

1. 다항식 $2xy^2 + x^2y - 3x + x^3 - 1$ 에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 에 대한 삼차식이다.
- ② y 에 대한 이차식이다.
- ③ x^2 의 계수는 y 이다.
- ④ x 의 계수는 $2y^2 - 3$ 이다.
- ⑤ y 에 대한 상수항은 -1 이다.

해설

⑤ y 에 대한 상수항: $x^3 - 3x - 1$

2. 두 다항식 $A = 2x^3 + 4x^2 - 7$, $B = x^2 + x - 2$ 에 대하여 $A - 2B$ 를 간단히 한 것은?

- ① $2x^3 + 2x^2 - 2x - 3$ ② $2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$
③ $2x^3 + 2x^2 + 2x + 3$ ④ $2x^3 + 6x^2 - 2x + 3$
⑤ $2x^3 + 6x^2 - 2x - 3$

해설

$$\begin{aligned} A - 2B &\text{를 동류항끼리 묶어 정리한다.} \\ A - 2B &= (2x^3 + 4x^2 - 7) - 2(x^2 + x - 2) \\ &= 2x^3 + 4x^2 - 7 - 2x^2 - 2x + 4 \\ &= 2x^3 + (4 - 2)x^2 - 2x - 7 + 4 \\ &= 2x^3 + 2x^2 - 2x - 3 \end{aligned}$$

3. $(2x^3 - 3x + 1) \div (x^2 + 2)$ 의 계산에서 나머지는?

① $-5x + 1$

② $-x + 1$

③ $5x + 1$

④ $x + 1$

⑤ $-7x + 1$

해설

$2x^3 - 3x + 1$ 을 $x^2 + 2$ 로 직접 나누어서 구한다.

몫 : $2x$, 나머지 : $-7x + 1$

4. $(a - b + c)(a - b - c)$ 를 전개하면?

① $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

② $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③ $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④ $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a - b + c)(a - b - c) \\ &= \{(a - b) + c\}\{(a - b) - c\} \\ &= (a - b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

5. x 의 값에 관계없이 등식 $x^2 + 13x - 18 = a(x+2)(x-3) + bx(x+2) + cx(x-3)$ 이 항상 성립할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하면?

- ① 1 ② 3 ③ 6 ④ 9 ⑤ 12

해설

준식에

$x = 0$ 을 대입하면 $-18 = -6a$ 에서 $a = 3$

$x = 3$ 을 대입하면 $30 = 15b$ 에서 $b = 2$

$x = -2$ 을 대입하면 $-40 = 10c$ 에서 $c = -4$

$\therefore a + b + c = 3 + 2 + (-4) = 1$

6. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 3x - 4$ 를 일차식 $x + 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① -10 ② 10 ③ -4 ④ 4 ⑤ 0

해설

$f(x) = (x + 1)Q(x) + R$ 이라고 놓으면

$f(-1) = R$

$\therefore f(-1) = -1 - 2 - 3 - 4 = -10$

따라서 $R = -10$

7. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

8. 다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 순서대로 나열한 것은?
- ① $x^2 + x + 1, 1$

② $x^2 + x + 1, 2$

③ $2x^2 + 2x + 2, 1$

④ $2x^2 + 2x + 2, 2$

⑤ $4x^2 + 4x + 4, 4$

해설

다항식 $2x^3 + x^2 + x + 1$ 를 $2x - 1$ 로 나눈 몫과 나머지를 각각 $Q(x), R$ 이라고 하면 $2x^3 + x^2 + x + 1 = (2x - 1)Q(x) + R$
 $= \left(x - \frac{1}{2}\right) \cdot 2Q(x) + R$

이므로

$\frac{1}{2}$		2	1	1	1
			1	1	1
		2	2	2	2

$2Q(x) = 2x^2 + 2x + 2$
 $\therefore Q(x) = x^2 + x + 1, R = 2$

9. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

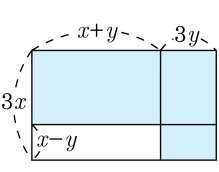
해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ &= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\ &= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\ f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0 \end{aligned}$$

10. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

11. $\frac{x+1}{3} = y-2$ 를 만족하는 모든 실수 x, y 에 대하여, 항상 $ax+by=7$ 이 성립할 때, a, b 의 값을 구하여라. (a, b 는 상수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 3$

해설

$$\frac{x+1}{3} = y-2, x+1 = 3(y-2)$$

$$x-3y = -7$$

$$-x+3y = 7 \Leftrightarrow ax+by = 7$$

$$\therefore a = -1, b = 3$$

12. 등식 $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1)$ 가 x 값에 관계없이 항상 성립할 때, 상수 $a + b + c$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$-2 = 2a \quad \therefore a = -1$$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면

$$-3 = -b \quad \therefore b = 3$$

양변에 $x = 2$ 를 대입하면

$$0 = 2c \quad \therefore c = 0$$

$$\therefore a + b + c = 2$$

13. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

14. x 에 대한 다항식 $(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하였을 때, 모든 계수들(상수항 포함)의 합은?

① 0 ② 16 ③ 32 ④ 64 ⑤ 1024

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면 $(4x^2 - 3x + 1)^5 = a_0x^{10} + a_1x^9 + a_2x^8 + \cdots + a_9x + a_{10}$ 과 같이 된다.

여기서 모든 계수들의 합

$a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$ 을 구하려면

$x = 1$ 을 대입하면 된다.

즉, $(4 - 3 + 1)^5 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{10}$

모든 계수들의 합은 $2^5 = 32$

15. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 1, x - 2$ 로 나누어 떨어진다.
 $f(1) = 1 + a + b - 1 = 0$ 즉, $a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$
 $f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0$ 즉, $4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A}, \textcircled{B}$ 으로부터 $a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$
 $\therefore a + b = 0$

16. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 가 $(x-1)(x+2)$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하십시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$$

$$\therefore -a + b = 1 \cdots \textcircled{1}$$

$$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$$

$$\therefore 2a + b = -5 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = -2, b = -1$$

17. $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + x - k$ 가 $x - 2$ 를 인수로 가질 때, k 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$f(x)$ 가 $x - 2$ 를 인수로 갖는다는 것은 $f(x)$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어진다는 뜻이다.

즉, $f(2) = 0$ 을 만족시키는 k 를 구하면,

$$f(2) = 2 \times 2^3 - 3 \times 2^2 + 2 - k = 0$$

$$\therefore k = 6$$

18. 다항식 $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 가 $x^2 + 2$ 로 나누어 떨어질 때, $3a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ &= (x^2 + 2)(x - \alpha) \text{라 놓을 수 있다.} \\ x^3 - \alpha x^2 + 2x - 2\alpha &= x^3 - 4x^2 + ax + b \\ \therefore \alpha &= 4, \quad a = 2, \quad b = -8 \\ \therefore 3a + b &= -2 \end{aligned}$$

19. a, b, c 가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고 $ab(a+b) = bc(b+c) + ca(c-a)$ 인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a = b$ 인 이등변 삼각형

② $a = c$ 인 이등변 삼각형

③ 정삼각형

④ a 가 빗변인 직각 삼각형

⑤ b 가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$\begin{aligned}ab(a+b) &= bc(b+c) + ca(c-a) \\a^2b + ab^2 - bc(b+c) - ac^2 + a^2c &= 0 \\(b+c)a^2 + (b^2 - c^2)a - bc(b+c) &= 0 \\(b+c)\{a^2 + (b-c)a - bc\} \\&= (b+c)(a+b)(a-c) = 0\end{aligned}$$

20. $x^4 + 2x^2 + 9 = (x^2 + ax + b)(x^2 + cx + d)$ 로 인수분해될 때, $|ab - cd|$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2 + 3)^2 - (2x)^2 \\ &= (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$$a = 2, b = 3, c = -2, d = 3$$

$$\therefore |ab - cd| = |2 \times 3 - (-2) \times 3| = 12$$

21. 두 이차다항식의 최대공약수가 $x-1$, 최소공배수가 x^3-2x^2-5x+6 일 때, 두 다항식의 합은?

- ① $2x^2-3x+1$ ② $2x^2-2x-1$ ③ $2x^2+3x-5$
④ $2x^2+2x-4$ ⑤ $2x^2+3x-3$

해설

구하는 다항식을 A, B 라고 하면
 $AB = (x-1)(x^3-2x^2-5x+6)$
 $= (x-1)^2(x+2)(x-3)$
 A, B 의 최대공약수가 $x-1$ 이므로
 $A = (x-1)(x+2) = x^2+x-2$
 $B = (x-1)(x-3) = x^2-4x+3$
 $\therefore A+B = 2x^2-3x+1$

22. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면
 $A + B = (a + b)G, L = abG,$
즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.
 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$
 $2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$
 $\therefore G = x - 3$

23. $x^2 + x + 1 = 0$ 일 때, $x^3 + \frac{1}{x^3}$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나누면

$$x + \frac{1}{x} = -1$$

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= -1 - 3 \cdot (-1) = 2$$

24. $2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12$ 를 x, y 의 두 일차식의 곱으로 인수분해하면, $(x + ay + b)(2x + cy + d)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은? (단, a, b, c, d 는 상수)

- ① 6
- ② 7
- ③ 8
- ④ 9
- ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned} &2x^2 + xy - y^2 + 10x + 4y + 12 \quad (\leftarrow x\text{에 관하여 정리}) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y^2 - 4y - 12) \\ &= 2x^2 + (y + 10)x - (y + 2)(y - 6) \\ &= \{x + (y + 2)\}\{2x - (y - 6)\} \\ &= (x + y + 2)(2x - y + 6) \\ \therefore a &= 1, b = 2, c = -1, d = 6 \\ \therefore a + b + c + d &= 8 \end{aligned}$$

25. 두 다항식 $x^2 - 3x + a$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$ 라 하자. 이 때, $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^2 - 3x + a, x^2 + bx - 6$ 은
 $(x - 1)$ 을 인수로 가지므로 $a = 2, b = 5$
 $\therefore x^2 - 3x + 2 = (x - 2)(x - 1)$
 $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$
 $f(x) = (x - 1)(x - 2)(x + 6)$
 $f(x)$ 를 $x - 2$ 로 나눈 나머지 $f(2) = 0$