

1. 연립부등식 $\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x < 4 \\ 3x - 5x \leq 7 + 1 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x \geq -4 \end{cases} \end{aligned}$$

따라서 $-4 \leq x < \frac{4}{3}$ 를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ 의 6 개이다.

2. 직선 $y = -x + 1$ 의 기울기와 y 절편, x 축의 양의 방향과 이루는 각의 크기를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

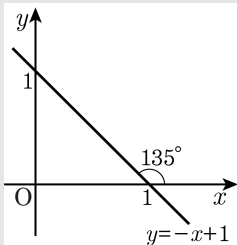
▷ 정답 : 기울기 -1

▷ 정답 : y 절편 1

▷ 정답 : x 축의 양의 방향 135°

해설

기울기 -1 , y 절편 1 ,
 x 축의 양의 방향과
이루는 각 135°



3. 집합 $A = \{1, 3, 5\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 집합 B 가 될 수 없는 것은?
(단, 소수는 1보다 큰 자연수 중에 1과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.)

- ① $\{x|x\text{는 }10\text{이하의 홀수}\}$ ② $\{x|x\text{는 }15\text{의 약수}\}$
③ $\{x|x\text{는 }10\text{이하의 자연수}\}$ ④ $\{x|x\text{는 }10\text{이하의 소수}\}$
⑤ $\{x|x\text{는 }5\text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$
② $\{1, 3, 5, 15\}$
③ $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
④ $\{2, 3, 5, 7\}$
⑤ $\{1, 3, 5\}$

4. 임의의 실수 x 에 대하여 $x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 성립하기 위한 정수 a 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

$x^2 + 2ax - a + 2 \geq 0$ 이 항상 성립하기 위해서는

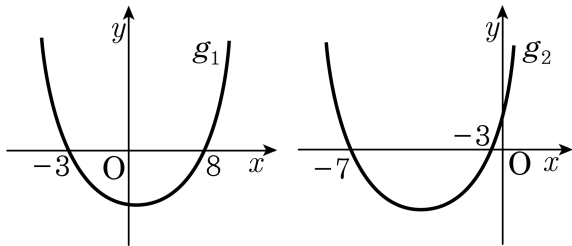
$$D/4 \leq 0$$

$$D/4 = a^2 + a - 2 = (a + 2)(a - 1) \leq 0$$

따라서 $-2 \leq a \leq 1$

$\therefore a = -2, -1, 0, 1$ (4개)

5. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로

g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)

을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

g_2 의 일차항 $a = 10$

($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)

이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면

$x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$

$\therefore -12 < x < 2$

따라서 만족하는 정수는 13 (개)

6. 부등식 $-x < x^2 < 2x + 1$ 의 해를 구하면?

① $x < -1$ 또는 $x > 0$

② $1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$

③ $0 < x < 1 + \sqrt{2}$

④ $-1 < x < 0$

⑤ $x < -\sqrt{2}$

또는 $x > 1 + \sqrt{2}$

해설

$$-x < x^2 < 2x + 1$$

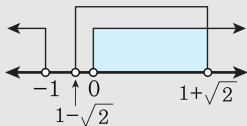
$$\begin{cases} -x < x^2 & \dots \textcircled{A} \\ x^2 < 2x + 1 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

$$\textcircled{A} \quad 0 < x^2 + x, \quad x(x+1) > 0$$

$$\therefore x < -1 \text{ 또는 } x > 0$$

$$\textcircled{B} \quad x^2 - 2x - 1 < 0,$$

$$\therefore 1 - \sqrt{2} < x < 1 + \sqrt{2}$$



두 부등식의 공통부분은

$$\therefore 0 < x < 1 + \sqrt{2}$$

7. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

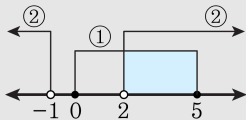
첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

$$\therefore 0 \leq x \leq 5 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$$\therefore x < -1, x > a \cdots \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 동시에 만족하는 해가 $2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.



8. 세 점 $A(6,1)$, $B(-1,2)$, $C(2,3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC 의 외심의 좌표를 구하면?

① $O(1, -2)$

② $O(2, 2)$

③ $O(2, -2)$

④ $O(2, -1)$

⑤ $O(1, -1)$

해설

외심의 좌표를 $O(a, b)$ 라 하면

$$\overline{OA} = \overline{OB} \text{ 즉, } \overline{OA}^2 = \overline{OB}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2$$

$$\therefore 7a - b = 16 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\overline{OA} = \overline{OC}, \text{ 즉 } \overline{OA}^2 = \overline{OC}^2 \text{ 이므로}$$

$$(a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2$$

$$\therefore 2a - b = 6 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } a = 2, b = -2$$

$$\therefore O(2, -2)$$

9. 점 A(1, 3), B(3, 2)를 잇는 선분과 직선 $x - y + 1 = 0$ 과의 교점을 P라 할 때, $\overline{AP} : \overline{BP}$ 는?

① 1 : 1

② 1 : 2

③ 1 : 3

④ 2 : 1

⑤ 3 : 1

해설

$\overline{AP} : \overline{BP} = 1 : k$ 라 하면

P의 좌표는 $\left(\frac{k+3}{1+k}, \frac{3k+2}{1+k}\right)$ 이다.

P는 직선 $x - y + 1 = 0$ 위에 있으므로

$$\frac{k+3}{1+k} - \frac{3k+2}{1+k} + 1 = 0,$$

$$k+3 - (3k+2) + (1+k) = 0 \quad \therefore k = 2$$

$$\therefore \overline{AP} : \overline{BP} = 1 : 2$$

10. 다음 직선 l 과 평행하면서 점 $(-2, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이때, $a + b$ 의 값은 ?

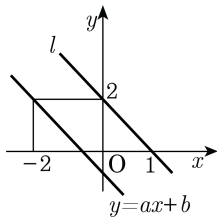
① -4

② -3

③ -2

④ -1

⑤ 0



해설

그림의 직선의 기울기는 -2 이므로
구하는 직선은 기울기가 -2 이고 점 $(-2, 2)$ 를 지난다.

$$y - 2 = -2(x + 2), y = -2x - 2$$

$$y = -2x - 2, a = -2, b = -2 \text{ 이므로,}$$

$$\therefore a + b = -4$$

11. 직선 $x + ay + 1 = 0$ 이 직선 $2x + by + 1 = 0$ 에 수직이고 직선 $x - (b - 1)y - 1 = 0$ 과 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

두 직선 $x + ay + 1 = 0$, $2x + by + 1 = 0$ 이 서로 수직이므로
 $1 \cdot 2 + a \cdot b = 0 \quad \therefore ab = -2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$

두 직선 $x + ay + 1 = 0$, $x - (b - 1)y - 1 = 0$ 이 서로 평행하므로

$$\frac{1}{1} = \frac{a}{1-b} \neq \frac{1}{-1} \quad \therefore a + b = 1 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}} \text{ 에서 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$\therefore 1 - 2 \cdot (-2) = 5$$

12. 두 점 A(3,0), B(-2,0) 에서의 거리의 비가 2 : 3 인 점 P 의 자취의 넓이는?

① 9π

② 16π

③ 25π

④ 36π

⑤ 49π

해설

점 P 의 좌표를 $P(x,y)$ 라 하면

$$\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 3$$

$$\text{즉 } 4\overline{PB}^2 = 9\overline{PA}^2 \text{ 이므로}$$

$$4\{(x+2)^2 + y^2\} = 9\{(x-3)^2 + y^2\}$$

$$x^2 + y^2 - 14x + 13 = 0$$

$$\therefore (x-7)^2 + y^2 = 36$$

따라서 점 P 는 중심이 (7, 0) 이고,

반지름의 길이가 6 인 원 위를 움직이므로

$$\text{구하는 자취의 넓이는 } \pi \cdot 6^2 = 36\pi$$

13. 원 $x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$ 을 x 축 방향으로 p 만큼, y 축방향으로 q 만큼 평행이동시키면 원 $x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$ 이 된다. 이 때, $pq + c$ 의 값은?

① -2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ -10

해설

원을 평행이동시키면 반지름의 길이는 변하지 않고, 중심좌표만 변한다.

$$x^2 + y^2 + 2x - 2y - 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)^2 + (y-1)^2 = 8$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y + c = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y+3)^2 = 10 - c$$

$\therefore (-1, 1) \rightarrow (1, -3)$ 이므로, x 축으로 2만큼, y 축으로 -4만큼 평행이동한 것이고, $8 = 10 - c$ 에서 $c = 2$ 이다.

$$\therefore pq + c = 2 \cdot (-4) + 2 = -6$$

14. 직선 $y = x + 1$ 에 관해서 점 $A(-2, 3)$ 과 대칭인 점의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = x + 1$ 에 $A(-2, 3)$ 에 대칭인 점은 A' 이므로 $\overline{AA'}$ 의 중점은 $y = x + 1$ 위의 점이다.

$$\frac{-2 + a}{2} + 1 = \frac{3 + b}{2} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

또 $\overline{AA'}$ 의 기울기와 $y = x + 1$ 의 기울기의 곱이 -1 이므로

$$\left(\frac{b - 3}{a + 2} \right) \times 1 = -1$$

$$\therefore b - 3 = -a - 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에 의해 } a = 2, \quad b = -1$$

$$\therefore (2, -1)$$

15. 다음 안에 알맞은 세 자연수를 차례대로 나열한 것은?

보기

㉠ $n(\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}) = \text{$

㉡ 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = \text{$

㉢ $A \subset \{\neg, \wedge, \vee, \supset\}$ 이고 $n(A) = 3$ 을 만족하는 집합은 A 의 개수는 개이다.

① 5, 0, 4

② 6, 0, 3

③ 6, 1, 3

④ 6, 1, 4

⑤ 12, 1, 3

해설

㉠ $n(\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}) = 6$

㉡ 집합 $B = \{0\}$ 일 때, $n(B) = 1$

㉢ $A \subset \{\neg, \wedge, \vee, \supset\}$ 이고 $n(A) = 3$ 을 만족하는 집합 A 는 $\{\neg, \wedge, \vee\}, \{\neg, \wedge, \supset\}, \{\neg, \vee, \supset\}, \{\wedge, \vee, \supset\}$ 이므로 4개 이다.

따라서 세 자연수는 차례대로 6, 1, 4 이다.

16. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, 다음 중 항상 성립한다고 할 수 없는 것은? (단, $U \neq \emptyset$)

① $A \cup B = B$

② $A \cap B = A$

③ $(A \cap B)^c = B^c$

④ $B^c \subset A^c$

⑤ $A - B = \emptyset$

해설

$A \subset B$ 이면

① $A \cup B = B$

② $A \cap B = A$

③ $(A \cap B)^c = A^c (\neq B^c)$

④ $B^c \subset A^c$

⑤ $A - B = \emptyset$

17. 집합 $A = \left\{ x \mid \frac{11}{x} = 5 \text{인 자연수} \right\}$ 의 부분집합의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

해설

$$A = \emptyset$$

모든 집합의 부분집합에는 $\emptyset$ 과 자기 자신이 포함되는데 $\emptyset$ 은 $\emptyset$ 과 자기 자신이 같으므로 집합 A 의 부분집합의 개수는 1 개

18. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 13 \text{ 보다 크고 } 27 \text{ 보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 중에서 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 32 개

해설

$A = \{14, 15, 16, \dots, 26\}$ 의 부분집합 중 원소 14, 22는 반드시 포함하고, 홀수 15, 17, 19, 21, 23, 25는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$$2^{13-2-6} = 2^5 = 32 \text{ (개)}$$

19. $0 \leq x \leq 2$ 인 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $x^2 - ax + a^2 - 4 \leq 0$ 이 항상 성립되게 하는 실수 a 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값은?

① 4

② 3

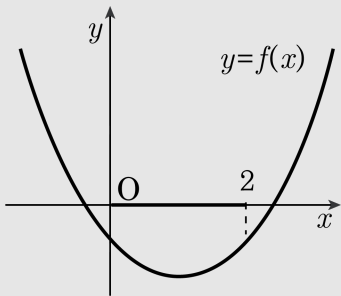
③ 2

④ 1

⑤ -1

해설

$f(x) = x^2 - ax + a^2 - 4$ 로 놓을 때
주어진 부등식의 해가 0, 2 를 포함 하려면
 $f(0) \leq 0, f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(0) = a^2 - 4 \leq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$f(2) = -2a + a^2 \leq 0$$

$$\therefore 0 \leq a \leq 2 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

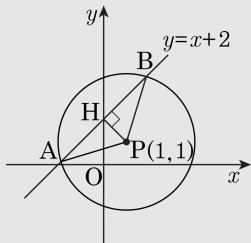
㉠, ㉡의 공통 범위는 $0 \leq a \leq 2$

따라서 $M = 2, m = 0$ 이므로 $M - m = 2$

20. 중심이 (1, 1) 이고, 반지름이 3 인 원과 직선 $y = x + 2$ 가 두 점 A, B 에서 만난다. 이 때, 두 점 A, B 사이의 거리를 구하면?

- ① $2\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $2\sqrt{6}$ ④ $2\sqrt{7}$ ⑤ $2\sqrt{10}$

해설



그림에서 원의 중심을 P, 점 P 에서
선분 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{PH} = \frac{|1 - 1 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \sqrt{2}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{3^2 - (\sqrt{2})^2} = \sqrt{7}$$

$$\text{따라서 } \overline{AB} = 2 \cdot \overline{AH} = 2\sqrt{7}$$

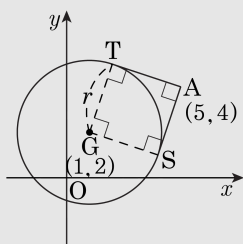
21. 좌표평면 위에 원 $(x-1)^2 + (y-2)^2 = r^2$ 과 원 밖의 점 A(5,4)가 있다. 점 A에서 원에 그은 두 접선이 서로 수직일 때, 원의 반지름의 길이 r 의 값은?

- ① $\sqrt{10}$ ② $\sqrt{11}$ ③ $\sqrt{12}$ ④ $\sqrt{13}$ ⑤ $\sqrt{14}$

해설

좌표평면 그림으로 나타내면 점 A에서 그은 접선이 서로 수직이므로 원의 중심 G, 접점 S와 T, 점 A로 이루어지는 □GSAT는 한 변의 길이가 r 인 정사각형이다.

$$\therefore r = \frac{\overline{GA}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = \sqrt{10}$$



해설

중심을 C라 하고 두 접점을 각각 T, T' 이라고 하면 점 C의 좌표는 (1, 2)이므로

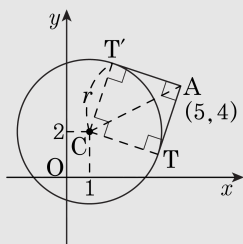
$$\overline{CA} = \sqrt{(5-1)^2 + (4-2)^2} = 2\sqrt{5}$$

점 A에서 원에 두 접선을 그었으므로 $\overline{AT} = \overline{AT'}$

사각형 T'CTA는 네 각의 크기가 같고 네 변의 길이가 같은 정사각형이므로 $\angle CAT = 45^\circ$

직각삼각형 CAT에서 $\overline{CT} = r$ 이므로

$$r = \overline{CA} \sin 45^\circ = 2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \sqrt{10}$$



22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하면?

㉠ $X \subset A$

㉡ $\{3, 5\} \subset X$

㉢ $n(X) \leq 5$

① 12 개

② 13 개

③ 14 개

④ 15 개

⑤ 16 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 에서 $\{3, 5\}$ 를 반드시 포함하며 원소의 개수가 5 개이하인 부분집합이다.

원소의 개수가 2개인 부분집합 : $\{3, 5\}$

원소의 개수가 3개인 부분집합 : $\{1, 3, 5\}, \{3, 5, 7\}, \{3, 5, 9\}, \{3, 5, 11\}$

원소의 개수가 4개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7\}, \{1, 3, 5, 9\}, \{1, 3, 5, 11\}, \{3, 5, 7, 9\}, \{3, 5, 7, 11\}, \{3, 5, 9, 11\}$

원소의 개수가 5개인 부분집합 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}, \{1, 3, 5, 7, 11\}, \{1, 3, 5, 9, 11\}, \{3, 5, 7, 9, 11\}$

23. 관희는 집에서 김밥을 50개 만들었다. 아직 앞으로 10개를 더 만들 수 있는 재료가 남아있는 데, 얼마큼을 더 만들지는 모르겠다고 한다. 김밥은 5개가 들어가는 도시락과 8개가 들어가는 도시락에 나누어 담을 생각이고, 도시락의 수는 10개로 하려고 한다. 김밥이 8개가 들어가는 도시락의 최소의 개수와 최대의 개수를 순서대로 나열한 것으로 옳은 것은?

① 0개, 1개

② 0개, 2개

③ 1개, 2개

④ 0개, 3개

⑤ 2개, 3개

해설

8개가 들어가는 도시락의 수를 x 개라고 두면 5개가 들어가는 도시락의 수는 $(10 - x)$ 개이다. 이를 이용하여 김밥의 개수를 식으로 나타내면 $8x + 5(10 - x)$ 개이다. 김밥의 개수는 최소 50개, 최대 60개가 될 것이므로, $50 \leq 8x + 5(10 - x) \leq 60$ 이고 연

립방정식으로 나타내면,
$$\begin{cases} 60 \geq 8x + 5(10 - x) \\ 8x + 5(10 - x) \geq 50 \end{cases}$$
 이다. 간단히

하면
$$\begin{cases} x \leq \frac{10}{3} \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 이다. x 의 범위를 나타내면 $0 \leq x \leq \frac{10}{3}$ 이다.

따라서 김밥이 8개 들어가는 도시락의 수는 최소 0개, 최대 3개이다.

24. $[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 일 때 $[x + 2y - z]$ 의 최대값과 최소값의 합은?

(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수이다.)

① 12

② 13

③ 14

④ 15

⑤ 16

해설

$[x] = 1$, $[y] = 2$, $[z] = -1$ 에서

$1 \leq x < 2$, $2 \leq y < 3$, $-1 \leq z < 0$

$1 \leq x < 2$

$4 \leq 2y < 6$

+) $0 < -z \leq 1$

$5 < x + 2y - z < 9$

$\therefore [x + 2y - z] = 5, 6, 7, 8$

최대값과 최소값의 합은 $5 + 8 = 13$

25. 직선 $y = x$ 위의 점 P가 두 점 A(2,4), B(0,2)로부터 같은 거리에 있을 때, 사각형 ABOP의 넓이는? (단, O는 원점)

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

점 P의 좌표를 (a, a) 으로 놓으면
 $\overline{AP} = \overline{BP}$ 에서 $\sqrt{(a-2)^2 + (a-4)^2} = \sqrt{a^2 + (a-2)^2}$

양변 제곱하여 정리하면

$$2a^2 - 12a + 20 = 2a^2 - 4a + 4, 8a = 16$$

$$\therefore a = 2$$

따라서 점 P의 좌표는 (2, 2)이므로 다음 그림에서
 (□ABOP의 넓이)

$$= (\triangle OBP \text{의 넓이}) + (\triangle ABP \text{의 넓이})$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2 + \frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 4$$

