

1. 원  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$  의 중심의 좌표는?

①  $(2, -4)$

②  $(2, 4)$

③  $(-2, -3)$

④  $(-2, 3)$

⑤  $(4, -4)$

해설

$$x^2 + y^2 + 4x - 6y - 12 = 0$$

$$\Rightarrow (x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

$$\Rightarrow \text{중심은 } (-2, 3)$$

2. 점 (5, 1)과 (-1, 7)을 지름의 양 끝으로 하는 원의 방정식은?

①  $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 12$       ②  $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 15$

③  $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$       ④  $(x-2)^2 + (y-6)^2 = 21$

⑤  $(x-4)^2 + (y-6)^2 = 25$

해설

두 점의 중점을 C라 하면 C(2,4)

구하는 원의 반지름의 길이는

$$r = \sqrt{(2-(-1))^2 + (4-7)^2} = \sqrt{18}$$

$$\therefore (x-2)^2 + (y-4)^2 = 18$$

3.  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(-3, 1)$  에서 접하는 직선이 있다. 이 직선의 기울기를 구하면?

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

원  $x^2 + y^2 = 10$  위의 점  $(-3, 1)$  에서의  
접선의 방정식은  $-3 \cdot x + 1 \cdot y = 10$   
따라서 이 직선의 기울기는 3

4. 중심이 (2, 3) 이고 y 축에 접하는 원의 방정식은?

- ①  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$       ②  $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 9$   
③  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$       ④  $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 9$   
⑤  $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 5$

해설

중심이 (2,3) 일 때 y 축에 접해야 하므로  
반지름의 길이는 2 이다.

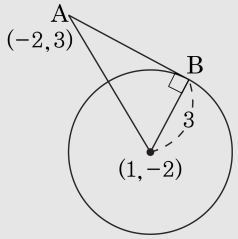
5. 점 A(-2, 3) 에서 원  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$ 에 그은 접선의 접점을 B라 할 때, AB의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$$
$$(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 3^2$$
원의 중심은 (1, -2), 반지름은 3 이므로
$$AB = \sqrt{(3^2 + (-5)^2) - 3^2} = 5$$



6. 두 원  $x^2 + y^2 = 1$ ,  $(x - 4)^2 + y^2 = 4$  의  
공통외접선의 길이로 알맞은 것은?

①  $\sqrt{15}$       ②  $\sqrt{13}$       ③  $\sqrt{11}$       ④  $\sqrt{10}$       ⑤  $\sqrt{7}$

해설

중심  $(0, 0)$  과  $(4, 0)$  사이의 거리를 구하면 4이다.  
두 원의 반지름의 길이가 1과 2이로 공통외접선의  
길이는  $\sqrt{4^2 - 1} = \sqrt{15}$  이다.

7. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$  위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP  $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$

8. 좌표평면 위의 두 점 A(8, 0), B(0, 6)에 대하여 삼각형 OAB의 외접원의 방정식이  $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$  일 때, 세 상수  $a, b, c$ 의 곱  $abc$ 의 값을 구하여라. (단, O는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\angle AOB = 90^\circ$  이므로 선분 AB는 외접원의 지름이다.  
 $\overline{AB} = 10$  이고 원의 중심은  $C(4, 3)$  이므로 원의 방정식은  $(x - 4)^2 + (y - 3)^2 = 5^2$   
이 식을 정리하면  $x^2 + y^2 - 8x - 6y = 0$   
 $a = -8, b = -6, c = 0$   
 $\therefore abc = 0$

9. 두 원  $x^2+y^2-36=0$ ,  $x^2+y^2-3x+4y-11=0$ 의 공통현의 길이는?

- ①  $\sqrt{11}$     ②  $2\sqrt{11}$     ③  $3\sqrt{11}$     ④  $4\sqrt{11}$     ⑤  $5\sqrt{11}$

해설

두 원의 공통현의 방정식은

$$x^2 + y^2 - 36 - (x^2 + y^2 - 3x + 4y - 11) = 0$$

$$\therefore 3x - 4y - 25 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$x^2 + y^2 - 3x + 4y - 11 = 0$ 에서

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + (y + 2)^2 = \frac{69}{4}$$

이므로 두 원을 좌표평면 위에

나타내면 다음과 같다.

다음의 그림과 같이 두 원의 교점을 A, B

$\overline{AB}$ 의 중점을 M이라 하면

원  $x^2 + y^2 = 36$ 의 중심 (0,0)과 직선  $\textcircled{1}$ 사이의 거리  $\overline{OM}$ 은

$$\overline{OM} = \frac{|-25|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 5$$

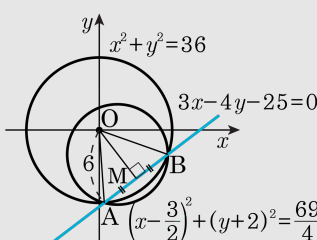
원  $x^2 + y^2 = 36$ 의 반지름의 길이는 6이므로

피타고라스의 정리에 의하여

$$\overline{AM} = \sqrt{6^2 - 5^2} = \sqrt{11}$$

따라서, 공통현의 길이  $\overline{AB}$ 는

$$\overline{AB} = 2\overline{AM} = 2\sqrt{11}$$



10. 점  $(1, -1)$ 에서 원  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$ 에 그은 접선은 두 개 있다.  
이 때, 이 두 직선의 기울기의 합은?

①  $-3$       ②  $-4$       ③  $-5$       ④  $-6$       ⑤  $-7$

해설

점  $(1, -1)$ 을 지나고 기울기가  $m$ 인 접선을  
 $y+1=m(x-1)$ , 즉  $mx-y-m-1=0$ 이라고 하면  
원의 중심  $(-1, 2)$ 에서 접선까지의 거리는  
원의 반지름 1과 같아야 한다.

$$\text{따라서 } 1 = \frac{|-2m-3|}{\sqrt{m^2+1}},$$

$$|-2m-3| = \sqrt{m^2+1}$$

$$\text{양변을 제곱하여 정리하면 } 3m^2+12m+8=0$$

따라서 두 기울기의 합은 근과 계수와의 관계에 의하여  $-4$ 이다.