

1. 다음 중 x 에 대한 이차다항식은?

① $2x + 2$

② $x^2y + x - y$

③ $2x^3 + x - 2$

④ $x^3 - x$

⑤ $xy^2 + y^2$

해설

①, ⑤는 x 에 대한 일차식

③, ④는 x 에 대한 삼차식

2. 세 다항식 $A = 2x^2y - xy^2 + y^3$, $B = -2xy^2 + 2y^3$, $C = x^3 + y^3$ 에 대하여 $(2A - B) + C$ 를 계산하면?

① $2x^3 - 4x^2y + 3y^3$

② $-x^3 + 2x^2y - y^3$

③ $2x^3 + 4x^2y - y^2$

④ $x^3 + 4x^2y + y^3$

⑤ $x^3 + 4y^3$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= 4x^2y - 2xy^2 + 2y^3 - (-2xy^2 + 2y^3) + x^3 + y^3 \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}(2A - B) + C \\ &= x^3 + 4x^2y + y^3\end{aligned}$$

3. $x + y = 4$, $xy = 3$ 일 때, $x^2 - xy + y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 - xy + y^2 = (x + y)^2 - 3xy = 7$$

4. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 실수 a, b, c 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

5. 등식 $2x^2 + 10x - 18 = a(x-2)(x+3) + bx(x-2) + cx(x+3)$ 이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면,
 $-18 = -6a \quad \therefore a = 3$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $10 = 10c \quad \therefore c = 1$
양변에 $x = -3$ 을 대입하면,
 $-30 = 15b, \quad \therefore b = -2$
 $\therefore a - b + c = 3 + 2 + 1 = 6$

6. 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 일차식 $x - 2$ 로 나눌 때의 나머지는?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= x^3 - 2x^2 + 5x - 6 \\ &= (x - 2)Q(x) + R \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore f(2) &= 2^3 - 2 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 6 \\ &= 8 - 8 + 10 - 6 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore R = 4$$

7. 다항식 $f(x) = -4x^3 + kx + 1$ 가 일차식 $x - 1$ 로 나누어 떨어 지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) = -4x^3 + kx + 1 = (x - 1)Q(x)$$

$$f(1) = -4 + k + 1 = 0$$

$$\therefore k = 3$$

8. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?
- ① 몫: $x - 1$, 나머지: 1
 - ② 몫: $x - 1$, 나머지: 4
 - ③ 몫: $x^2 - x - 4$, 나머지: 1
 - ④ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: 1
 - ⑤ 몫: $x^2 - x + 4$, 나머지: $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

1	1	-2	5	-3
		1	-1	4
	1	-1	4	1

$\therefore x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

9. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$ 의 몫을 a , 나머지를 b 라 할 때, $a + b$ 를 구하면?
- ① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$
④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2, b = 3$
 $\therefore a + b = 3x^2 + x + 1$

해설

조립제법을 이용할 수 있다.
이 때, $2x - 1$ 로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$ 로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$ 이고 나머지는 같다.
$$f(x) = \left(x - \frac{1}{2}\right)Q(x) + R$$
$$= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R$$

10. x 에 대한 항등식 $x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$ 에서 a, b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

계수비교법에 의하여

$$x^2 - 2x + 3 = a + b(x - 1) + cx(x - 1)$$

$$= cx^2 + (b - c)x + a - b$$

$$x^2 - 2x + 3 = cx^2 + (b - c)x + a - b \text{에서}$$

$$c = 1, b - c = -2, a - b = 3$$

연립하여 풀면

$$\therefore a = 2, b = -1, c = 1$$

11. 다항식 x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$ 가 되도록 상수 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8 을 x^2+4x+b 로 직접나눈 나머지는
 $(a-b+16)x+4b-8$
 $(a-b+16)x+4b-8=3x+4\cdots\cdots㉠$
㉠이 x 에 대한 항등식이므로,
 $a-b+16=3, 4b-8=4$
 $\therefore a=-10, b=3$
 $\therefore a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$ 의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10, b=3, p=-4$ 를 구해도 된다.

12. 다항식 $f(x)$ 를 두 일차식 $x-1$, $x-2$ 로 나눌 때의 나머지는 각각 2, 1이다. 이때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눌 때 나머지는?

① $x+3$

② $-x+3$

③ $x-3$

④ $-x-3$

⑤ $-x+1$

해설

$f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지는 각각 2, 1이므로
 $f(1)=2, f(2)=1$, 구하는 나머지를 $ax+b$ 라 하자.

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2-3x+2)Q(x) + ax + b \\ &= (x-1)(x-2)Q(x) + ax + b \end{aligned}$$

양변에 각각 $x=1$, $x=2$ 를 대입하면

$$f(1) = a + b = 2, \quad f(2) = 2a + b = 1$$

두 식을 연립하여 구하면 $a = -1, b = 3$

$\therefore$ 구하는 나머지는 $-x+3$

13. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

14. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

15. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ② $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$
③ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ④ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$
⑤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X + 1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X + 3)(X - 2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

16. 다음 중 다항식 $x^4 - 8x^2 - 9$ 의 인수가 아닌 것은?

① $x - 3$

② $x + 3$

③ $x^2 + 1$

④ $x^2 + 9$

⑤ $x^3 + 3x^2 + x + 3$

해설

준 식을 인수분해 하면

$$x^4 - 8x^2 - 9 = (x^2 + 1)(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 + 1)(x + 3)(x - 3)$$

$$\textcircled{5} \quad x^2(x + 3) + x + 3 = (x^2 + 1)(x + 3)$$

17. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면

이 식의 우변은

$$x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2$$

$$= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, b = q^2 = 9$$

18. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

19. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

20. $(x^3 - x^2 - 2x + 1)^5 = a_0 + a_1(x - 1) + a_2(x - 1)^2 + \cdots + a_{15}(x - 1)^{15}$
일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{14}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면
 $1 = a_0 - a_1 + a_2 - \cdots - a_{15} \cdots \textcircled{1}$
양변에 $x = 2$ 를 대입하면
 $1 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{15} \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면
 $2 = 2(a_0 + a_2 + \cdots + a_{14})$ 이다.
 $\therefore a_0 + a_2 + \cdots + a_{14} = 1$

21. $x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $A(x-3)^3 + B(x-3)^2 + C(x-3) + D$ 로 나타낼 때, $ABCD$ 의 값을 구하면?

① -20 ② 40 ③ -60 ④ 120 ⑤ -120

해설

$x^3 - 4x^2 + 5x - 3$ 을 $x - 3$ 에 대해 내림차순으로 정리하기 위해 $x - 3$ 으로 반복하여 나누면 나머지가 차례로 D, C, B, A 가 되므로

3		1	-4	5	-3	
			3	-3	6	
3		1	-1	2	3	← d
			3	6		
3		1	2	8		← c
			3			
		1	5			← b
		↑				
		a				

∴ $ABCD = 1 \times 5 \times 8 \times 3 = 120$

22. 다항식 $2x^2 + xy + 5x - y^2 + 2y + 3$ 가 $(2x + ay + b)(x + cy + d)$ 로 인수분해 될 때, a, b, c, d 의 값을 차례로 적은 것은?
- ① 1, 3, 1, 1 ② 1, 3, -1, 1 ③ -1, 3, 1, 1
④ -1, 3, -1, 1 ⑤ -1, -3, 1, 1

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2x^2 + (y + 5)x - (y^2 - 2y - 3) \\ &= (2x - (y - 3))(x + (y + 1)) \\ &= (2x - y + 3)(x + y + 1) \\ \therefore a &= -1, b = 3, c = 1, d = 1\end{aligned}$$

23. $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 이고 $abc = 1$ 일 때, $(a^3 + b^3 + c^3)^2$ 의 값을 계산하면?

- ① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 \\ &= (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca) + 3abc \\ &= (a + b + c) \times 0 + 3abc = 0 + 3 \cdot (1) = 3 \\ &\therefore (a^3 + b^3 + c^3)^2 = 9 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \quad a^2 + b^2 + c^2 - (ab + bc + ca) = 0 \\ & \frac{1}{2} \{ (a - b)^2 + (b - c)^2 + (c - a)^2 \} = 0 \\ & \therefore a = b = c \rightarrow abc = a^3 = b^3 = c^3 = 1 \\ & (a^3 + b^3 + c^3)^2 = (1 + 1 + 1)^2 = 9 \end{aligned}$$

24. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나누면 몫이 $A(x)$, 나머지가 a 이고, $x+2$ 로 나누면 몫이 $B(x)$, 나머지가 b 라고 한다. 이때, $A(x)$ 를 $x+2$ 로 나누는 나머지를 a, b 로 나타내면?

- ① $a-b$ ② $\frac{a-b}{2}$ ③ $\frac{a-b}{3}$ ④ $\frac{a-b}{4}$ ⑤ $\frac{a-b}{5}$

해설

$$f(x) = (x-1)A(x) + a \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) = (x+2)B(x) + b \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에 각각 $x=1, x=-2$ 를 대입하면

$$f(1) = a, f(-2) = b$$

$A(x)$ 를 $x+2$ 로 나누는 나머지는 나머지의정리에 의해 $A(-2)$ 이다.

①에 $x=-2$ 를 대입하면

$$f(-2) = -3A(-2) + a = b$$

$$\therefore A(-2) = \frac{a-b}{3}$$

25. $\frac{899^3 + 1}{899 \times 898 + 1}$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 27 개 ② 25 개 ③ 21 개 ④ 18 개 ⑤ 15 개

해설

$a = 899$ 라 치환하면

$$(\text{준 식}) = \frac{a^3 + 1}{a(a-1) + 1}$$

$$= \frac{(a+1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1}$$

$$= a + 1 = 900$$

$$900 = 2^2 \times 3^2 \times 5^2$$

$$\therefore 900 \text{의 약수의 개수} = (2+1) \times (2+1) \times (2+1) \\ = 27$$