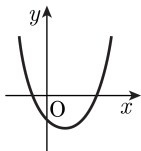
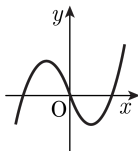


1. 다음 그래프 중에서 실수전체 집합에서 역함수가 존재하는 함수의 그래프는?

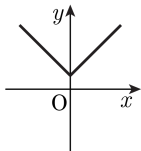
①



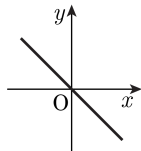
②



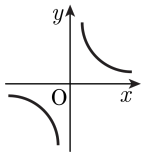
③



④



⑤



해설

역함수가 존재하려면 함수가 일대일 대응이어야 한다.

일대일 대응이란 변수 x, y 가 서로 하나씩 대응되는 것으로 ④에 해당된다.

⑤ 번은 $x = 0$ 에 대응되는 y 가 없다.

2. 다음 함수 $y = 2x - 5$ ($x \geq 1$) 의 역함수를 구하면?

① $y = 2x - 5$

② $y = 2x - 5(x \geq 1)$

③ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq 1)$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}(x \geq -3)$

해설

$$y = 2x - 5(x \geq 1, y \geq -3) \rightarrow x = 2y - 5$$

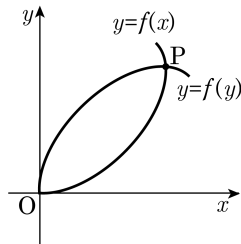
$$\rightarrow y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

여기서 $x \rightarrow y$, $y \rightarrow x$ 이므로 $x \geq -3$ 이 된다.

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2} (x \geq -3)$$

3. 다음 그림과 같은 두 곡선 $y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 의 교점 P 가 될 수 있는 점은 무엇인가?

- ① $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$ ② $\left(1, \frac{3}{2}\right)$
 ③ $(1, 2)$ ④ $(2, 2)$
 ⑤ $(2, 3)$



해설

$y = f(x)$ 와 $x = f(y)$ 는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점 P 는 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 교점과 같다.
 따라서 점 P 는 직선 $x = y$ 위의 점이므로 $(2, 2)$ 이다.

4. 유리식 $\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4}$ 를 간단히 하면?

① $\frac{x+2}{x-1}$

② $\frac{x+1}{x+2}$

③ $\frac{x+4}{x+2}$

④ $\frac{x+1}{x-2}$

⑤ $\frac{x+4}{x-2}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{x^3+3x^2-4} &= \frac{(x-1)(x+2)(x+4)}{(x-1)(x+2)^2} \\ &= \frac{x+4}{x+2}\end{aligned}$$

5. 분수식 $\frac{x}{x^2-4} \times \frac{x-2}{x^2+2x}$ 의 계산 결과는?

① $\frac{-1}{(x+2)^2}$

② $\frac{1}{(x+2)^2}$

③ $\frac{2}{(x+2)^2}$

④ $\frac{-1}{x(x+2)^2}$

⑤ $\frac{1}{x(x+2)^2}$

해설

$$\frac{x}{(x+2)(x-2)} \times \frac{x-2}{x(x+2)} = \frac{1}{(x+2)^2}$$

6. 다음 계산 중 옳은 것은?

① $\frac{a^2x^2}{a^2x} = 2$

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 3 + \sqrt{6}$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{x+1}$

④ $\sqrt{(-3)^2} = -3$

⑤ $\frac{a}{b} = \frac{a+1}{b+1}$

해설

① 방정식이므로 참, 거짓 판별 못함.

② $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = \sqrt{3}(\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 3 - \sqrt{6} : \times$

③ $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} = 1 - \frac{x}{x+1}$
 $= \frac{1}{x+1} : \bigcirc$

④ $\sqrt{(-3)^2} = 3 : \times$

⑤ $\frac{a}{b} \neq \frac{a+1}{b+1} : \times$

7. 함수 $f(x) = mx + n$ 에 대하여 $f^{-1}(3) = 2$, $(f \circ f)(2) = 7$ 이 성립할 때, 상수 m, n 의 합 $m + n$ 의 값은 얼마인가?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1}(3) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$f(2) = 3$, $(f \circ f)(2) = 7$ 에서 $f(f(2)) = f(3) = 7$

$$2m + n = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$3m + n = 7 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $m = 4, n = -5$

$$\therefore m + n = -1$$

8. 실수 전체의 집합 R 에서 R 로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{ 가 } f^{-1}(2) = -3 \text{ 을 만족시킬 때, } f(5) \text{ 의}$$

값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

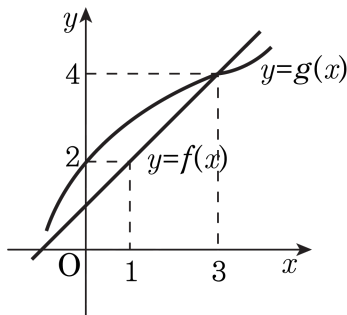
$f^{-1}(2) = -3$ 에서 $f(-3) = 2$ 이므로

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

9. 두 함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 가 각각 일대일대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때, $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned}(g^{-1} \circ f)(1) + g(3) &= g^{-1}(f(1)) + 4 \\ &= g^{-1}(2) + 4\end{aligned}$$

$g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$

문제의 그림에서 $y = g(x)$ 의 그래프가

$(0, 2)$ 를 지나므로 $g(0) = 2$

이 때, $y = g(x)$ 는 일대일대응이므로 $k = 0$

$$\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$$

10. 함수 $f(x) = ax + 3$ 에 대하여 $f^{-1} = f$ 가 성립할 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$f^{-1} = f$ 의 양변에 함수 f 를 합성하면

$$f^{-1} \circ f = f \circ f$$

이때, $f^{-1} \circ f = I$ (I 는 항등함수) 이므로 $f \circ f = I$

$$\text{즉 } (f \circ f)(x) = x$$

$$\therefore (f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(ax + 3)$$

$$= a(ax + 3) + 3 = a^2x + 3a + 3 = x$$

따라서 $a^2 = 1$, $3a + 3 = 0$ 이므로 $a = -1$

11. $x : y = 2 : 3$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값을 구하여라.

① $\frac{12}{5}$

② $\frac{5}{12}$

③ $\frac{13}{5}$

④ $\frac{5}{13}$

⑤ 5

해설

$$x : y = 2 : 3 \Rightarrow x = 2k, y = 3k$$

$$\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} = \frac{3(2k)^2 + 2(2k)(3k)}{4k^2 + (2k)(3k)}$$

$$= \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{24}{10} = \frac{12}{5}$$

12. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

13. 일대일 대응인 두 함수 f, g 에 대하여 $f(4) = 2$, $g^{-1}(3) = 2$ 일 때,
 $\frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{8}{3}$

해설

$$f(4) = 2, g^{-1}(3) = 2 \text{ 에서 } f^{-1}(2) = 4, g(2) = 3$$

$$\begin{aligned}(g \circ f)^{-1}(3) &= (f^{-1} \circ g^{-1})(3) = f^{-1}(g^{-1}(3)) \\ &= f^{-1}(2) = 4\end{aligned}$$

$$\therefore \frac{(g \circ f)^{-1}(3)}{g(2)} = \frac{4}{3}$$

14. 분수식 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x}$ 을 간단히 하면?

① $-\frac{x-3}{x(x+1)}$

② $\frac{x-3}{x(x+1)}$

③ $\frac{x+3}{x(x+1)}$

④ $\frac{x+3}{x(x-1)}$

⑤ $\frac{x-3}{x(x-1)}$

해설

(준식)

$$\begin{aligned} &= \frac{2x(x-1) + (3x-2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{5x^2-x-2}{(x-1)(x+1)} - \frac{5x^2-7x+3}{x(x-1)} \\ &= \frac{(5x^3-x^2-2x) - (5x^2-7x+3)(x+1)}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{x^2+2x-3}{x(x-1)(x+1)} \\ &= \frac{(x+3)(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

해설

분자의 차수를 줄여서 계산할 수 있다.

$$\begin{aligned} &\frac{2x}{x+1} + \frac{3x-2}{x-1} - \frac{5x^2-7x+3}{x^2-x} \\ &= \frac{2(x+1)-2}{x+1} + \frac{3(x-1)+1}{x-1} - \frac{5(x^2-x)-2x+3}{x^2-x} \\ &= (2+3-5) + \frac{-2}{x+1} + \frac{1}{x-1} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{-2(x-1)+x+1}{(x+1)(x-1)} + \frac{2x-3}{x(x-1)} \\ &= \frac{x(-x+3) + (2x-3)(x+1)}{x(x+1)(x-1)} \\ &= \frac{(x-1)(x+3)}{x(x+1)(x-1)} = \frac{x+3}{x(x+1)} \end{aligned}$$

15. $\frac{x+2}{x+1} - \frac{x+3}{x+2} - \frac{x+4}{x+3} + \frac{x+5}{x+4}$ 를 간단히 하면?

- ① $\frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ② $\frac{2}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ③ $\frac{2x}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ④ $\frac{2(x-1)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$
 ⑤ $\frac{2(x-2)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}$

해설

$$\begin{aligned}
 (\text{준 식}) &= \left(1 + \frac{1}{x+1}\right) - \left(1 + \frac{1}{x+2}\right) \\
 &\quad - \left(1 + \frac{1}{x+3}\right) + \left(1 + \frac{1}{x+4}\right) \\
 &= \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+4} \\
 &= \frac{2x+5}{(x+1)(x+4)} - \frac{2x+5}{(x+2)(x+3)} \\
 &= \frac{(2x+5)(x^2+5x+6-x^2-5x-4)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)} \\
 &= \frac{2(2x+5)}{(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)}
 \end{aligned}$$

16. 세 실수 x, y, z 의 평균이 4이고, $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 가 성립할 때, $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 값은?

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{9}{12}$

③ $\frac{10}{12}$

④ $\frac{11}{12}$

⑤ $\frac{13}{12}$

해설

평균이 4이므로, $x + y + z = 12 \cdots \textcircled{1}$

$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$ 라 하면,

$$\begin{cases} x+y=3k \\ y+z=4k \\ z+x=5k \end{cases}$$

다 더하면, $2(x+y+z) = 12k \Rightarrow k = 2 (\because \textcircled{1})$

다시 k 를 위 식에 대입하고 연립방정식의 풀면 x, y, z 를 구할 수 있다.

$$x = 4, y = 2, z = 6$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$$

17. 세 자연수 a, b, c 가 $\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c}$ 를 만족하고 a, b, c 의 최소공배수가 12일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 22

② 20

③ 18

④ 16

⑤ 14

해설

$a + 2b + 3c \neq 0$ ($\because a, b, c$ 는 자연수)이므로
가비의 리에 의하여

$$\frac{2b}{a} = \frac{3c}{2b} = \frac{a}{3c} = \frac{a + 2b + 3c}{a + 2b + 3c} = 1 \text{ 에서}$$

$$a = 3c, a = 2b \therefore b = \frac{1}{2}a, c = \frac{1}{3}a$$

$$\begin{aligned} \therefore a : b : c &= a : \frac{1}{2}a : \frac{1}{3}a \\ &= 6 : 3 : 2 \end{aligned}$$

세 수의 최대공약수를 G 라 하면

$$a = 6G, b = 3G, c = 2G$$

$$(\text{최소공배수}) = 6G = 12, G = 2$$

$$\text{그러므로 } a = 12, b = 6, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = 22$$