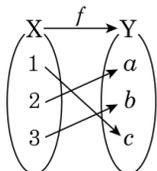


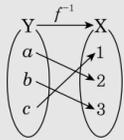
1. 두 집합  $X = \{1, 2, 3\}$ ,  $Y = \{a, b, c\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 가 그림과 같이 주어질 때,  $f^{-1}(a) + f^{-1}(c)$ 의 값은 얼마인가?



- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

역함수  $f^{-1}$ 는 그림과 같으므로



$$f^{-1}(a) + f^{-1}(c) = 2 + 1 = 3$$

2. 함수  $y = -x - 1$ 의 역함수의 그래프에서  $x$ 절편을  $a$ ,  $y$ 절편을  $b$ 라 할 때,  $ab$ 의 값은 얼마인가?

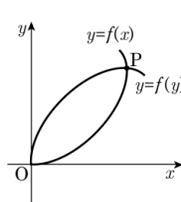
- ① -2      ② -1      ③ 1      ④ 2      ⑤ 3

해설

$y = -x - 1$ 에서  $x = -y - 1$   
여기서  $x$ 와  $y$ 를 바꾸면 역함수는  $y = -x - 1$   
따라서  $x$ 절편  $a = -1$ ,  $y$ 절편  $b = -1$ 이므로  
 $ab = 1$

3. 다음 그림과 같은 두 곡선  $y = f(x)$  와  $x = f(y)$  의 교점  $P$  가 될 수 있는 점은 무엇인가?

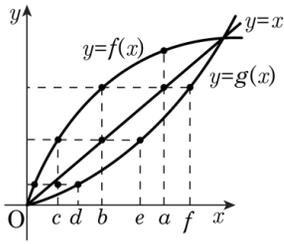
- ①  $(\frac{1}{2}, 1)$                       ②  $(1, \frac{3}{2})$   
 ③  $(1, 2)$                             ④  $(2, 2)$   
 ⑤  $(2, 3)$



**해설**

$y = f(x)$  와  $x = f(y)$  는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점  $P$  는 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = x$  의 교점과 같다. 따라서 점  $P$  는 직선  $x = y$  위의 점이므로  $(2, 2)$  이다.

4. 다음 그림은 세 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ ,  $y = x$ 의 그래프이다. 이때,  $(f \circ f \circ g)^{-1}(a)$ 의 값은?



- ①  $a$       ②  $b$       ③  $c$       ④  $d$       ⑤  $e$

**해설**

$(f \circ f \circ g)^{-1} = g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1} \dots \textcircled{1}$  이고  
 $f^{-1}(a) = k$ 라 하면  $f(k) = a$ 에서  $k = b$   
 $\therefore f^{-1}(a) = b \dots \textcircled{2}$   
 $f^{-1}(b) = l$ 이라 하면  $f(l) = b$ 에서  $l = c$   
 $\therefore f^{-1}(b) = c \dots \textcircled{3}$   
 $g^{-1}(c) = m$ 이라 하면  $g(m) = c$ 에서  $m = d$   
 $\therefore g^{-1}(c) = d \dots \textcircled{4}$   
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}, \textcircled{3}, \textcircled{4}$ 에서  
 $(f \circ f \circ g)^{-1} = (g^{-1} \circ f^{-1} \circ f^{-1})(a)$   
 $= g^{-1}[f^{-1}\{f^{-1}(a)\}]$   
 $= g^{-1}\{f^{-1}(b)\} = g^{-1}(c) = d$

5. 분수식  $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$  의 계산 결과는?

- ①  $\frac{-1}{(x+2)^2}$       ②  $\frac{1}{(x+2)^2}$       ③  $\frac{2}{(x+2)^2}$   
④  $\frac{-1}{x(x+2)^2}$       ⑤  $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

6.  $x : y = 4 : 3$  일 때,  $\frac{xy}{x^2 - 2y^2}$  의 값을 구하면?

- ① -2      ② 2      ③ -4      ④ 4      ⑤ -6

해설

$$x = 4k, y = 3k \text{ (단, } k \neq 0 \text{)}$$

$$\frac{xy}{x^2 - 2y^2} = \frac{12k^2}{16k^2 - 18k^2} = -6$$

7. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수  $f: X \rightarrow Y$ 를  $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때,  $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

- ① -3    ② -2    ③ -1    ④ 0    ⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$ ,  $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면  
 $f(a) = 1$ ,  $f(b) = 5$   
 $f(x) = 2x + 5$ 이므로  
 $f(a) = 1$ 에서  $2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$   
 $f(b) = 5$ 에서  $2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$   
 $\therefore a + b = -2$

8. 실수 전체의 집합  $R$ 에서  $R$ 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{가 } f^{-1}(2) = -3 \text{을 만족시킬 때, } f(5) \text{의}$$

값은 얼마인가?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$f^{-1}(2) = -3 \text{에서 } f(-3) = 2 \text{이므로}$$

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

9. 함수  $f(x) = kx + 1$  에 대하여  $f^{-1} = f$  가 성립할 때, 상수  $k$  의 값은?  
(단,  $f^{-1}$  는  $f$  의 역함수)

- ① 4      ② 3      ③ 2      ④ -1      ⑤ -2

해설

$$f^{-1} \text{이므로 } f \circ f = I$$

$$(f \circ f)(x) = x \text{에서}$$

$$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$$

$$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0 \text{ 따라서 } k = -1$$

10.  $x^2 \neq 4$ 인 모든 실수  $x$ 에 대하여  $\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  을 만족시키는 상수  $a$ 와  $b$ 가 있다. 이때,  $a+b$ 의 값은?

- ① -6    ② -3    ③ -1    ④ 2    ⑤ 4

해설

$\frac{x+6}{x^2-4} = \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2}$  의 우변을 통분하여 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{a}{x+2} - \frac{b}{x-2} &= \frac{a(x-2)}{x^2-4} - \frac{b(x+2)}{x^2-4} \\ &= \frac{(a-b)x - 2(a+b)}{x^2-4} \end{aligned}$$

따라서  $a-b=1$ ,  $-2(a+b)=6$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = -1, b = -2$$

$$\therefore a+b = -3$$

11. 양수  $a, b, c, d$  는  $a : b = c : d$  가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

①  $ac = bd$

②  $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③  $a + b = c + d$

④  $a - c = b - d$

⑤  $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$  이면  $ad = bc$

12.  $\frac{x^3-x}{x^2-x} + \frac{x^4-1}{x^2-1} - \frac{x^2-2x-3}{x+1} \times \frac{x+2}{x^2-x-6}$  을 계산하면?

- ①  $x^2+x+1$       ②  $\frac{x^2+1}{x-1}$       ③  $\frac{2x}{x^2-1}$   
④  $x^2-1$       ⑤  $\frac{2x-1}{x^2-x}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x(x+1)(x-1)}{x(x-1)} + \frac{(x^2+1)(x^2-1)}{x^2-1} \\ & - \frac{(x+1)(x-3)}{x+1} \times \frac{x+2}{(x-3)(x+2)} \\ & = x+1+x^2+1-1 = x^2+x+1 \end{aligned}$$

13.  $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{2}{(a+1)(a+3)} + \frac{3}{(a+3)(a+6)}$  을 간단히 한 것은 ?

- ①  $\frac{1}{a} + \frac{6}{a+6}$       ②  $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+6}$       ③  $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+6}$   
④  $\frac{1}{a} - \frac{6}{a+6}$       ⑤  $\frac{2}{a} - \frac{1}{a+6}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+3} + \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+6} \\ &= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+6} \end{aligned}$$

14. 0이 아닌 실수  $x, y$ 가  $\frac{x-y}{4x+2y} = \frac{1}{3}$ 을 만족할 때, 유리식  $\frac{x^2-5y^2}{2xy}$ 의 값은?

- ① -2      ② 1      ③ 0      ④ 2      ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{x-y}{4x+2y} &= \frac{1}{3} \Rightarrow 3x-3y=4x+2y & x &= -5y \\ \therefore \frac{x^2-5y^2}{2xy} &= \frac{20y^2}{-10y^2} = -2 \end{aligned}$$

15.  $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$  일 때, 유리식  $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$  의 값은?

- ①  $\frac{7}{11}$       ②  $\frac{9}{11}$       ③  $\frac{5}{14}$       ④  $\frac{9}{14}$       ⑤  $\frac{11}{14}$

해설

$$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$$

$$\begin{cases} x+y = 3k \cdots \text{㉠} \\ y+z = 4k \cdots \text{㉡} \\ z+x = 5k \cdots \text{㉢} \end{cases}$$

㉠ + ㉡ + ㉢ 을 하면

$$2(x+y+z) = 12k \quad \therefore x+y+z = 6k \cdots \text{㉣}$$

$$\text{㉣} - \text{㉡} \rightarrow x = 2k$$

$$\text{㉣} - \text{㉢} \rightarrow y = k$$

$$\text{㉣} - \text{㉠} \rightarrow z = 3k$$

$$\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} = \frac{2k^2+3k^2+6k^2}{4k^2+k^2+9k^2} = \frac{11k^2}{14k^2} = \frac{11}{14}$$

16. 두 함수  $f(x) = 2x - 1$ ,  $g(x) = -x + 2$  의 역함수를 각각  $f^{-1}$ ,  $g^{-1}$  라고 할 때,  $(f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f)(5)$  의 값은?

- ① -1      ② -3      ③ -5      ④ -7      ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned} f \circ (f \circ g)^{-1} \circ f &= f \circ (g^{-1} \circ f^{-1}) \circ f \\ &= f \circ g^{-1} \circ (f^{-1} \circ f) \\ &= f \circ g^{-1} \circ I \\ &= f \circ g^{-1} \end{aligned}$$

따라서, 구하는 값은  $(f \circ g^{-1})(5) = f(g^{-1}(5))$

$g^{-1}(5) = k$  로 놓으면  $g(k) = 5$

$-k + 2 = 5$  에서  $k = -3$ , 즉  $g^{-1}(5) = -3$

$\therefore f(g^{-1}(5)) = f(-3) = 2 \times (-3) - 1 = -7$

17.  $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}}$  의 값은?

㉠  $\frac{6-\sqrt{6}}{6}$

㉡  $\frac{\sqrt{5}-1}{12}$

㉢  $\frac{10-\sqrt{2}}{20}$

㉣  $\frac{16-\sqrt{5}}{30}$

㉤  $\frac{\sqrt{30}-1}{2}$

해설

$\sqrt{2} = \sqrt{1} \times \sqrt{2}$ ,  $\sqrt{6} = \sqrt{2} \times \sqrt{3}$ , ...,  $\sqrt{30} = \sqrt{5} \times \sqrt{6}$  임을 이용한다.

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{12}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{20}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{30}} \\ &= \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3} \times \sqrt{2}} + \frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{\sqrt{4} \times \sqrt{3}} + \frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{\sqrt{5} \times \sqrt{4}} + \frac{\sqrt{6}-\sqrt{5}}{\sqrt{6} \times \sqrt{5}} \\ &= \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}}\right) \\ & \quad + \left(\frac{1}{\sqrt{4}} - \frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right) \\ &= 1 - \frac{1}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}-1}{\sqrt{6}} = \frac{6-\sqrt{6}}{6} \end{aligned}$$