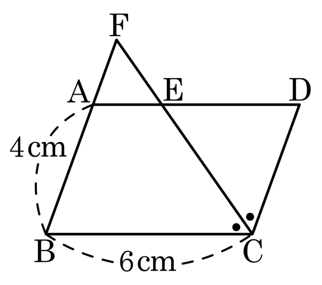
1. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 에서 $\angle C$ 의 이등분선과 $\overline{AB}$ 의 연장선과의 교점을 F 라 한다. 이때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ____ cm

▷ 정답 : 2 cm

해설

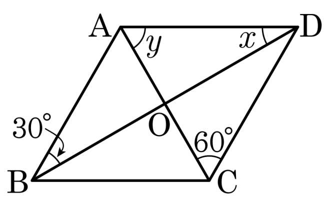
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ 이므로

$\angle BFC = \angle FCD = \angle BCF$

$\overline{BF} = \overline{BC}$ 이므로 $4 + \overline{AF} = 6$

$\therefore\ \overline{AF} = 2(\text{cm})$

2. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 크기를 구하여라.



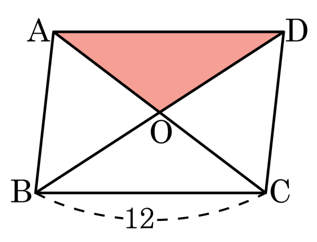
▶ 답: $\underline{\quad\quad}^{\circ}$

▷ 정답: 90°

해설

$\angle\mathrm{CAD} = \angle\mathrm{ACB}$, $\angle\mathrm{ABD} = \angle\mathrm{BDC}$ 이다.
$\angle\mathrm{ADC} + \angle\mathrm{BCD} = 180^{\circ} = \angle x + \angle y + 60^{\circ} + 30^{\circ}$ 이므로, $\angle x + \angle y = 90^{\circ}$ 이다.

3. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC} = 12$ 이고 두 대각선의 합이 36 일 때, 어두운 부분의 둘레의 길이는?



① 15 ② 20 ③ 25 ④ 30 ⑤ 35

해설

$\triangle AOD$ 의 둘레는 $\overline{AO} + \overline{OD} + \overline{AD}$ 이므로

$\overline{AO} + \overline{OD}$ 는 두 대각선의 합의 $\frac{1}{2}$ 이므로 18 이고, $\overline{AD} = \overline{BC}$

이므로 둘레는 $12 + 18 = 30$ 이다.

4. 다음 중 평행사변형이 되는 조건이 아닌 것을 골라라.

㉠ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다. ㉡ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다. ㉢ 한 쌍의 대변이 평행하고, 한 쌍의 대변의 길이가 같다. ㉣ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다. ㉤ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

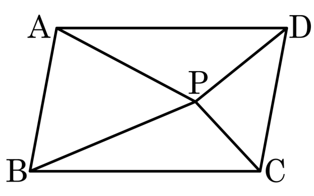
▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

㉢ 평행사변형이 되려면 한 쌍의 대변이 평행이고 그 길이가 같아야 한다

5. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P 를 잡을 때, $\square$ABCD 의 넓이는 60cm^2 이고, $\triangle$ABP 의 넓이는 $\triangle$CDP 의 넓이의 2 배일 때, $\triangle$CDP 의 넓이를 구하면 ?



① 5cm^2 ② 10cm^2 ③ 15cm^2
④ 20cm^2 ⑤ 25cm^2

해설

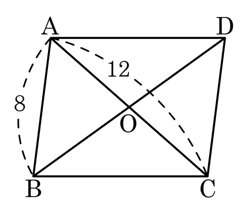
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square\text{ABCD} = \triangle\text{PAB} + \triangle\text{PCD} = \triangle\text{PAD} + \triangle\text{PBC}$ 이므로

$\triangle\text{ABP} + \triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$ 이다.

$\triangle\text{ABP} = 2\triangle\text{CDP}$ 이므로 $3\triangle\text{CDP} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{CDP} = \frac{1}{6}\square\text{ABCD} = 10(\text{cm}^2)$

6. $\overline{AB} = 8$, $\overline{AC} = 12$ 인 평행사변형 ABCD 가 다음 조건을 만족할 때, 직사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면? (정답 2개)



① $\overline{CD} = 8$

② $\angle A + \angle D = 180°$

③ $\overline{BD} = 12$

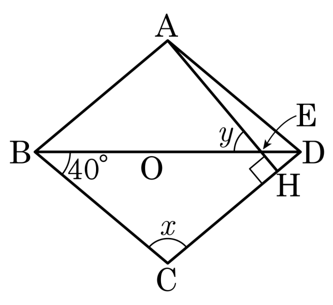
④ $\angle A = 90°$

⑤ $\angle AOD = 90°$

해설

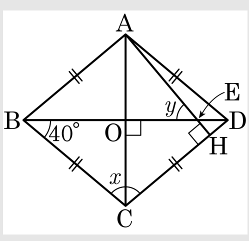
한 내각이 직각이거나 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이 되므로 $\angle A = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.

7. 다음 그림에서 □ABCD 가 마름모일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기는?



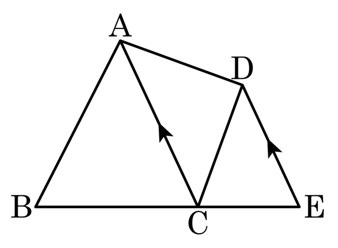
① $x = 90°,\ y = 45°$
② $x = 95°,\ y = 45°$
③ $x = 90°,\ y = 40°$
④ $x = 100°,\ y = 50°$
⑤ $x = 100°,\ y = 40°$

해설



(1)$\angle CBO = 40°$ 이고, $\angle BOC = 90°$ 이므로,
$\angle BCO = 50°$, $\angle x = 2\angle BCO$ 이므로
$\therefore \angle x = 100°$
(2) $\triangle DEH$ 에서 $\angle EDH = 40°,\ \angle DHE = 90°$ 이므로, $\angle DEH = 50°$
$\angle y = \angle DEH$ (맞꼭지각) 이므로
$\therefore \angle y = 50°$
$\therefore \angle x = 100°,\ \angle y = 50°$ 이다.

8. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 12 이고 $\triangle ACD$ 의 넓이가 8 일 때, $\triangle ABE$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

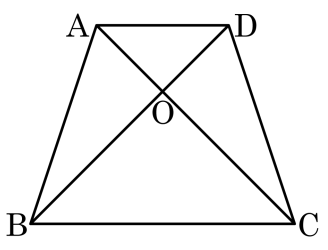
▷ 정답: 20

해설

$\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$ 이므로 $\triangle ACE = \triangle ACD = 8$

$\therefore \triangle ABE = \triangle ABC + \triangle ACE = 12 + 8 = 20$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{OA}:\overline{OC}=1:2$ 이다. $\triangle AOD=48\text{cm}^2$ 일 때, □ABCD 의 넓이는?

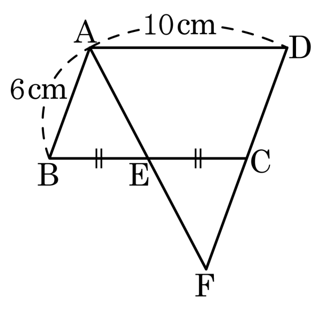


① 432cm^2 ② 480cm^2 ③ 562cm^2
④ 600cm^2 ⑤ 642cm^2

해설

$\triangle AOD:\triangle COD=1:2$ 이므로
$48:\triangle COD=1:2 \quad \therefore \triangle COD=96\,\text{cm}^2$
이때 $\triangle ABD=\triangle ACD$ 이므로
$\triangle ABO=\triangle COD=96\,\text{cm}^2$
또, $\triangle ABO:\triangle COB=1:2$ 이므로
$96:\triangle COB=1:2 \quad \therefore \triangle COB=192\,\text{cm}^2$
$\therefore \square ABCD=48+96+96+192=432(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하면 ?

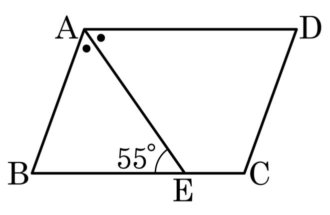


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle EAB$ 와 $\triangle EFC$ 에서
$\angle BEA = \angle CEF$ ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle EAB = \angle EFC$ ($\because$ 엇각)
$\overline{EB} = \overline{EC}$ ($\because$ 가정) 이므로
$\triangle EAB \equiv \triangle EFC$ (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{AB} = \overline{FC} = 6\text{cm}$ 이고, $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB} = \overline{DC} = 6\text{cm}$ 이다.
$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{CF} = 6 + 6 = 12(\text{cm})$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle BAE = \angle DAE$, $\angle AEB = 55°$ 일 때 평행사변형 ABCD 의 $\angle ADC$ 의 크기를 구하여라.



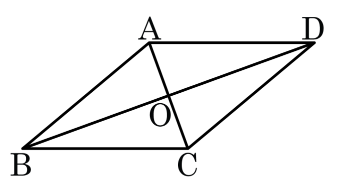
▶ 답: _°

▷ 정답: 70_°

해설

$\overline{AD} // \overline{BC}$, $\angle EAD = \angle AEB = 55°$, $\angle BAD + \angle ADC = 180°$,
$55° + 55° + \angle ADC = 180°$ 이다.
그러므로 $\angle ADC = 70°$ 이다.

12. 다음 중 □ABCD가 항상 평행사변형이라고 할 수 없는 것은?



① $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\mathrm{cm}$, $\overline{AD}=\overline{BC}=6\,\mathrm{cm}$

② $\angle A=110°$, $\angle B=70°$, $\angle D=70°$

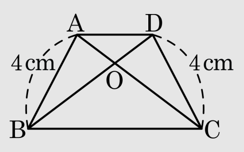
③ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$(단, 점 O는 두 대각선의 교점이다.)

④ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}=\overline{DC}=4\,\mathrm{cm}$

⑤ $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{DC}$

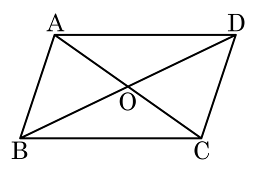
해설

① 두 쌍의 대변의 길이가 같으므로 평행사변형이 된다.
② 사각형의 내각의 합은 $360°$이므로 $\angle C=110°$이므로 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이 된다.
③ 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 평행사변형이 된다.
④ (반례) 등변사다리꼴



⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하므로 평행사변형을 만들 수 있다.

13. 다음 그림은 □ABCD 가 평행사변형이라고 할 때, □ABCD 가 직사각형이 되기 위한 조건이 <u>아닌</u> 것은?



① $\overline{\mathrm{OA}} = \overline{\mathrm{OB}}$　② $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$　③ $\overline{\mathrm{OC}} = \overline{\mathrm{OD}}$

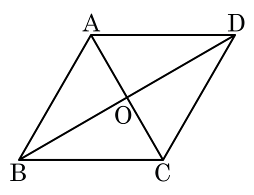
④ $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}}$　⑤ $\angle\mathrm{A} = 90\,^\circ$

해설

①, ③한 내각이 직각이고 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형은 직사각형이다.

② 하지만 $\overline{\mathrm{AC}} \perp \overline{\mathrm{BD}}$ 는 조건에 만족하지 않는다. ($\because$ 마름모)

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 마름모가 되기 위한 조건은?

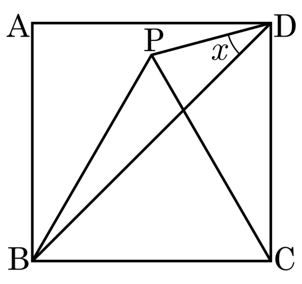


① $\overline{AC}\perp\overline{BD}$
② $\overline{AC}\perp\overline{AD}$
③ $\angle B + \angle C = 180°$
④ $\overline{BD} = 2\overline{OD}$
⑤ $\angle A = \angle C$

해설

네 변의 길이가 같은 평행사변형이 마름모이고,
그 대각선은 직교한다.

15. 다음 그림에서 □ABCD 는 정사각형이고,
△PBC 는 정삼각형일 때, $\angle x = (\ \ )^\circ$ 이다.
( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

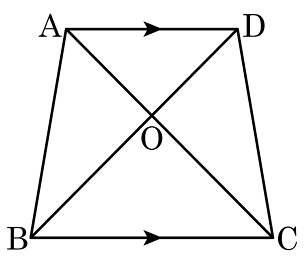


① 10° ② 15° ③ 20° ④ 25° ⑤ 30°

해설

$\angle \mathrm{CDB} = 45^\circ$,
$\angle \mathrm{PCD} = 30^\circ$ 이고 $\overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\angle \mathrm{CDP} = 75^\circ$,
$\therefore \angle x = 75^\circ - 45^\circ = 30^\circ$

16. 다음 그림의 등변사다리꼴 ABCD에 대한 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AC} = \overline{DB}$

② $\overline{AB} = \overline{DC}$

③ ($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

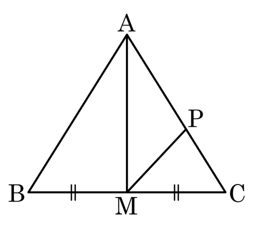
④ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

⑤ $\triangle$OBC 는 정삼각형이다.

해설

② 등변사다리꼴의 성질
①, ④ $\triangle$ABC와 $\triangle$DCB에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$이고, $\overline{BC}$는 공통,
$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$(SAS합동)
$\therefore\ \overline{AC} = \overline{DB}$
③ $\triangle$ABD와 $\triangle$DCA에서
$\overline{AD} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$이고 밑변 $\overline{AD}$는 공통이므로
($\triangle$ABD의 넓이) = ($\triangle$DCA의 넓이)

17. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP}$: $\overline{PC}$ $= 3 : 2$이다. $\triangle ABC = 40\,cm^2$일 때, $\triangle APM$의 넓이는?



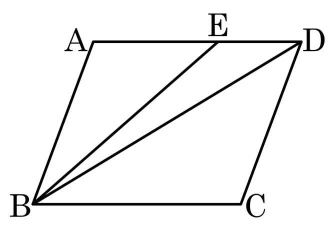
① $4\,cm^2$ ② $8\,cm^2$ ③ $12\,cm^2$
④ $16\,cm^2$ ⑤ $20\,cm^2$

해설

$\triangle ABM$과 $\triangle AMC$의 높이와 밑변의 길이가 같으므로, 두 삼각형의 넓이는 같다.

$\triangle AMC = 20cm^2$, $\triangle AMP = 20 \times \frac{3}{5} = 12(\,cm^2)$

18. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3:2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



① 10cm^2　② 12cm^2　③ 15cm^2　④ 20cm^2　⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \frac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \frac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

19. 다음 중 옳은 것은?

① 등변사다리꼴에서 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

② 평행사변형에서 두 대각선의 길이는 같다.

③ 직사각형의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.

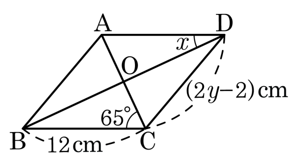
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.

⑤ 평행사변형은 두 대각선은 평행으로 만난다.

해설

① 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
② 직사각형의 두 대각선의 길이는 같다.
③ 마름모의 두 대각선은 서로 수직으로 만난다.
④ 마름모의 두 대각선은 내각을 이등분한다.
⑤ 두 대각선이 평행으로 만나는 사각형은 없다.

20. 다음 그림에서 ABCD가 마름모일 때, $x-y$의 값을 구하여라.(단, 단위생략)



▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

마름모는 두 대각선이 서로 직교하므로 $\angle AOD = 90°$가 된다.
$\angle BCO = \angle DAO = 65°$이므로 $\angle x = 25°$가 된다.
마름모이므로 모든 변의 길이가 같다.
따라서 $12 = 2y - 2$, $y = 7$이다.
$\therefore\ x - y = 25 - 7 = 18$