

1. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

2. $(a+1)(a^2-a+1) = a^3+1$ 을 이용하여 $\frac{1999^3+1}{1998 \times 1999+1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$$\begin{aligned} a &= 1999 \text{라 하면} \\ 1998 \times 1999 + 1 &= (a-1)a + 1 = a^2 - a + 1 \\ \therefore \frac{1999^3 + 1}{1998 \times 1999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{a^2 - a + 1} \\ &= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 2000 \end{aligned}$$

3. $i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50}$ 의 값은?

- ① $-26 - 25i$
- ② $-26 + 25i$
- ③ 0
- ④ $-25 + 26i$
- ⑤ $25 + 26i$

해설

$$\begin{aligned} & i + 2i^2 + 3i^3 + \cdots + 50i^{50} \\ &= \{i + 2 \cdot (-1) + 3 \cdot (-i) + 4 \cdot 1\} + \\ & \{5i + 6 \cdot (-1) + 7 \cdot (-i) + 8 \cdot 1\} \\ &+ \cdots + \{45i + 46 \cdot (-1) + 47 \cdot (-i) + 48 \cdot 1\} + 49i + 50 \cdot (-1) \\ &12(2 - 2i) + 49i - 50 = -26 + 25i \end{aligned}$$

4. 이차식 $2x^2 - 4x + 3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$

② $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

③ $(x+3)(2x-1)$

④ $2\left(x+1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

⑤ $2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\frac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$$a=2, b'=-2, c=3$$

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4-6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{2}i}{2} = 1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\therefore 2\left(x-1-\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\frac{\sqrt{2}}{2}i\right)$$

5. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

- ① $3x^2 + 12x - 13$ ② $-3x^2 + 24x + 21$
③ $3x^2 - 12x + 21$ ④ $-3x^2 - 24x + 21$
⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

6. 다항식 $f(x)$ 를 다항식 $g(x)$ 로 나눈 나머지를 $r(x)$ 라 할 때, $f(x) - g(x) - 2r(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 나머지는?

① $-2r(x)$

② $-r(x)$

③ 0

④ $r(x)$

⑤ $2r(x)$

해설

$f(x)$ 를 $g(x)$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$ 라 하면

$$f(x) = g(x)Q(x) + r(x)$$

$$\therefore f(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x)Q(x) + r(x) - g(x) - 2r(x)$$

$$= g(x) \{Q(x) - 1\} - r(x)$$

여기서 $g(x)$ 의 차수는 $-r(x)$ 의 차수보다 높으므로 구하는 나머지는 $-r(x)$ 이다.

7. $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) = (ax + by)^2$ 이고 $ab \neq 0$ 일 때, 다음 중 성립하는 것을 고르면? (단, 문자는 모두 실수이다.)

① $ax + by = 0$

② $a + b = x + y$

③ $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

④ $x = y$

⑤ $\frac{x}{a} = \frac{y}{b}$

해설

$$(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) - (ax + by)^2 = 0 \text{ 을}$$

간단히 정리하면

$$a^2y^2 + b^2x^2 - 2abxy = 0$$

$$\text{즉, } (ay - bx)^2 = 0$$

$$\therefore ay - bx = 0 (\because a, x, b, y \text{ 는 실수})$$

$$\text{따라서, } ay = bx \text{ 에서 } \frac{x}{a} = \frac{y}{b}$$

8. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} &(x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$

㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

9. $(1+2x-3x^2+4x^3-5x^4+6x^5+7x^6)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수는?

① 0

② 2

③ -2

④ 4

⑤ -4

해설

x^3 을 만들 수 있는 것은

(3차항)×(상수항), (2차항)×(1차항)

2쌍씩이다.

$$4 \times 1 \times 2 + (-3) \times 2 \times 2 = 8 + (-12) = -4$$

10. 등식 $x^3 + x - 1 = (x - a)(x - b)(x - c)$ 가 항등식일 때, $a^3 + b^3 + c^3$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 3

④ 7

⑤ -7

해설

$$\begin{aligned} & x^3 + x - 1 \\ &= (x - a)(x - b)(x - c) \\ &= x^3 - (a + b + c)x^2 + (ab + bc + ca)x - abc \\ &\therefore a + b + c = 0, \quad ab + bc + ca = 1, \quad abc = 1 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) \\ &\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3 \end{aligned}$$

11. $\frac{2x+3a}{4x+1}$ 가 x 에 관계없이 일정한 값을 가질 때, $12a$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12a = 2$

해설

$\frac{2x+3a}{4x+1} = k$ (일정값 $= k$)라 놓으면 $2x+3a = k(4x+1)$ 에서

$$(2-4k)x + 3a - k = 0$$

이 식은 x 에 대한 항등식이므로,

$$2-4k = 0, 3a - k = 0$$

$$k = \frac{1}{2} \text{ 이므로 } 3a = k \text{ 에서 } a = \frac{1}{6}$$

$$\therefore 12a = 2$$

12. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 1, b = 2$
- ② $a = 2, b = 2$
- ③ $a = 2, b = 0$
- ④ $a = 0, b = 2$
- ⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면
 $(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$
이 식을 x, y 에 대하여 정리하면
 $(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$
이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로
 $a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$
위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

13. 다항식 $f(x)$ 를 $x-2$, $x+3$ 으로 나누었을 때의 나머지가 각각 1, -4 이다. $f(x)$ 를 x^2+x-6 으로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(5)$ 의 값을 구하면?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$f(2) = 1, f(-3) = -4$$

$$R(x) = ax + b \text{라 하면}$$

$$f(x) = (x+3)(x-2)Q(x) + ax + b$$

$$2a + b = 1, -3a + b = -4$$

$$\therefore a = 1, b = -1$$

$$R(x) = x - 1$$

$$R(5) = 5 - 1 = 4$$

14. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) = (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b$

그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로

$$a+b=3, 2a+b=5$$

$$\therefore a=2, b=1$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

15. 다항식 $f(x)$ 를 $x-3$ 으로 나누었을 때의 몫이 $Q(x)$, 나머지가 1이고, 또 $Q(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지가 -2 이다. $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$f(x) = (x-3)Q(x) + 1$$

$$Q(2) = -2$$

$f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는 $f(2)$ 이다.

$$\begin{aligned} f(2) &= (2-3)Q(2) + 1 \\ &= -1 \times (-2) + 1 = 3 \end{aligned}$$

16. 다음 <보기> 중 다항식 $x^4 - 7x^2 + 9$ 을 인수분해 할 때, 그 인수로
알맞은 것을 모두 고르면?

<보기>

㉠ $x^2 - 1$

㉡ $x^2 - x - 1$

㉢ $x^2 - x - 3$

㉣ $x^2 + x - 3$

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 7x^2 + 9 &= x^4 - 6x^2 + 9 - x^2 \\ &= (x^2 - 3)^2 - x^2 \\ &= (x^2 - x - 3)(x^2 + x - 3) \\ \therefore \text{인수} : (x^2 - x - 3), (x^2 + x - 3) \end{aligned}$$

17. 다음 중 $x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 를 인수분해 하였을 때, 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x + 3$ ④ $x + 4$ ⑤ $x - 4$

해설

$f(x) = x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$ 라 하면

$f(1) = f(2) = 0$ 이므로

$f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 를 인수로 갖는다.

조립제법을 해 보면 즉,

$$x^4 - 4x^3 - 7x^2 + 34x - 24$$

$$= (x - 1)(x - 2)(x^2 - x - 12)$$

$$= (x - 1)(x - 2)(x - 4)(x + 3)$$

18. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

19. x^2+ax-9 와 x^2+bx+c 의 합은 $2x^2-4x-6$, 최소공배수는 x^3-x^2-9x+9 이다. $a-b+c$ 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$A = x^2 + ax - 9 = Gp$
 $B = x^2 + bx + c = Gq$ 라 하면
 $A + B = (p + q)G = 2x^2 - 4x - 6 = 2(x + 1)(x - 3)$
 $L = pqG = x^3 - x^2 - 9x + 9 = x^2(x - 1) - 9(x - 1)$
 $= (x - 1)(x^2 - 9) = (x - 1)(x + 3)(x - 3)$
따라서, $G = x - 3, p = x + 3, q = x - 1$ 이다.
 $\therefore A = (x + 3)(x - 3) = x^2 - 9$
 $B = (x - 1)(x - 3) = x^2 - 4x + 3$
 $\therefore a = 0, b = -4, c = 3$
 $\therefore a - b + c = 7$

20. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x + 2$ 이고, 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2(x + 2)(x - 1)$

② $2(x + 2)(x - 2)$

③ $(x + 2)(x - 2)$

④ $2(x + 1)(x - 1)$

⑤ $(x + 1)(x - 1)$

해설

$$L = (x - 1)(x - 3)(x + 2)$$

두 다항식은 $(x - 1)(x + 2)$, $(x - 3)(x + 2)$

두 다항식의 합은 $2(x + 2)(x - 2)$

21. 두 다항식 A, B 의 최대공약수를 $A \star B$, 최소공배수를 $A \Delta B$ 라고 하자.
서로소인 두 다항 A, B 식에 대하여 $\frac{A \Delta B}{A B \star B^2}$ 를 간단히 한 것은?

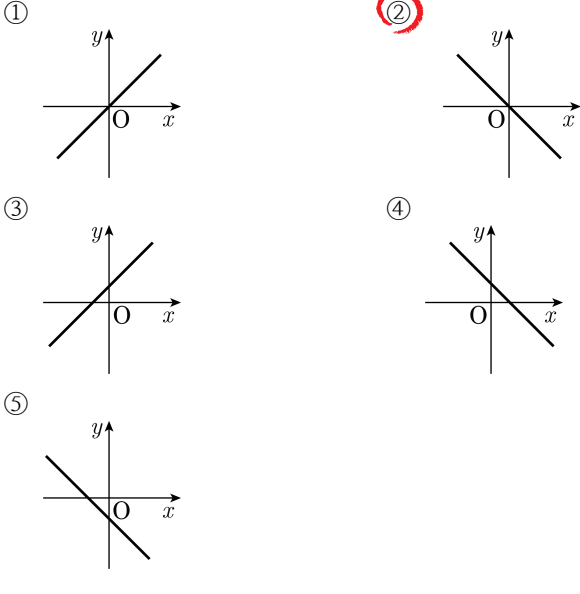
- ① A
- ② B
- ③ AB
- ④ A^2
- ⑤ B^2

해설

다항식 A, B 가 서로소이므로 $AB \star B^2 = B, A \Delta B = A \times B$

$$\therefore \frac{A \Delta B}{A B \star B^2} = \frac{A \times B}{B} = A$$

22. $(3 + 2i)z$ 가 실수가 되도록 하는 복소수 $z = x + yi$ 를 점 (x, y) 로 나타낼 때, 점 (x, y) 는 어떤 도형 위를 움직이는가? (단, x, y 는 실수)



해설

$(3 + 2i)(x + yi) = 3x + 3yi + 2xi - 2y$
 $= (3x - 2y) + (2x + 3y)i$
주어진 식이 실수가 되려면 허수부가 0이어야 하므로 $2x + 3y = 0$
 $\therefore y = -\frac{2}{3}x$
따라서 기울기가 음수이고 y절편이 0인 그래프는 ②이다.

23. 실수 k 에 대하여 복소수 $z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 의 값이 순허수가 될 때, $z \cdot \bar{z}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$z = 3(k + i) - k(1 - i)^2$ 를 정리하면

$$z = 3k + 3i + 2ki = 3k + (3 + 2k)i$$

이것이 순허수이려면 $3k = 0$, $3 + 2k \neq 0$

$k = 0$ 이므로 $z = 3i$, $\bar{z} = -3i$

$$\therefore z \cdot \bar{z} = 3i \cdot -3i = 9$$

24. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0, a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

- ① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots, a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개, $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$$\begin{aligned} a_1 + a_2 + \cdots + a_n &= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d \\ &= a - b + \sqrt{2}i(c - d) = 0 \end{aligned}$$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a = b, c = d \cdots$ ①

$$\begin{aligned} a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 &= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d \\ &= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0 \end{aligned}$$

$$a + b = 2(c + d)$$

$$2a = 4c(\because \text{①})$$

$$\therefore a = 2c$$

$$\therefore a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$$

$$\therefore n = a + b + c + d = 6a, n \text{ 은 } 6 \text{ 의 배수}$$

25. $x = 2007, y = 4331$ 일 때, $\frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi}$ 의 값은?

- ① 0 ② 1 ③ -1 ④ i ⑤ $-i$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{(x+yi)^2 + (y-xi)^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= \frac{x^2 + 2xyi - y^2 + y^2 - 2xyi - x^2}{(y-xi)(x+yi)} \\ &= 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x+yi}{y-xi} + \frac{y-xi}{x+yi} \\ &= \frac{i(y-xi)}{y-xi} + \frac{-i(x+yi)}{x+yi} \\ &= i + (-i) \\ &= 0 \end{aligned}$$

26. 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}}$ 을 간단히 하여 $a + bi$ 의 꼴로 나타낼 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $12\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-2} - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= (\sqrt{-3} \times \sqrt{2}) \times (\sqrt{3} \times \sqrt{-2}) - \frac{\sqrt{-6}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{-3}} \\ &= \sqrt{-6} \times \sqrt{-6} - \sqrt{-2} - \sqrt{-2} \\ &= -\sqrt{36} - \sqrt{2}i - \sqrt{2}i = -6 - 2\sqrt{2}i \\ \therefore ab &= 12\sqrt{2} \end{aligned}$$

27. 이차방정식 $x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하여라.
(단, m 은 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x^2 - x + m = 0$ 의 한 근이 2이므로

$x = 2$ 를 대입하면

$$2^2 - 2 + m = 0 \quad \therefore m = -2$$

따라서 주어진 방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$ 이다.

이 방정식을 풀면

$$(x - 2)(x + 1) = 0 \text{에서 } x = 2 \text{ 또는 } x = -1$$

이므로 다른 한 근은 -1 이다.

28. x 에 관한 이차방정식 $(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 m 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(m^2 - 1)x^2 - 2(m - 1)x + 3 = 0$$

(i) 이차방정식이므로 $m^2 - 1 \neq 0$

$$\therefore m \neq 1, -1$$

(ii) 중근을 가지려면 판별식 $D = 0$

$$\frac{D}{4} = (m - 1)^2 - 3(m^2 - 1) = 0$$

$$m^2 - 2m + 1 - 3m^2 + 3 = 0$$

$$m^2 + m - 2 = 0$$

$$(m + 2)(m - 1) = 0$$

$$\therefore m = 1, -2$$

$\therefore$ (i) 과 (ii) 에서 $m = -2$ 일 때만 중근을 갖는다.

29. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 아래 표에서 옳은 것의 개수는?

$\textcircled{\tiny \ominus} \alpha + \beta = 3$	$\textcircled{\tiny \omin�} \alpha^2 + \beta^2 = 6$
$\textcircled{\tiny \omin�} \alpha\beta = -3$	$\textcircled{\tiny \omin�} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = 2$
$\textcircled{\tiny \omin�} (\alpha - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{2}$	

- ① 1개
- ② 2개**
- ③ 3개
- ④ 4개
- ⑤ 5개

해설

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = \frac{3}{2}$$
$$\textcircled{\tiny \ominus} \alpha + \beta = 3 \text{ (○)}$$
$$\textcircled{\tiny \omin�} (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 9 - 2 \cdot \frac{3}{2} = 6 \text{ (○)}$$
$$\textcircled{\tiny \omin�} \alpha\beta = \frac{3}{2} \neq -3 \text{ (×)}$$
$$\textcircled{\tiny \omin�} \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} = \frac{\beta - \alpha}{\beta\alpha}$$
$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = 9 - 4 \cdot \frac{3}{2} = 3 \quad |\alpha - \beta| = \sqrt{3}$$
$$\therefore \frac{1}{\alpha} - \frac{1}{\beta} \neq 2 \text{ (×)}$$
$$\textcircled{\tiny \omin�} \alpha\beta - (\alpha + \beta) + 1 = \frac{3}{2} - 3 + 1 = -\frac{1}{2} \neq \frac{1}{2} \text{ (×)}$$

30. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + a + 1 = 0$ 의 두 근이 연속인 정수가 되게하는 상수 a 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

두 근을 $n, n + 1$ 이라 하면

$$\begin{cases} n + (n + 1) = a \cdots \cdots \textcircled{1} \\ n(n + 1) = a + 1 \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $n = \frac{a - 1}{2} \cdots \cdots \textcircled{3}$

$\textcircled{3}$ 을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\frac{a - 1}{2} \left(\frac{a - 1}{2} + 1 \right) = a + 1$$

이것을 정리하면 $(a + 1)(a - 5) = 0$

$a = -1, 5$

$\therefore -1 + 5 = 4$

31. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 이고, $a = \sqrt{3} + 1$ 일 때, $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$

② $\frac{4 + \sqrt{3}}{4}$

③ $\frac{2\sqrt{3} - 3}{4}$

④ $\frac{2 - \sqrt{3}}{2}$

⑤ $\frac{2 + \sqrt{3}}{2}$

해설

(i) $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$ 에서 $x - \sqrt{2} = \sqrt{3}$

$$x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 3$$

$$\therefore x^2 - 2\sqrt{2}x = 1$$

(ii) $a^{x^2} \div a^{2\sqrt{2}x+3} = a^{x^2-2\sqrt{2}x-3} = a^{-2}$

$$= \frac{1}{a^2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$$

32. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $(x-a)(x+b)$, $(x+b)(x-c)$, $(x-c)(x-a)$ 로 나눈 나머지가 각각 $x+2$, $-x+4$, 0 일 때, 상수 a, b, c 의 곱을 구하면?

① 8 ② -8 ③ 12 ④ -12 ⑤ 16

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-a)(x+b)P(x) + x+2 \cdots \textcircled{1} \\ &= (x+b)(x-c)Q(x) - x+4 \cdots \textcircled{2} \\ &= (x-c)(x-a)R(x) \cdots \textcircled{3} \end{aligned}$$

나머지 정리에 의해

i) ①에서 $f(a) = a+2$, ③에서

$$f(a) = 0$$

$$\Rightarrow a = -2$$

ii) ①에서 $f(-b) = -b+2$, ②에서

$$f(-b) = b+4$$

$$\Rightarrow b = -1$$

iii) ②에서 $f(c) = -c+4$, ③에서

$$f(c) = 0$$

$$\Rightarrow c = 4$$

$$\therefore abc = 8$$

33. 두 다항식 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 과 $3x^3 + (a-9)x^2 - ax - 6a$ 의 최대공약수가 이차식일 때, a 의 값은?

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 3

해설

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x-1)(x-3)(x+2)$$

$$3x^3 + (a-9)x^2 - ax - 6a \text{에}$$

$$x=3 \text{ 대입, } 81+9a-81-3a-6a=0$$

$$x=-2 \text{ 대입, } -24+4a-36+2a-6a \neq 0 \text{ 이므로}$$

$$x-1 \text{ 을 인수로 가져야 한다.}$$

$$x=1 \text{ 대입 } 3+a-9-a-6a=0, a=-1$$

34. $x^2 + ax + b$, $x^2 + bx + a$ 의 최대공약수가 x 의 일차식일 때, 최소공배수는?
- ① $(x - 2)(x - a)(x - b)$ ② $(x + 2)(x - a)(x - b)$
③ $(x + 1)(x + a)(x + b)$ ④ $(x + 1)(x - a)(x - b)$
⑤ $(x - 1)(x - a)(x - b)$

해설

$$\begin{cases} x^2 + ax + b \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ x^2 + bx + a \cdots \textcircled{\text{㉡}} \end{cases}$$

① - ② : $(a - b)(x - 1)$
①, ② 에서 $a \neq b$ 이므로 최대공약수는 $x - 1$ 이다.
 $1 + a + b = 0, a = -1 - b, b = -1 - a$
이 때, ①은 $x^2 - (1 + b)x + b = (x - 1)(x - b)$
②은 $x^2 - (1 + a)x + a = (x - 1)(x - a)$
여기서, $a \neq b$ 이므로 $x - a$ 와 $x - b$ 는 서로 소이다.
따라서, 구하는 최소공배수는 $(x - 1)(x - a)(x - b)$

36. 다항식 $f(x) = x^4 + ax + b$ 가 $(x-1)^2$ 으로 나누어떨어지도록 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② -1 ③ 3 ④ -4 ⑤ -3

해설

$$\begin{aligned} \text{(i) } f(x) &= x^4 + ax + b = (x-1)^2 Q(x) \\ f(1) &= 1 + a + b = 0 \\ \therefore b &= -(a+1) \\ \text{(ii) } f(x) &= x^4 + ax - (a+1) = (x-1)^2 Q(x) \\ (x^4 - 1) + a(x-1) &= (x-1)^2 Q(x) \\ (x-1)(x^3 + x^2 + x + 1) + a(x-1) &= (x-1)^2 Q(x) \\ \therefore x^3 + x^2 + x + 1 + a &= (x-1)Q(x) \\ x=1 \text{을 대입하면 } 4 + a &= 0 \quad \therefore a = -4 \\ b = -(a+1) \text{에서 } b &= 3 \\ \therefore a + b &= -1 \end{aligned}$$

37. 다항식 $f(x)$ 를 $x - \frac{1}{2}$ 으로 나눌 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라고 할 때, $f(x)$ 를 $2x - 1$ 으로 나눌 때의 몫과 나머지는?

- ① 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ② 몫 : $2Q(x)$ 나머지 : R
③ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $\frac{1}{2}R$ ④ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : R
⑤ 몫 : $\frac{1}{2}Q(x)$ 나머지 : $2R$

해설

$x - \frac{1}{2}$ 에 2를 곱하면 $2x - 1$

$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R = (2x - 1)\frac{1}{2}Q(x) + R$$

38. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$