

1. 다음 중 옳은 것은?

- ① 0 은 모든 자연수의 약수이다.
- ② 합성수의 약수는 4 개 이상이다.
- ③ 소수가 아닌 자연수는 모두 합성수이다.
- ④ 소수의 약수는 1 과 자기 자신뿐이다.
- ⑤ 소수는 홀수이다.

해설

소수는 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.

2. 63를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \end{array}$$

3. x 는 360의 소수인 인수일 때, x 의 개수는?

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 8 개 ④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 소인수는 2, 3, 5이다.
따라서, x 의 개수는 3(개)이다.

4. 두 수 $A = 2^3 \times 3^2$, $B = 2^3 \times 3 \times 5$ 에 대하여 A, B 의 공약수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 8 개

해설

A, B 의 최대공약수가 $2^3 \times 3$ 이고 공약수는 최대공약수의 약수
이므로 개수는

$$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8 \text{ (개)}$$

5. 16, 42, 54 의 최소공배수는?

① 2×3

② $2^3 \times 3$

③ $2 \times 3 \times 7$

④ $2^3 \times 3^3$

⑤ $2^4 \times 3^3 \times 7$

해설

$16 = 2^4$, $42 = 2 \times 3 \times 7$, $54 = 2 \times 3^3$ 이므로
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 7$ 이다.

6. 200 에 가장 가까운 14 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 196

해설

$14 \times 14 = 196$, $14 \times 15 = 210$ 이므로 200 에 가장 가까운 배수는 196 이다.

7. 다음에서 소수에 해당하는 글자를 찾아 차례대로 적어 보아라.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
난	그	래	서	도	라	지	꽃	과	살
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
구	차	는	있	는	데	돈	이	다	심

▶ 답 :

▷ 정답 : 그래도지구는돈다

해설

주어진 20 이하의 자연수 중에서 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이다. 각 소수에 해당하는 글자를 차례대로 적으면 ‘그래도지구는돈다’ 이다.

8. $48 \times x = y^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① 3

② 4

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

$$2^4 \times 3 \times x = y^2$$

가장 작은 $x = 3$,

$$2^4 \times 3 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = y^2$$

$$y = 2^2 \times 3 = 12$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

9. $3^a \times 5^b$ 이 225 를 약수로 가질 때, 두 자연수 a, b 의 최솟값을 고르면?

- ① 1, 1 ② 1, 2 ③ 2, 1 ④ 2, 2 ⑤ 2, 3

해설

$3^a \times 5^b$ 이 $225 = 3^2 \times 5^2$ 을 약수로 가지므로, a 는 2 이상의 자연수, b 는 2 이상의 자연수가 되어야 한다.
그 중 최솟값은 $a = 2, b = 2$ 일 때이다.

10. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면?

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

11. 세 수 30, 60, 80 의 공약수 중에서 소수의 합은?

① 3

② 5

③ 7

④ 10

⑤ 17

해설

30, 60, 80 의 최대공약수 : 10

공약수 중 소수 : 2, 5

(소수의 합) = $2 + 5 = 7$

12. 두 수 $2^a \times 3 \times 5$, $2 \times 5^b \times 7^c$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$2^a = 2 \text{ 이므로 } a = 1$$

$$5^b = 5^2 \text{ 이므로 } b = 2$$

$$7^c = 7^2 \text{ 이므로 } c = 2 \text{ 따라서 } a + b + c = 5$$

13. 두 수 A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이다. 네 수 A , B , C , D 의 공배수로 알맞은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① 18

② 36

③ 72

④ 90

⑤ 144

해설

A 와 B 의 최소공배수는 18 이고, 두 수 C 와 D 의 최소공배수는 24 이므로, 네 수 A , B , C , D 의 최소공배수는 72 이다. 따라서 A , B , C , D 의 공배수는 72 의 배수이다.

14. 100 이하의 자연수 중에서 6과 9의 공배수의 갯수는?

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개 ④ 6개 ⑤ 8개

해설

6 과 9 의 최소공배수는 $2 \times 3^2 = 18$,
따라서 100 이하에서 18 의 배수는 5개

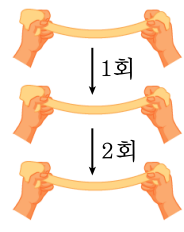
15. 네 자리의 정수 $41\square2$ 가 3 의 배수인 동시에 4 의 배수가 되도록 $\square$ 안에 알맞은 수는?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

3의 배수는 자리 수의 합이 3의 배수 이므로 $41\square2 \Rightarrow 4 + 1 + \square + 2 = 7 + \square$ 에서 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 2, 5, 8 이다.
4의 배수는 마지막 두 자리가 4의 배수이어야 하므로 $41\square2 \Rightarrow \square2$ 에서
 $\square$ 안에 들어갈 수 있는 수는 1, 3, 5, 7, 9 이다.
따라서 동시에 만족하는 수는 5 이다.

16. 손으로 국수를 만들 때, 반죽을 늘어 1 회 접으면 두 가닥이 되고, 2 회 접으면 네 가닥이 된다. 국수가 100 가닥 이상 필요 할 때, 최소 몇 회를 접어야 하는가?
- ① 4 회 ② 5 회 ③ 6 회
④ 7 회 ⑤ 8 회



해설

반죽을 1 회 접으면 2 가닥, 2 회 접으면 (2×2) 가닥, 3 회 접으면 $(2 \times 2 \times 2)$ 가닥이 된다. 접는 횟수에 따른 국수의 가닥 수를 표로 정리하면 다음과 같다.

접는 횟수	국수의 가닥 수(가닥)	국수의 가닥수를 거듭제곱으로 표현
1회	2	2^1
2회	$2 \times 2 = 4$	2^2
3회	$2 \times 2 \times 2 = 8$	2^3
4회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$	2^4
5회	$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$	2^5
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

$2^5 = 32$, $2^6 = 64$, $2^7 = 128$, ... 이므로 국수 100 가닥을 만들려면 7 회 이상 접어야 한다.

17. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

18. 432를 자연수 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다.
다음 중 x 의 값으로 알맞지 않은 것은?

- ① 3 ② 6 ③ 12 ④ 27 ⑤ 48

해설

$$\frac{432}{x} = \square^2$$

$$432 = 2^4 \times 3^3$$

나뉘야 할 가장 작은 자연수는 3이다. 그러므로 3 또는 $3 \times$ (지수가 짝수인 수)의 꼴이 아닌 것을 찾는다.

- ① 3
② 2×3
③ $2^2 \times 3$
④ 3^3
⑤ $2^4 \times 3$

19. 약수의 개수가 12 개인 수 중에서 가장 작은 수와 세 번째로 작은 수의 차를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

소인수가 1 개일 때, $12 = 11 + 1$ 이므로

$2^{11}, 3^{11}, \dots$

소인수가 2 개일 때, $12=4 \times 3=6 \times 2$

$2^3 \times 3^2 = 72, 2^2 \times 3^3 = 108, 2^3 \times 5^2 = 200, \dots$

$2^5 \times 3 = 96, 2^5 \times 5 = 160, \dots$

소인수가 3 개일 때, $12 = 3 \times 2 \times 2$

$2^2 \times 3 \times 5 = 60, 2^2 \times 3 \times 7 = 84, 2 \times 3^2 \times 5 = 90, \dots$

따라서 가장 작은 수는 60, 세 번째로 작은 수는 84이다.

$\therefore 84 - 60 = 24$

20. 504의 약수의 개수와 $3^x \times 7^2 \times 13^y$ 의 약수의 개수가 같다고 한다. 이때, $x - y$ 의 값을 구하여라. (단, x, y 는 $x > y$ 인 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$504 = 2^3 \times 3^2 \times 7$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $x = 3$, $y = 1$ 이어야 한다. ($\because x > y$)
 $\therefore x - y = 3 - 1 = 2$

21. 100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 36 개

해설

$100 = 2^2 \times 5^2$
→ 100 과 서로소인 수는 2 의 배수가 아니고, 5 의 배수가 아니어야 한다.
두 자리 자연수의 개수는 90 개이고,
두 자리 자연수 중 2 의 배수는 45 개이고,
두 자리 자연수 중 5 의 배수는 18 개이고,
두 자리 자연수 중 10 의 배수는 9 개이다.
100 과 서로소인 두 자리 자연수의 개수 = $90 - 45 - 18 + 9 = 36$

22. 세 수 $12, 18, a$ 의 최소공배수가 396 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$12 = 2^2 \times 3$, $18 = 2 \times 3^2$, $396 = 2^2 \times 3^2 \times 11$ 이므로,
 a 값이 될 수 있는 수는 $2^x \times 3^y \times 11$ (x, y 는 0 또는 1 또는 2)
이며,
최솟값을 가질 때는 x, y 가 0 일 때이므로 a 의 최솟값은 11 이다.

23. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70

② 75

③ 80

④ 85

⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

24. 자연수 약수의 개수가 9 개인 어떤 수를 소인수분해했더니 $2^2 \times \square$ 가 되었다. 안에 들어갈 가장 작은 수는 무엇인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$9 = 9 \times 1 = 3 \times 3$
i) $9 = 8 + 1$
 $2^2 \times \square = 2^8$
 $\therefore \square = 2^6$
ii) $9 = 3 \times 3 = (2 + 1) \times (2 + 1)$ 일 때,
 $2^2 \times \square = 2^2 \times a^2$ (단, a 는 2 가 아닌 소수이다.)
 $\therefore a = 3, 5, 7, \dots$
 $\therefore \square = 9, 25, 49$
i), ii) 에서 가장 작은 수는 9 이다.

25. 10 부터 100 사이의 수 중에서 약수의 개수가 3개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

약수의 개수가 3 개인 수는 (소수)² 이므로
10 이상 100 이하의 수 중 소수의 제곱이 되는 수는 5^2 , 7^2 의 2 개