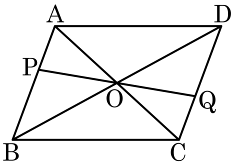
1. 넓이가 30 인 평행사변형 ABCD 에서 점 O 가 두 대각선의 교점이다. 점 O 를 지나는 직선이 $\overline{AB}$, $\overline{CD}$ 를 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, 사각형 APQD 의 넓이는?



① 10　　② 15　　③ 20

④ 25　　⑤ 알 수 없다.

해설

$\overline{AO} = \overline{CO}$, $\angle AOP = \angle COQ$ (맞꼭지각)

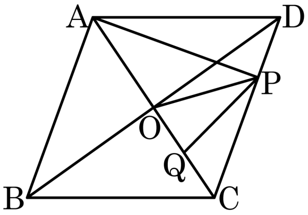
$\angle OAP = \angle OCQ$(엇각)이므로

$\triangle OAP \equiv \triangle OQC$ (ASA 합동)

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $\triangle ACD$ 의 넓이와 같다.

$\therefore \dfrac{1}{2} \times 30 = 15$ 이다.

2. 다음 그림의 평행사변형 $\square ABCD$ 에서 $\overline{DP} : \overline{PC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle APC = 90°$ 라고 한다. $\overline{OQ} = \overline{QC}$ 일 때, $\triangle OQP$ 의 넓이는 $\square ABCD$ 의 넓이의 몇 배인가?



▶ 답 : ______ 배

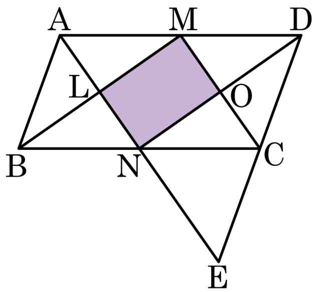
▷ 정답 : $\frac{1}{12}$ 배

해설

$$\triangle OQP = \square ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$$
$$= \square ABCD \times \frac{1}{12}$$

$\therefore \frac{1}{12}$ (배)

3. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 변 AD, BC 의 중점을 각각 M, N 이라 하고, 선분 AN 의 연장선과 변 DC 의 연장선이 만나는 점을 E 라 하였다. 삼각형 ADE 의 넓이가 24 일 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$\angle ANB = \angle ENC$ (맞꼭지각)

$\overline{BN} = \overline{CN}$, $\angle ABN = \angle ECN$ (선분 AB 와 CE 가 평행)

$\therefore\ \triangle ABN \equiv \triangle ECN$ (ASA 합동)

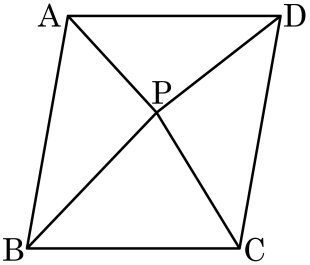
$$\begin{aligned}\triangle ADE &= \square ADCN + \triangle ECN \\ &= \square ADCN + \triangle ABN \\ &= \square ABCD \\ &= 24\end{aligned}$$

선분 MN 을 그으면 $\overline{MN} \,//\, \overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ 이므로,

$$\begin{aligned}\square LMON &= \triangle LMN + \triangle OMN \\ &= \frac{1}{4}\square AMND + \frac{1}{4}\square DCNM \\ &= \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD + \frac{1}{4}\times\frac{1}{2}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\square ABCD \\ &= \frac{1}{4}\times 24 \\ &= 6\end{aligned}$$

따라서 색칠한 부분의 넓이는 6 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 P 를 잡았다고 한다. $\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 36\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle PAB + \triangle PCD = (\qquad)\text{cm}^2$ 이다. 빈칸을 채워넣어라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

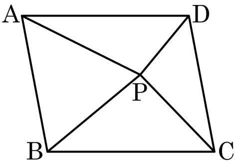
내부의 한 점 P 에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$ 이다.

$\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 36\text{cm}^2$ 이므로

$18 + 36 = \triangle PAB + \triangle PCD$ 이다.

따라서 $\triangle PAB + \triangle PCD = 54(\text{cm}^2)$ 이다.

5. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30이고 $\triangle$ABP 의 넓이가 10일 때, $\triangle$PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

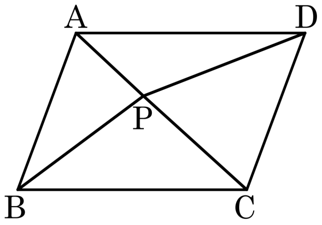
해설

$\square \mathrm{ABCD} = 2 \times (\triangle \mathrm{ABP} + \triangle \mathrm{PCD})$

$30 = 2 \times (10 + \triangle \mathrm{PCD})$

$\therefore\ \triangle \mathrm{PCD} = 5$

6. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡았다. $\triangle \mathrm{ABP}=21\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{BCP}=26\mathrm{cm}^2$, $\triangle \mathrm{CDP}=28\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle \mathrm{APD}$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 23 cm^2

해설

$\triangle \mathrm{ABP}+\triangle \mathrm{CDP}=\triangle \mathrm{BCP}+\triangle \mathrm{APD}$ 이므로 $21+28=26+\triangle \mathrm{APD}$

$\therefore \triangle \mathrm{APD}=23\left(\mathrm{cm}^2\right)$

7. 다음 중 직사각형이 <u>아닌</u> 것은?

① 네 각의 크기가 모두 90° 인 사각형

② 두 대각선의 길이가 같은 평행사변형

③ 두 대각선의 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직 이등분하는 사각형

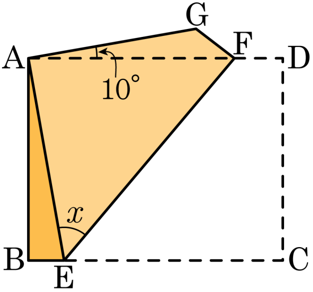
④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형

⑤ 한 각의 크기가 90° 인 평행사변형

해설

④ 이웃하는 두 변의 길이가 같은 평행사변형은 마름모이다.

8. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 꼭짓점 C 가 A 에 오도록 접었다. $\angle \mathrm{GAF} = 10°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



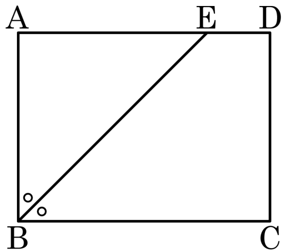
▶ 답 : ________ °

▷ 정답 : 50 °

해설

$\angle \mathrm{GAE} = 90°$ 이고 $\angle \mathrm{GAF} = 10°$ 이므로 $\angle \mathrm{FAE} = 80°$ 이다.
$\angle \mathrm{FEC} = \angle \mathrm{AFE} = \angle \mathrm{AEF} = \angle x$ 이므로 $\triangle \mathrm{AEF}$ 는 이등변삼각형이다.
따라서 $(180° - 80°) \div 2 = 50°$ 이다.
따라서 $\angle x = 50°$ 이다.

9. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle$B 의 이등분선과 $\overline{\mathrm{AD}}$ 가 만나는 점을 E 라 할 때, $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 3 : 1$, $\triangle$ABE 의 넓이는 $72\mathrm{cm}^2$ 이다. 이 때, □EBCD 의 넓이는?



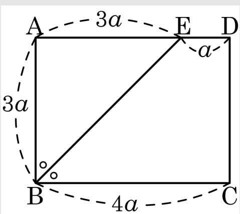
① $120\mathrm{cm}^2$ ② $128\mathrm{cm}^2$ ③ $132\mathrm{cm}^2$

④ $144\mathrm{cm}^2$ ⑤ $160\mathrm{cm}^2$

해설

$\angle\mathrm{EBC} = \angle\mathrm{BEA}(\because$ 엇각$)$

따라서 $\triangle$ABE는 직각이등변삼각형이다. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{ED}} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AE}} = 3a$ 이므로



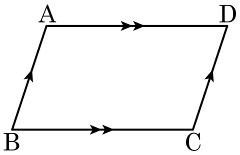
$\triangle\mathrm{ABE} = \frac{1}{2} \times 3a \times 3a = \frac{9}{2}a^2 = 72$

$\therefore a^2 = 16$

$\square\mathrm{EBCD} = \frac{1}{2} \times (\overline{\mathrm{BC}} + \overline{\mathrm{ED}}) \times \overline{\mathrm{CD}} = \frac{1}{2}(4a + a) \times 3a = \frac{15}{2}a^2$

$= \frac{15}{2} \times 16 = 120(\mathrm{cm}^2)$

10. 다음 그림과 같은 사각형 ABCD 가 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 를 만족할 때, 직사각형이 되는 조건을 모두 고르면?



① $\angle A = \angle C$ 이다.

② $\angle A = \angle D$ 이다.

③ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{AO} \perp \overline{DO}$ 이다.

④ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

⑤ $\overline{AB} = \overline{CD}$ 이고, $\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이다.

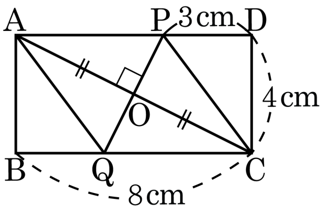
해설

한 내각이 직각인 평행사변형은 직사각형이다.

② $\angle A = \angle D = 90°$

④ $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

11. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{PQ}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



① $16\,\text{cm}^2$　② $18\,\text{cm}^2$　③ $20\,\text{cm}^2$　④ $24\,\text{cm}^2$　⑤ $28\,\text{cm}^2$

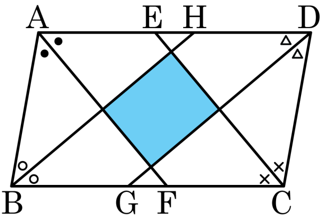
해설

□AQCP 는 마름모이므로

$\triangle ABQ \equiv \triangle CDP$ (RHS)

$$
\begin{aligned}
\square AQCP &= \square ABCD - 2\triangle ABQ \\
&= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4 \\
&= 32 - 12 = 20(\text{cm}^2)
\end{aligned}
$$

12. 사각형 ABCD 가 평행사변형일 때, 색칠한 부분이 어떤 사각형이 되는지 구하여라. (단, $\overline{AF} // \overline{EC}$, $\overline{BH} // \overline{GD}$)



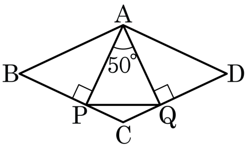
▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

$2(\circ + \bullet) = 180°$ 이므로 $\circ + \bullet = 90°$
따라서 색칠한 부분의 사각형의 한 내각의 크기가 $90°$ 이므로 직사각형이다.

13. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD 의 한 꼭짓점 A 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 에 내린 수선의 발을 P, Q 라 하고, $\angle PAQ = 50°$ 일 때, $\angle APQ$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\qquad}$ °

▷ 정답 : 65°

해설

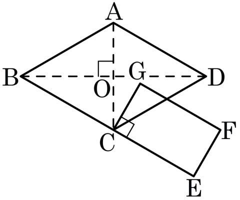
$\angle B = \angle D$ 이고, $\overline{AB} = \overline{AD}$,

$\angle APB = \angle AQD = 90°$

$\triangle APB \equiv \triangle AQD$ (RHA 합동) $\rightarrow \overline{AP} = \overline{AQ}$ 이므로 $\triangle APQ$ 는 이등변삼각형.

$\therefore \angle APQ = \dfrac{180° - 50°}{2} = 65°$ 이다.

14. 다음 그림의 □ABCD 는 마름모이다. 변 BC 의 연장선 위에 $\overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 인 점 E 를 잡고 $\overline{CG} = \frac{1}{2}\overline{AC}$ 인 직사각형을 그렸다. 직사각형 CEFG 의 넓이가 10cm^2 일 때, 마름모 ABCD 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad \text{cm}^2}$

▷ 정답 : $20\,\underline{\text{cm}^2}$

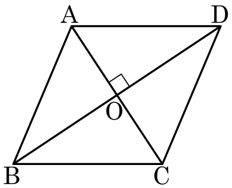
해설

$\square ABCD = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$

$\square CEFG = \overline{CG} \times \overline{CE} = \frac{1}{2}\overline{BD} \times \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{4} \times \overline{AC} \times \overline{BD} = \frac{1}{2} \times \square ABCD$

$\therefore\ \square ABCD = 2\square CEFG = 20(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 일 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?



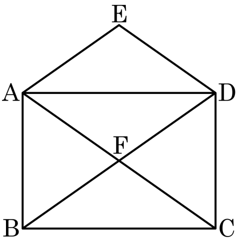
① 사다리꼴 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형

④ 정사각형 ⑤ 마름모

해설

마름모의 두 대각선은 서로 수직이등분하므로 $\overline{AC}\perp\overline{BD}$ 이면 평행사변형 ABCD 는 마름모가 된다.

16. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x$cm, $\overline{AE} = (3x+2y)$cm, $\overline{CF} = (14-x)$cm 일 때, $x+y$ 의 값은?

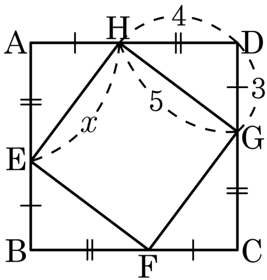


① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

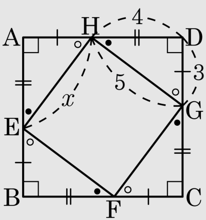
사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

17. □ABCD 가 정사각형일 때, x 의 길이를 구하여라.



① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설



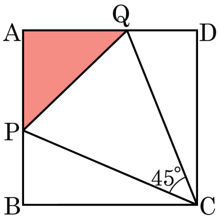
$\triangle HAE \equiv \triangle EBF \equiv \triangle FCG \equiv \triangle GDH$ (SAS 합동)

$\overline{EH} = \overline{EF} = \overline{GF} = \overline{HG}$ 이고 $\angle HEF = 90°$ 이므로

□EFGH 는 정사각형이다.

$\therefore\ x = 5$

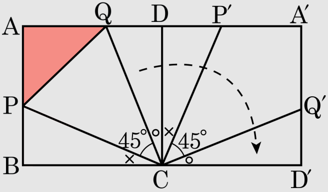
18. 다음 정사각형 ABCD는 한 변의 길이가 4 cm이고 $\angle PCQ = 45°$일때, $\triangle APQ$의 둘레의 길이는?



① 2　② 4　③ 6
④ 8　⑤ 10

해설

□ABCD를 점 C를 중심으로 오른쪽으로 회전시켜면 다음 그림과 같다.



$\angle QCP' = \angle QCD + \angle DCP' = \angle QCD + \angle BCP = 45°$

$\triangle QCP$, QCP'에서

$\overline{CP} = \overline{CP'}$, $\angle QCP = \angle QCP' \cdots$ ㉠

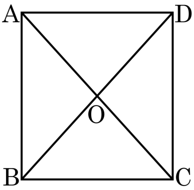
$\overline{QC}$는 공통$\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 $\triangle QCP \equiv QCP'$(SAS합동)

$\therefore \overline{PQ} = \overline{P'Q}$

($\triangle APQ$의 둘레의 길이) $= \overline{AP} + \overline{PQ} + \overline{QA} = \overline{A'P'} + \overline{P'Q} + \overline{QA} = 4 + 4 = 8$

19. 다음 그림의 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)

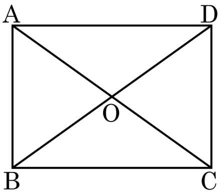


① $\overline{AB} = \overline{BC}$
② $\overline{AC} = \overline{BD}$
③ $\angle AOD = \angle BOC$
④ $\angle AOB = \angle AOD$
⑤ $\overline{AO} = \overline{CO}$

해설

직사각형이 정사각형이 되기 위해서는 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 이다.
또는 대각선이 서로 수직이등분하는 것이므로 $\angle AOD = \angle AOB$ 이다.

20. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$　　㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$　　㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

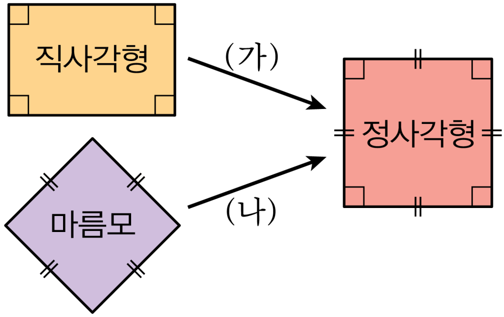
① ㉠, ㉡　② ㉡, ㉢　③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤　⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나. 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

21. 다음 그림에서 정사각형이 되기 위해 추가되어야 하는 (가), (나) 의 조건으로 알맞은 것을 고르면?



① (가) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.
(나) 두 대각선이 서로 수직이다.

② (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 한 내각의 크기가 $90°$이다.

③ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

④ (가) 두 대각선의 길이가 같다.
(나) 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

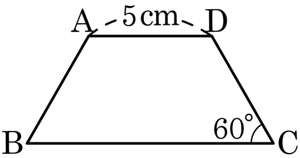
⑤ (가) 두 대각선이 서로 수직이다.
(나) 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

해설

여러 가지 사각형의 대각선의 성질

(1) 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.
(2) 직사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 이등분한다.
(3) 마름모의 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(4) 정사각형의 두 대각선은 길이가 같고, 서로 다른 것을 수직이등분한다.
(5) 등변사다리꼴의 두 대각선은 길이가 같다.

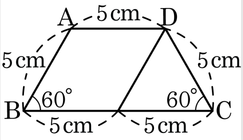
22. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 5\,\mathrm{cm}$, $\angle C = 60^\circ$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

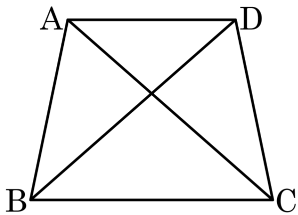
▷ 정답 : $25\,\mathrm{cm}$

해설



$5 \times 5 = 25(\,\mathrm{cm})$

23. 다음 그림처럼 사각형 ABCD가 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$인 등변사다리꼴일 때, 다음 중 옳은 것은?



보기

ㄱ $2 \times \overline{AD} = \overline{BC}$

ㄴ $\angle ABC = 2\angle ABD$

ㄷ $\angle DBC = \angle ACD$

ㄹ $\angle BAC = \angle CDB$

ㅁ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ ④ ㄷ, ㅁ ⑤ ㄹ, ㅁ

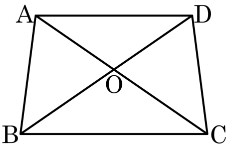
해설

ㄹ $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이므로 $\angle BAC = \angle CDB$

ㅁ $\overline{AB} = \overline{CD}$이고, $\overline{BC}$는 공통,

$\angle B = \angle C$이므로 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$이다.

24. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD이 있다. $\angle BAD = \angle CDA$ 라고 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{AB} = \overline{DC}$　② $\angle ABC = \angle DCB$

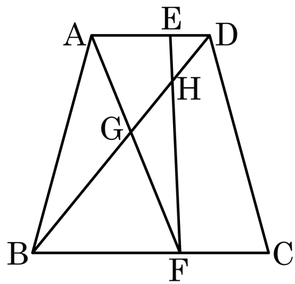
③ $\overline{OA} = \overline{OD}$　④ $\overline{AD} = \overline{DC}$

⑤ $\angle BAC = \angle CDB$

해설

사다리꼴 ABCD에서 $\angle BAD = \angle CDA$ 이므로 ABCD는 등변사다리꼴이 된다.
한편 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동) 이고 $\triangle OAD$ 는 이등변삼각형이다.

25. 다음 그림과 같이 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 점 E에 대하여 $\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 2 : 1$ 이고 $\overline{\mathrm{BC}}$ 위의 점 F 에 대하여 $\overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{FC}} = 5 : 3$ 이다. 두 점 G, H 는 각각 $\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{EF}}$ 와 대각선 BD 의 교점이고, $\overline{\mathrm{BD}} = 9$, $2\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 일 때, $\overline{\mathrm{GH}}$ 의 길이는?



① $\frac{20}{19}$　② $\frac{23}{19}$　③ $\frac{25}{19}$　④ $\frac{30}{19}$　⑤ $\frac{40}{19}$

해설

$\overline{\mathrm{AE}} : \overline{\mathrm{ED}} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{\mathrm{ED}} = k$ 라 하면 $\overline{\mathrm{BF}} = 6k \times \frac{5}{8} = \frac{15}{4}k$,

$\overline{\mathrm{FC}} = 6k \times \frac{3}{8} = \frac{9}{4}k$

$\overline{\mathrm{BG}} // \overline{\mathrm{GD}} = 5 : 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{BG}} = \frac{5}{9} \times 9 = 5$

또한 $\overline{\mathrm{BH}} : \overline{\mathrm{HD}} = \overline{\mathrm{BF}} : \overline{\mathrm{ED}} = \frac{15}{4}k : k = 15 : 4$

따라서 $\overline{\mathrm{BH}} : \overline{\mathrm{HD}} = 15 : 4$ 이므로 $\overline{\mathrm{BH}} = \frac{15}{19} \times 9 = \frac{135}{19}$

$\therefore \overline{\mathrm{GH}} = \overline{\mathrm{BH}} - \overline{\mathrm{BG}} = \frac{135}{19} - 5 = \frac{40}{19}$