1. 다음 보기의 설명 중 옳은 것은?

① 닮음비가 1 : 1 인 두 도형은 서로 합동이다.

② 닮음 도형은 모양에 상관없이 크기가 같다.

③ $\triangle ABC$ 와 $\triangle DEF$가 닮음이면 $\triangle ABC = \triangle DEF$ 로 나타낸다.

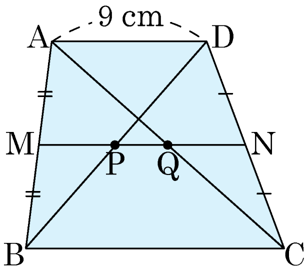
④ 두 도형의 닮음비란 도형의 크기의 비를 말한다.

⑤ 닮음의 기호를 써서 나타낼 때 대응하는 점의 순서는 상관없다.

해설

② 모양이 같아야 한다.
③ $\triangle ABC \backsim \triangle DEF$
④ 길이의 비이다.
⑤ 대응하는 점의 순서에 따라 나타낸다.

2. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD에서 점 M, N은 각각 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$의 중점이다. $\overline{AD} = 9\,\text{cm}$, $\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이는?



① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{DN} = \overline{NC}$ 이므로 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{MN} \,/\!/\, \overline{BC}$

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{MP} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{9}{2}\,(\text{cm})$

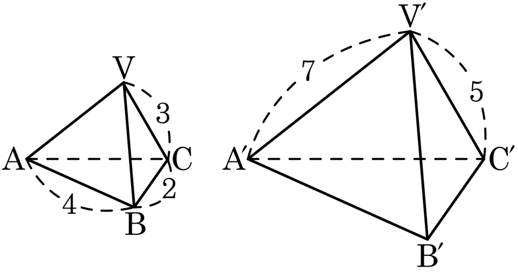
$\overline{MP} : \overline{PQ} = 3 : 2$ 이므로

$\overline{PQ} = \frac{2}{3}\overline{MP} = \frac{2}{3} \times \frac{9}{2} = 3\,(\text{cm})$

$\triangle ABC$ 에서

$$\begin{aligned}\overline{BC} &= 2\overline{MQ} = 2\left(\overline{MP} + \overline{PQ}\right)\\ &= 2 \times \left(\frac{9}{2} + 3\right) = 15\,(\text{cm})\end{aligned}$$

3. 다음 두 사면체가 서로 닮은 도형이고 $\triangle VAB$ 와 $\triangle V'A'B'$ 가 대응하는 면일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\triangle ABC \backsim \triangle A'B'C'$

② 닮음비는 $3 : 5$ 이다.

③ $\overline{AB} : \overline{A'B'} = 3 : 5$

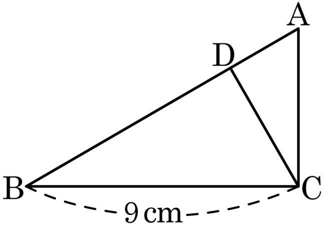
④ $\overline{A'B'} = \dfrac{21}{4}$

⑤ $\overline{AB} : \overline{A'B'} = \overline{VC} : \overline{V'C'}$

해설

④ $4 : \overline{A'B'} = 3 : 5$ $\quad \therefore \overline{A'B'} = \dfrac{20}{3}$

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$ 이다. $\overline{BC} =$ 9cm 일 때 , $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?

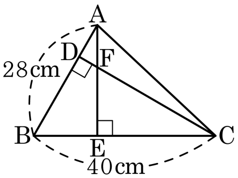


① 4cm
② $\dfrac{9}{2}$cm
③ 5cm
④ $\dfrac{11}{2}$cm
⑤ 7cm

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$이므로
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2$, $\angle A$는 공통
$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$이고 닮음비는 $1 : 2$
따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \dfrac{9}{2}$(cm)이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AD}:\overline{DB}=2:5$ 일 때, $\overline{EC}$의 길이를 구하면?



① 25cm ② 26cm ③ 27cm

④ 28cm ⑤ 29cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$(AA닮음)

$\overline{AB}:\overline{CB}=\overline{BE}:\overline{BD}$

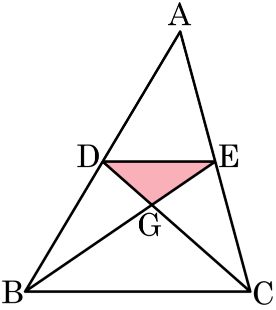
$\overline{BD}=28\times\frac{5}{7}=20(\mathrm{cm})$

$28:40=\overline{BE}:20$

$\overline{BE}=14(\mathrm{cm})$

$\therefore \overline{EC}=40-14=26(\mathrm{cm})$

6. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DGE$의 넓이를 구하면?



① 2cm^2 ② 4cm^2 ③ 6cm^2

④ 8cm^2 ⑤ 10cm^2

해설

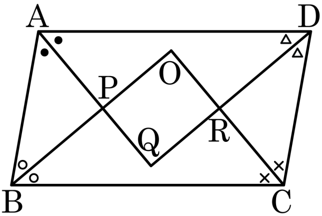
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$ 이므로

$\triangle BDG : \triangle DGE = 2 : 1$

그런데 $\triangle BGD = \frac{1}{6}\triangle ABC$ 이므로

$\triangle DGE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\triangle ABC = 2(\text{cm}^2)$ 이다.

7. 평행사변형 ABCD 의 네 각의 이등분선의 교점으로 만들어지는 사각형 OPQR는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형 ② 마름모 ③ 등변사다리꼴

④ 직사각형 ⑤ 정사각형

해설

$\angle BAD + \angle ADC = 180°$ 이므로

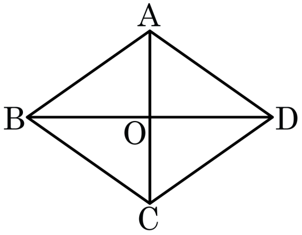
$\angle QAD + \angle ADQ = 90°$

$\triangle AQD$ 에서 $\angle AQD = (180 - 90)° = 90°$

마찬가지로 $\angle QRO = \angle ROP = \angle OPQ = 90°$

$\therefore$ 직사각형

8. 다음 중 마름모 ABCD가 정사각형이 되기 위한 조건은?



① $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ ② $\overline{AC} = \overline{BD}$ ③ $\overline{AB} = \overline{BC}$

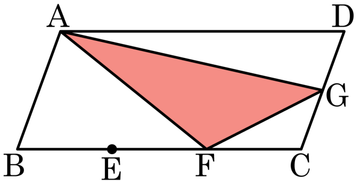
④ $\overline{BO} = \overline{DO}$ ⑤ $\overline{AD} // \overline{BC}$

해설

마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다. 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분한다.

$\therefore \overline{AC} = \overline{BD}$

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, $\triangle AFG$의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$ ② $40\,\text{cm}^2$ ③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$ ⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$$

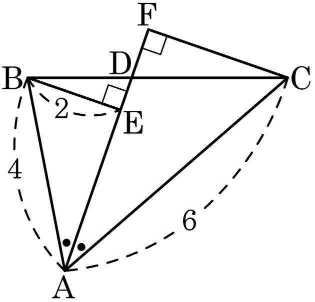
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \frac{1}{3}\triangle BDC$

$$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$$

$$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$ 는 $\angle A$ 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{CF}$ 의 길이는?



① 2　　② 3　　③ 4　　④ 5　　⑤ 6

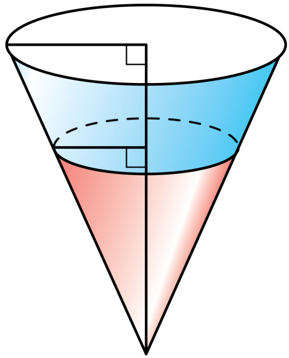
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle ACF$ 는 닮음이다.

$\therefore\ 4 : 2 = 6 : \overline{CF}$

$\therefore\ \overline{CF} = 3$

11. 다음 그림과 같은 원뿔 모양의 그릇에 깊이의 $\frac{2}{3}$ 까지는 옆면에 빨간 페인트를 칠하고, 나머지 옆면에는 파란 페인트를 칠했다. 칠해진 빨간 페인트를 S_1, 파란 페인트를 S_2 라 할때, $\frac{\mathrm{S}_1}{\mathrm{S}_2}$ 의 값은?



① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{5}{4}$

해설

그릇 전체의 옆넓이를 A 라고 하면 그릇의 옆넓이와 빨간 페인트를 칠한 부분의 넓이의 비는

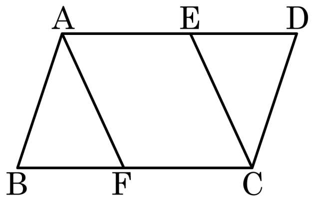
$1:\left(\frac{2}{3}\right)^2=1:\frac{4}{9}$ 이므로

$\mathrm{S}_1=\frac{4}{9}A,\ \mathrm{S}_2=\left(1-\frac{4}{9}\right)A=\frac{5}{9}A$

$\mathrm{S}_1:\mathrm{S}_2=\frac{4}{9}A:\frac{5}{9}A=4:5$

$\therefore\ \frac{\mathrm{S}_1}{\mathrm{S}_2}=\frac{4}{5}$

12. 다음은 평행사변형 ABCD에서 변 AD, 변 BC의 중점을 점 E, F라 할 때, □AFCE가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. 가정으로 옳은 것은?



[가정] $\boxed{}$
[결론] □AFCE 는 평행사변형
[증명] □ABCD 에서
$\overline{AE} = \frac{1}{2}\overline{AD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \overline{FC}$
즉, $\overline{AE} = \overline{FC} \cdots$ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로
$\overline{AE} /\!/ \overline{FC} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AFCE 는 평행사변형이다.

① □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

② □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{BC}$

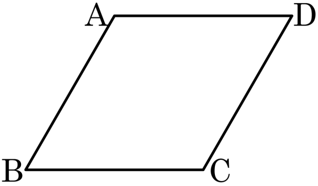
④ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

⑤ □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$

해설

가정 : □ABCD는 평행사변형, $\overline{AE} = \overline{ED}$, $\overline{BF} = \overline{FC}$
결론 : □AFCE는 평행사변형이다.

13. 사각형 ABCD가 평행사변형이 될 수 있는 조건이 아닌 것은? (단, O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

② $\angle A = 120°$, $\angle B = 60°$, $\angle C = 120°$

③ $\angle A = \angle C$, $\overline{AB} // \overline{DC}$

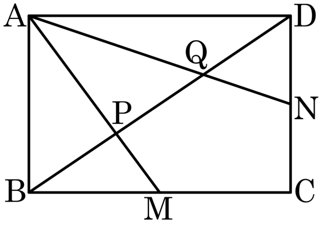
④ $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} // \overline{BC}$

⑤ $\overline{OA} = \overline{OC}$, $\overline{OB} = \overline{OD}$

해설

$\overline{AB} // \overline{DC}$인 경우 $\overline{AB} = \overline{DC}$이어야 사각형 ABCD는 평행사변형이다.

14. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 21\,\text{cm}$ 대각선 $\overline{BD}$ 와 $\overline{AM}$, $\overline{AN}$ 과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 바르게 구한 것은?

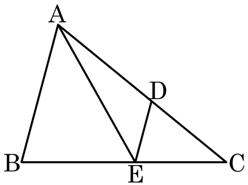


① 5 cm ② 6 cm ③ 7 cm ④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

대각선 AC 를 긋고 $\overline{BD}$ 와 만나는 점을 R 이라고 하자.
점 P 는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이고, $\overline{BP} : \overline{PR} = 2 : 1$ 이다.
같은 방법으로 점 Q 는 $\triangle ACD$ 의 무게중심이고, $\overline{DQ} : \overline{QR} = 2 : 1$ 이다.
$\overline{BR} = \overline{DR}$ 이므로 $\overline{BP} : \overline{PQ} : \overline{QD} = 1 : 1 : 1$ 이다.

15. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC} : \overline{DC} = 9 : 4$ 이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$ 이고 $\triangle ABE = 45\,\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DEC$ 의 넓이를 구하면?



① $16\,\text{cm}^2$　② $18\,\text{cm}^2$　③ $20\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$　⑤ $24\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AC} : \overline{DC} = 9 : 4$

$\overline{AD} : \overline{DC} = 5 : 4$

$\triangle AEC = \frac{4}{5}\triangle ABE = 36\ (\text{cm}^2)$

$\triangle DEC = \frac{4}{9}\triangle AEC = 16\ (\text{cm}^2)$