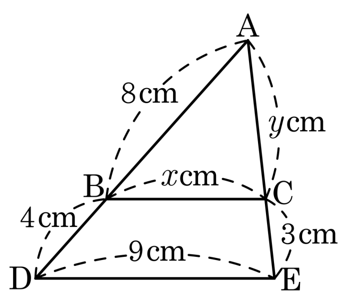
1. 다음 그림에서 $\overline{BC} /\!/ \overline{DE}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?



① 14 ② 12 ③ 10 ④ 8 ⑤ 6

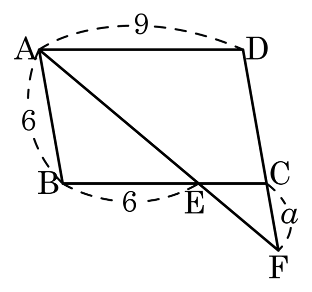
해설

$8:x=12:9 \quad \therefore\ x=6$

$8:4=y:3 \quad \therefore\ y=6$

$\therefore\ x+y=6+6=12$

2. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 A 를 지나는 직선이 변 BC 와 만나는 점을 E, 변 DC 의 연장선과 만나는 점을 F 라 하면, a 의 값은?



① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

$\overline{AB}//\overline{DF}$ 이므로$\angle BAE = \angle CFE$ ($\because$ 엇각)

$\angle AEB = \angle FEC$ ($\because$ 맞꼭지각)

$\therefore \triangle ABE \backsim \triangle FCE$ (AA 닮음)

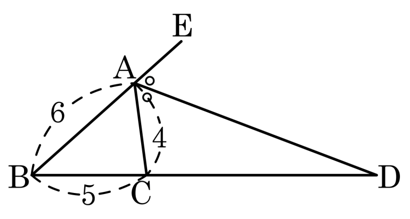
$\overline{BE} : \overline{CE} = \overline{AB} : \overline{CF}$ 이므로

$6 : 3 = 6 : a$

$6a = 18$

$\therefore a = 3$

3. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 $\angle\mathrm{EAC}$ 의 이등분선일 때, $\overline{\mathrm{CD}}$ 의 길이는?



① 8　　② 9　　③ 10　　④ 11　　⑤ 12

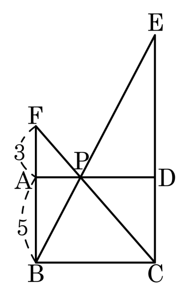
해설

$\overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{BD}} : \overline{\mathrm{CD}}$ 이므로

$6 : 4 = (5+x) : x$

$6x = 4x + 20,\ \ x = 10$

4. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{ED}}$의 길이는? (단, □ABCD는 직사각형)



① $\frac{10}{3}$　② 7　③ $\frac{21}{5}$　④ $\frac{24}{5}$　⑤ $\frac{25}{3}$

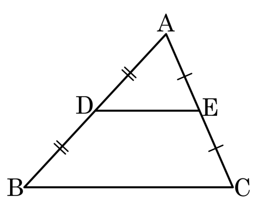
해설

□ABCD는 직사각형이므로 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{CD}} = 5$

$\overline{\mathrm{FB}} // \overline{\mathrm{EC}}$ 이므로 $\overline{\mathrm{FP}} : \overline{\mathrm{PC}} = \overline{\mathrm{BP}} : \overline{\mathrm{PE}} = 3 : 5$

$3 : 5 = 5 : x \quad \therefore \; x = \frac{25}{3}$

5. 다음 그림에서 점 D, E 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 의 중점이다. $\triangle ADE = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?

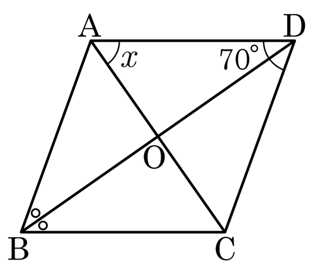


① 40cm^2 ② 60cm^2 ③ 80cm^2 ④ 100cm^2 ⑤ 120cm^2

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ABC$ 의 닮음비는 $\overline{AD} : \overline{AB} = 1 : 2$
넓이의 비는 $1^2 : 2^2 = 1 : 4$ 이다.
$\triangle ABC$ 의 넓이를 $x\text{cm}^2$ 라 하면
$1 : 4 = 20 : x$
$\therefore\ x = 80$

6. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle\text{ABD} = \angle\text{CBD}$, $\angle\text{ADC} = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30°　② 45°　③ 55°　④ 60°　⑤ 70°

해설

대각선의 교점을 O 라 하자.

$\angle\text{ABC} = \angle\text{ADC} = 70°$ ($\because$ 평행사변형의 성질)

$\angle\text{ABD} = \angle\text{BDC}$($\because$ 엇각)

$\angle\text{CBD} = \angle\text{ADB}$($\because$ 엇각)

$\angle\text{ABD} = \angle\text{BDC} = \angle\text{CBD} = \angle\text{ADB} = \dfrac{70°}{2} = 35°$

$\triangle\text{ADO}$ 와 $\triangle\text{CDO}$ 에서

i) $\overline{\text{DO}}$ 가 공통

ii) $\overline{\text{OA}} = \overline{\text{OC}}$ ($\because$ 평행사변형의 대각선)

iii) $\angle\text{ADO} = \angle\text{CDO}$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle\text{ADO} \equiv \triangle\text{CDO}$ (SAS 합동)

$\angle x = \angle\text{DCA}$

$\therefore \angle x = \dfrac{180° - 70°}{2} = 55°$

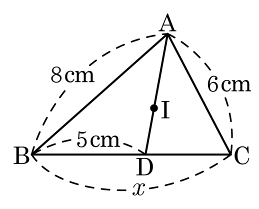
7. 다음 중 $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$ 이 되지 않는 것은?

① $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$
② $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}, \angle C = \angle C'$
③ $\dfrac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \dfrac{3}{4}, \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$
④ $\dfrac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \dfrac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \dfrac{1}{2}, \angle A = \angle A'$
⑤ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$

해설

② SAS 닮음이 되려면 두 대응하는 변의 길이의 비와 그 끼인 각이 각각 같아야 한다.
① SSS 닮음
③ AA 닮음
④ SAS 닮음
⑤ AA 닮음

8. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. x 의 길이를 구하여라.



① $\frac{21}{4}$ cm ② $\frac{27}{4}$ cm ③ $\frac{31}{4}$ cm
④ $\frac{35}{4}$ cm ⑤ $\frac{37}{4}$ cm

해설

점 I 가 내심이므로 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이다.

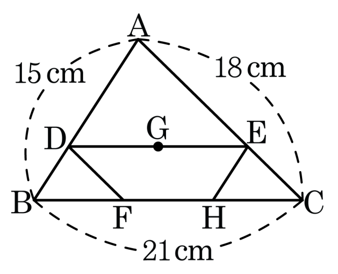
$\therefore \overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$

$8 : 6 = 5 : \overline{CD}$

$4\,\overline{CD} = 15$, $\overline{CD} = \frac{15}{4}(\text{cm})$

$\overline{BC} = \overline{BD} + \overline{CD} = 5 + \frac{15}{4} = \frac{35}{4}(\text{cm})$

9. 다음 그림에서 점 G 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이다. $\overline{DE} \,/\!/\, \overline{BC}$, $\overline{DF} \,/\!/\, \overline{AC}$, $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{EH}$ 일 때, $\overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EH}$ 를 바르게 구한 것은?.



① 24 cm ② 25 cm ③ 26 cm ④ 27 cm ⑤ 28 cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = \overline{DE} : \overline{BC}$ 이므로

$2 : 3 = \overline{DE} : 21,\ \overline{DE} = 14\,(\mathrm{cm})$

$\overline{BF} : \overline{BC} = \overline{DF} : \overline{AC}$ 이므로

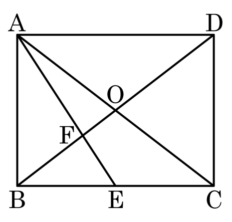
$1 : 3 = \overline{DF} : 18,\ \overline{DF} = 6(\mathrm{cm})$

$\overline{CE} : \overline{CA} = \overline{EH} : \overline{AB}$ 이므로

$1 : 3 = \overline{EH} : 15,\ \overline{EH} = 5\,(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{DE} + \overline{DF} + \overline{EH} = 14 + 6 + 5 = 25\,(\mathrm{cm})$

10. 직사각형 ABCD 에서 점 O는 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 중점이고, 점 E는 $\overline{\mathrm{BC}}$ 의 중점이다. $\triangle\mathrm{FBE} = 6$ 일 때, 다음 중 바른 것을 모두 고르면?



① $\triangle\mathrm{ABF} = 12$ ② $\square\mathrm{OFEC} = 12$

③ $\triangle\mathrm{FAO} = 3$ ④ $\triangle\mathrm{OCD} = 16$

⑤ $\square\mathrm{ABCD} = 72$

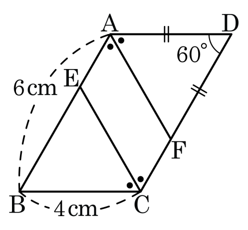
해설

$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 점 F 는 무게중심이므로,

③ $\triangle\mathrm{FBE} = \triangle\mathrm{FAO} = 6$

④ $\triangle\mathrm{OCD} = 12 + 6 = 18$

11. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 AB, CD 와 만나는 점을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{AB} = 6\,cm$, $\overline{BC} = 4\,cm$, $\angle ADC = 60°$ 일 때, □AECF 의 둘레의 길이는?

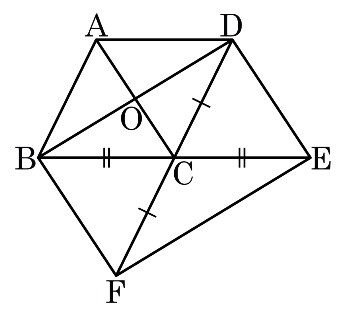


① 10 cm ② 12 cm ③ 14 cm
④ 16 cm ⑤ 18 cm

해설

$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 에서 $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{DF} = \overline{BE}$, $\angle EBC = \angle ADF$ 이므로 SAS 합동이고 □AECF 는 평행사변형이다.
$\angle ADF = 60°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle FAD = 60°$ 이므로, $\angle AFD = 60°$ 이므로
$\triangle ADF$, $\triangle BEC$ 는 정삼각형이다.
$\overline{AE} = \overline{AB} - \overline{BE} = 6 - 4 = 2$ (cm) 이다.
그러므로 평행사변형 AECF 의 둘레는
$\overline{AE} + \overline{EC} + \overline{CF} + \overline{AF} = 2 + 4 + 2 + 4 = 12$ (cm) 이다.

12. 평행사변형 ABCD 의 두 변 BC, DC 의 연장선 위에 $\overline{BC} = \overline{CE}$, $\overline{DC} = \overline{CF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □ABCD를 제외한 사각형이 평행사변형이 되는 조건은 보기에서 모두 몇 개인가?



보기

㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

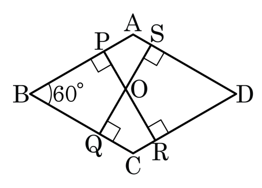
㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

평행사변형이 되는 조건은 □ABFC, □ACED가 평행사변형이 되는 조건 ㉤과 □BFED가 평행사변형이 되는 조건 ㉣로 2 개이다.

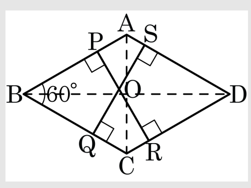
13. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?



① $\overline{AC}$　② $\overline{BD}$　③ $\overline{OA}+\overline{OC}$
④ $\overline{OB}+\overline{OD}$　⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



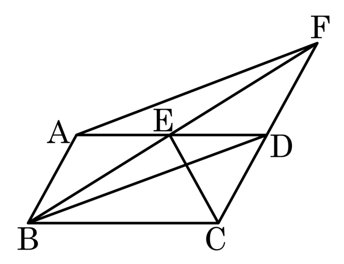
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP} + \frac{a}{2}\times\overline{OQ} + \frac{a}{2}\times\overline{OR} + \frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ ⋯ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ ∴ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 꼭지점 B를 지나는 직선이 $\overline{AD}$와 만나는 점을 E, $\overline{DC}$의 연장선과 만나는 점을 F라고 한다. $\triangle FEC = 60\,cm^2$, $\triangle EDF = 40\,cm^2$일 때, $\triangle FEA$의 넓이로 알맞은 것은?



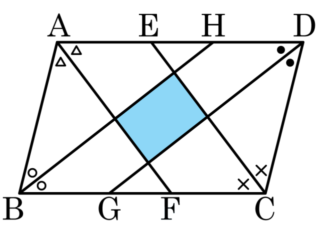
① $10\,cm^2$　② $20\,cm^2$　③ $30\,cm^2$
④ $40\,cm^2$　⑤ $50\,cm^2$

해설

$\triangle ADF = \triangle BDF$ 이므로

$$\begin{aligned}\triangle FEA &= \triangle BED = \triangle ECD \\ &= \triangle FEC - \triangle EDF \\ &= 60 - 40 = 20\,(cm^2)\end{aligned}$$

15. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 각의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 E, F, G, H라고 할 때, 색칠한 부분의 사각형의 성질로 옳은 것은?



① 두 쌍의 대각의 크기가 다르다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 다르다.

③ 두 대각선이 직교한다.

④ 두 대각선의 길이가 같다

⑤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

해설

평행사변형의 네 내각의 이등분선을 연결하여 만들어진 사각형은
$2(\circ + \bullet) = 180^\circ$ 이므로 $\circ + \bullet = 90^\circ$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 90°이므로 직사각형이다.
직사각형의 성질은 두 대각선의 길이가 모두 같다.