 500^{\frac{1}{12}},$$

$$B = \sqrt[3]{\sqrt{24}} = \{(24)^{\frac{1}{2}}\}^{\frac{1}{3}} = 24^{\frac{1}{6}} = (24^2)^{\frac{1}{12}} = 576^{\frac{1}{12}}$$

$$C = \sqrt[8]{2^6} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[12]{2^9} = 512^{\frac{1}{12}} \text{ 이므로}$$

$$A = 500^{\frac{1}{12}}, B = 576^{\frac{1}{12}}, C = 512^{\frac{1}{12}}$$

이때, $500 < 512 < 576$ 이므로

$$A < C < B$$

따라서 가장 큰 수와 가장 작은 수는 차례로 B, A 이다.

24. n 이 2이상의 자연수일 때, 거듭제곱에 대한 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ n 이 홀수일 때, $\sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$ 이다.
- ㉡ n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = -5$ 이다.
- ㉢ n 이 홀수일 때, $x^n = -5$ 를 만족하는 실수 x 는 1개다.
- ㉣ n 이 짝수일 때, $x^n = 5$ 를 만족하는 실수 x 는 n 개다.

- ① ㉠, ㉢
- ② ㉡, ㉣
- ③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉡, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ n 이 홀수일 때, 양변을 n 제곱하면
 $(\sqrt[n]{-5})^n = -5, (-\sqrt[n]{5})^n = -5$
 $\therefore \sqrt[n]{-5} = -\sqrt[n]{5}$
- ㉡ n 이 짝수일 때, $\sqrt[n]{(-5)^n} = 5$
- ㉢ n 이 홀수일 때, $x^n = -5$ 를 만족하는 실수 x 는 $\sqrt[n]{-5}$ 의 1개이다.
- ㉣ n 이 짝수일 때, $x^n = 5$ 를 만족하는 실수 x 는 $\pm\sqrt[n]{5}$ 의 2개이다.
 이 상에서 보기 중 옳은 것은 ㉠, ㉢이다.

25. 16의 세제곱근 중 실수인 것을 a , -2 의 세제곱근 중에 실수인 것을 b 라 할 때, $\frac{a}{b}$ 의 값은?

- ① $\sqrt[3]{3}$ ② -2 ③ 3 ④ $-\sqrt[3]{4}$ ⑤ 8

해설

16의 세제곱근 중 실수인 것은 $\sqrt[3]{16}$ 이므로

$$a = \sqrt[3]{16}$$

-2 의 세제곱근 중에 실수인 것은 $-\sqrt[3]{2}$ 이므로

$$b = -\sqrt[3]{2}$$

따라서, 구하는 값은

$$\frac{a}{b} = \frac{\sqrt[3]{16}}{-\sqrt[3]{2}} = -\sqrt[3]{\frac{16}{2}} = -\sqrt[3]{8} = -\sqrt[3]{2^3} = -2$$

26. 다음 중 옳은 것은?

① $a > 0$ 이고 $m, n(m > 0, n > 0)$ 이 정수일 때, $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$ 이다.

② $a > 0$ 일 때, $(\sqrt[n]{-a})^3 = -a$ 이다.

③ $(-3)^2$ 의 제곱근은 3이다.

④ n 이 짝수일 때, 3의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 $\sqrt[3]{3}$ 이다.

⑤ $\sqrt[m]{a\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m+n]{a}$ (단, $a > 0$)

해설

① $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

③ $(-3)^2$ 의 제곱근은 ± 3 이다.

④ n 이 짝수일 때, 3의 n 제곱근 중에서 실수인 것은 $\pm \sqrt[3]{3}$ 이다.

⑤ $\sqrt[m+n]{a} = \sqrt[m]{a}, \sqrt[n]{a}$

27. m, n 이 양의 정수이고 a 가 양수일 때, 다음 중 실수인 것은 모두 몇 개인가?

$$\begin{array}{l} \sqrt[2m]{(-a)^{2n}} \\ \sqrt[2m-1]{(-a)^{2n}} \\ \sqrt[2m-1]{(-a)^{2n-1}} \\ \sqrt[2m]{(-a)^{2n-1}} \end{array}$$

- ① 4개 ② 3개 ③ 2개 ④ 1개 ⑤ 없다.

해설

- (i) $(-a)^{2n} > 0$ 이므로 실수
 (ii) $(-2a)^{2n} > 0$ 이므로 실수
 (iii) $(-a)^{2n-1} < 0$, $(2m-1)$ 은 홀수이므로 실수
 (iv) $(-a)^{2n-1} < 0$, m 은 짝수이므로 실수가 아니다.
 \therefore 실수는 3개

28. $A = \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}}$ 에 대하여 $[2A]$ 의 값을 구하여라. (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}\sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} &= \sqrt{\sqrt{7+2\sqrt{12}}} \\ &= \sqrt{2+\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{\frac{4+2\sqrt{3}}{2}} \\ &= \frac{\sqrt{4+2\sqrt{3}}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

같은 방법으로

$$\sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로}$$

$$A = \sqrt[4]{7+4\sqrt{3}} + \sqrt[4]{7-4\sqrt{3}} = \sqrt{6}$$

$$\therefore 2A = \sqrt{24}$$

그런데 $4 < 2A < 5$ 이므로

$$[2A] = 4$$

29. 세 수 $\sqrt{5}$, $\sqrt[3]{11}$, $\sqrt[4]{128}$ 의 대소 관계를 바르게 나타낸 것은?

- ① $\sqrt{5} < \sqrt[3]{11} < \sqrt[4]{128}$ ② $\sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < \sqrt[4]{128}$
③ $\sqrt{5} < \sqrt[4]{128} < \sqrt[3]{11}$ ④ $\sqrt[4]{128} < \sqrt[3]{11} < \sqrt{5}$
⑤ $\sqrt[4]{128} < \sqrt{5} < \sqrt[3]{11}$

해설

$\sqrt{5} = 5^{\frac{1}{2}}$, $\sqrt[3]{11} = 11^{\frac{1}{3}}$, $\sqrt[4]{128} = 128^{\frac{1}{4}}$
이 때, 지수의 분모를 같게 만들면
 $5^{\frac{1}{2}} = 5^{\frac{3}{6}}$, $11^{\frac{1}{3}} = 11^{\frac{2}{6}}$, $128^{\frac{1}{4}}$
지수의 분모가 6으로 모두 같으므로
 5^3 , 11^2 , 128 의 대소를 비교한다.
 $5^3 = 125$, $11^2 = 121$, 128 에서
 $11^2 < 5^3 < 128 \therefore \sqrt[3]{11} < \sqrt{5} < \sqrt[4]{128}$

30. 다음 네 수의 크기를 비교하면?

| | | | | | | | |
|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|------------|---------------|
| ㉠ | $\sqrt{2}$ | ㉡ | $\sqrt{3}$ | ㉢ | $\sqrt[3]{4}$ | ㉣ | $\sqrt[4]{5}$ |
|------------|------------|------------|------------|------------|---------------|------------|---------------|

- ① $\text{㉠} < \text{㉡} < \text{㉢} < \text{㉣}$ ② $\text{㉢} < \text{㉣} < \text{㉠} < \text{㉡}$
③ $\text{㉢} < \text{㉣} < \text{㉡} < \text{㉠}$ ④ $\text{㉠} < \text{㉢} < \text{㉣} < \text{㉡}$
⑤ $\text{㉡} < \text{㉠} < \text{㉣} < \text{㉢}$

해설

$\text{㉠} < \text{㉡}$
 $(\sqrt{2})^3 = 2\sqrt{2} > (\sqrt[3]{4})^3 = 4$
 $\therefore \text{㉢} < \text{㉠} < \text{㉡}$
 $(\sqrt[3]{4})^{12} = 4^4 = 256 > (\sqrt[4]{5})^{12} = 5^3 = 125$
 $\therefore \text{㉢} < \text{㉣} < \text{㉠} < \text{㉡}$