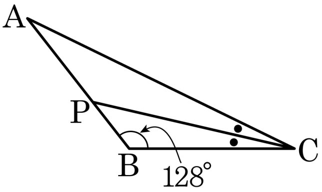
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이다. $\angle B = 128°$ 이고 $\angle BCP = \angle ACP$ 일 때, $\angle CPB$ 의 크기는?



① 39°　② 40°　③ 41°　④ 42°　⑤ 43°

해설

$\triangle ABC$ 는 $\overline{BA} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형이므로

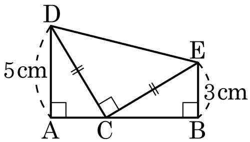
$\angle BCA = \frac{1}{2}(180° - 128°) = 26°$

또 $\angle BCP = \angle ACP$ 이므로

$\angle BCP = \angle ACP = \frac{1}{2} \times 26° = 13°$

$\therefore \angle CPB = 26° + 13° = 39°$

2. 다음 그림과 같이 직각이등변삼각형 DCE 의 직각인 꼭짓점 C 를 지나는 직선 AB 에 꼭짓점 D, E 에서 각각 수선 DA, EB 를 내릴 때, □ABED 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 32 cm^2

해설

$\angle CDA = \angle a$ 라 하면,

$\angle DCA = 180° - (90° + \angle CDA) = 90° - \angle a$

$\angle ECB = 180° - (90° + \angle DCA) = 180° - (90° + 90° - \angle a) = \angle a$ (⋯ ㉠)

$\triangle CDA$ 와 $\triangle ECB$ 에서

i) $\overline{CD} = \overline{EC}$

ii) $\angle CDA = \angle ECB = \angle a$ (㉠)

iii) $\angle DAC = \angle CBE = 90°$

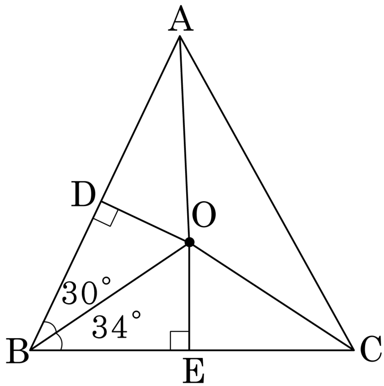
i), ii), iii) 에 의해 $\triangle CDA \equiv \triangle ECB$ (RHA 합동) 이다.

합동인 도형의 대변의 길이는 같으므로 $\overline{AC} = \overline{BE} = 3\text{cm}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 5\text{cm}$ 이다.

$\overline{AB} = \overline{AC} + \overline{CB} = 8\text{cm}$ 이다.

$\therefore$ □ABED $= 8 \times \dfrac{(3+5)}{2} = 32(\text{cm}^2)$

3. $\triangle ABC$ 에서 점O 는 외심이다. $\angle ABO = 30°$, $\angle OBC = 34°$ 로 주어졌을 때, $\angle AOC$ 의 크기를 구하시오.

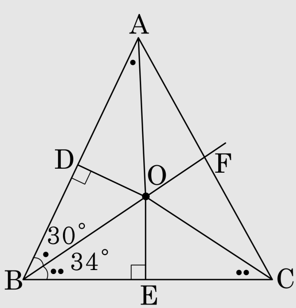


▶ 답 : °

▷ 정답 : 128°

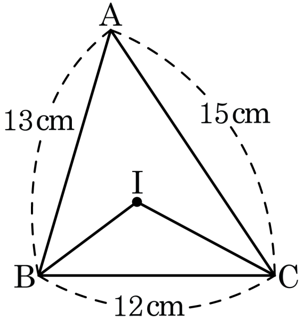
해설

$\overline{BO}$ 의 연장선이 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 F 라 하면, $\angle AOF = 2\angle ABO$ (외각), 마찬가지로 $\angle COF = 2\angle OBE$ 이다.



$$\begin{aligned}\therefore \angle AOC &= 2\angle ABC \\ &= 2 \times (30° + 34°) \\ &= 128°\end{aligned}$$

4. 다음 $\triangle ABC$ 의 넓이가 $80\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\triangle IBC$ 의 넓이를 구하여라. (단, 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다.)



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\ \mathrm{cm}^2}$

▷ **정답 :** 24 $\underline{\ \mathrm{cm}^2}$

해설

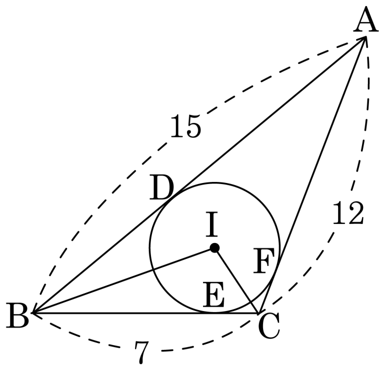
내심원의 반지름의 길이를 r라고 하면

$\frac{1}{2} \times r \times (13 + 12 + 15) = 80$

$r = 4(\,\mathrm{cm})$

$\therefore \triangle IBC = \frac{1}{2} \times 12 \times 4 = 24(\,\mathrm{cm}^2)$

5. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이때, $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}$ 는?



① 14 ② 16 ③ 17 ④ 20 ⑤ 22

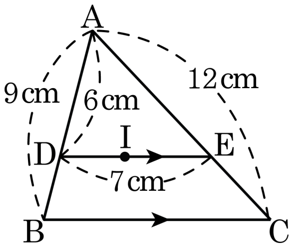
해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{\mathrm{AD}}=\overline{\mathrm{AF}}$, $\overline{\mathrm{BE}}=\overline{\mathrm{BD}}$, $\overline{\mathrm{CF}}=\overline{\mathrm{CE}}$ 이다.
$\overline{\mathrm{AD}}=x$, $\overline{\mathrm{BE}}=y$, $\overline{\mathrm{CF}}=z$라 두면

$$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=7 \\ z+x=12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x+y+z)=34$
$\therefore x+y+z=17$
따라서 $\overline{\mathrm{AD}}+\overline{\mathrm{BE}}+\overline{\mathrm{CF}}=17$

6. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle$ABC 의 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 라고 할 때, $\overline{\mathrm{AE}} = (\quad)$cm 이다. 빈 칸에 들어갈 수를 구하여라.



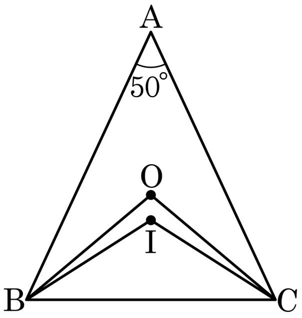
▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

점 I 가 내심이고 $\overline{\mathrm{DE}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 일 때,
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}}$
$\overline{\mathrm{AB}} + \overline{\mathrm{AC}} = 9 + 12 = 21(\mathrm{cm})$
($\triangle$ADE 의 둘레의 길이) $= \overline{\mathrm{AD}} + \overline{\mathrm{AE}} + \overline{\mathrm{DE}} = 6 + \overline{\mathrm{AE}} + 7 = 21(\mathrm{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{AE}} = 8\mathrm{cm}$ 이다.

7. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 $\angle A = 50°$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. 점 O 는 외심, 점 I 는 내심일 때, $\angle OBI$ 의 크기를 구하여라.



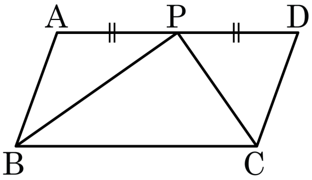
▶ **답 :** ______ °

▷ **정답 :** 7.5 °

해설

$\angle B = (180° - 50°) \div 2 = 65°$
$\angle BOC = 100°$ 이므로
$\angle OBC = (180° - 100°) \div 2 = 40°$
$\angle IBC = 65° \div 2 = 32.5°$
$\therefore \angle OBI = 40° - 32.5° = 7.5°$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{AD}$ 의 중점이다. $\overline{BC} = 2\overline{AB}$ 일 때, $\angle BPC$ 의 크기는?



① $60°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이므로

$\overline{AB} = \overline{AP} = \overline{PD}$

$\angle ABP = \angle APB, \angle DPC = \angle DCP$

$\angle A + \angle D = 180°$ 이므로

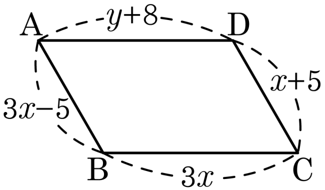
$2\angle APB + 2\angle DPC = 180°$

$\therefore \angle APB + \angle DPC = 90°$

$\angle BPC = 180° - (\angle APB + \angle DPC)$

$= 180° - 90° = 90°$

9. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이 되도록 하는 x, y의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 5$

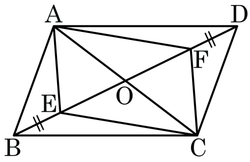
▷ 정답 : $y = 7$

해설

$3x - 5 = x + 5$에서 $x = 5$

$y + 8 = 3x = 15$에서 $y = 7$

10. 평행사변형 ABCD 에서 대각선 BD 위에 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 가 되도록 두 점 E, F 를 잡을 때, □AECF 는 평행사변형이다.
이를 증명하기 위해 사용하기에 가장 적합한 평행사변형의 조건은?



① 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

② 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

③ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

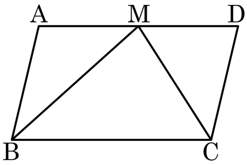
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

⑤ 한 쌍의 대변의 길이가 같고 평행하다.

해설

(가정) □ABCD 는 평행사변형, $\overline{BE} = \overline{DF}$
(결론) □AECF 는 평행사변형
(증명) □ABCD 는 평행사변형이므로
$\overline{OA} = \overline{OC}$
가정에서 $\overline{BE} = \overline{DF}$ 이므로 $\overline{OE} = \overline{OF}$
따라서 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분하므로 □AECF 는 평행사변형이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 선분 $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이 되면 □ABCD 는 어떤 사각형인가?

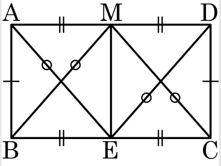


① 사다리꼴　② 평행사변형　③ 직사각형

④ 마름모　⑤ 정사각형

해설

그림과 같이 $\overline{ME}$ 을 그리면,

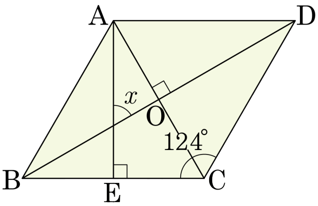


$\overline{BM} = \overline{AE}$ 이고, $\overline{CM} = \overline{DE}$ 이므로

□ABEM 과 □MECD 는 직사각형

∴ □ABCD 는 직사각형이다.

12. 다음 그림과 같은 마름모 ABCD에서 $\overline{AE} \perp \overline{BC}$이고 $\angle C = 124°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



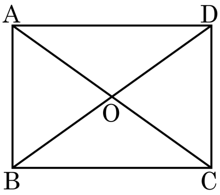
▶ 답: °

▷ 정답: 62 °

해설

$\overline{AC}$와 $\overline{BD}$가 만나는 점을 O라고 할 때, 삼각형 BOC과 DOC는 합동이다.
그러므로 $\angle BCD$는 이등분된다. $\angle BCA = 62°$
삼각형 AEC의 내각의 합에 의해서 $\angle EAC = 28°$가 된다.
그러므로 $\angle x = 62°$가 된다.

13. 다음 보기 중 그림과 같은 직사각형 ABCD가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



보기

㉠ $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{AO} = \overline{DO}$

㉢ $\angle DAB = \angle DCB$

㉣ $\angle ABC = 90°$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

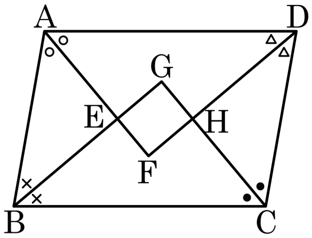
① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉣, ㉤

④ ㉠, ㉤ ⑤ ㉡, ㉣

해설

직사각형에서 네 변의 길이가 모두 같거나. 두 대각선이 수직이등분하면 정사각형이 된다.

14. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH를 만들었을 때, □EFHG는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형

④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$이고, $\triangle ABE$에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$이다.

마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$이므로 □EFGH는 직사각형이다.

15. 다음 보기에서 두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 사각형을 모두 골라라.

보기

㉠ 사다리꼴	㉡ 등변사다리꼴
㉢ 직사각형	㉣ 정사각형
㉤ 마름모	㉥ 평행사변형

▶ 답 :

▶ 답 :

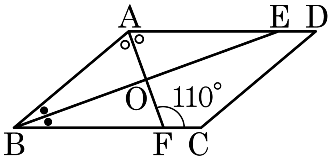
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

두 대각선이 각각 내각을 이등분하는 도형은 마름모이다. 정사각형도 마름모이다.

16. 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AF}, \overline{BE}$ 는 각각 $\angle A, \angle B$ 의 이등분선이다. $\angle AFC = 110°$ 일 때, $\angle DEB$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ______ °

▷ 정답 : 160 °

해설

$\angle EAF = 180° - 110° = 70°$

$\angle B = 180° - \angle A = 180° - 140° = 40°$

$\angle AEB = \frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2} \times 40° = 20°$

$\therefore \angle DEB = 180° - 20° = 160°$

17. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

① $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AB} /\!/ \overline{CD}$

② $\overline{AD} /\!/ \overline{BC},\ \angle A = \angle B = 90°$

③ $\angle A = \angle C, \angle B = \angle D$

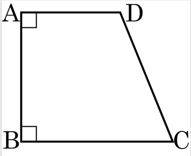
④ $\overline{AB} = \overline{CD},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} /\!/ \overline{CD},\ \overline{AD} /\!/ \overline{BC}$

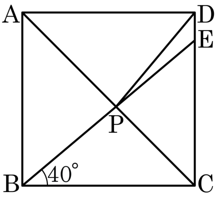
해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

②



18. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40°$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : ＿＿＿＿ °

▷ 정답 : 10°

해설

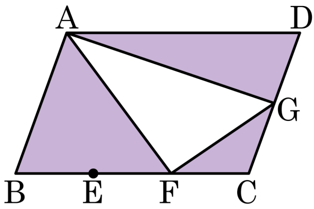
$\triangle BPC \equiv \triangle DPC$ 이므로

$\angle PDC = 40°, \ \angle BEC = 50°$ 이다.

$\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50°$ 이므로

$\angle DPE = 10°$ 이다.

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD의 넓이가 $240\mathrm{cm}^2$이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 160

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$\triangle ABF = \dfrac{2}{1+2} \times \triangle ABC = \dfrac{2}{3} \times \dfrac{1}{2} \times \square ABCD$

$= 80(\mathrm{cm}^2)$

마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3}\triangle BDC$

$\triangle FCG = \dfrac{1}{2}\triangle DFC = \dfrac{1}{2} \times \dfrac{1}{3}\triangle BDC = \dfrac{1}{12}\square ABCD$

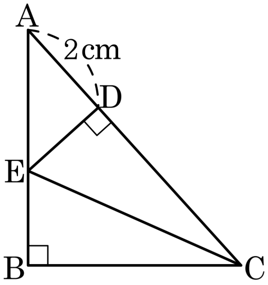
$= 20(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle AGD = \dfrac{1}{2}\triangle ACD = \dfrac{1}{4}\square ABCD = 60(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore \triangle ABF + \triangle FCG + \triangle AGD = 80 + 20 + 60$

$= 160(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림에서 $\overline{AB}=\overline{BC}=\overline{CD}, \overline{AD}=2\text{cm}$ 이다. $\overline{EB}$ 의 길이를 구하여라.



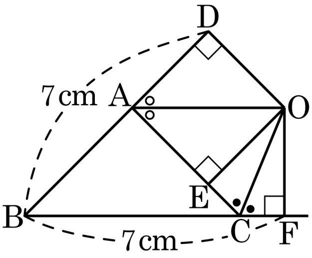
▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\text{cm}}$

▷ 정답 : $2\,\underline{\text{cm}}$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로
$\angle A = 45°$
$\triangle AED$도 직각이등변삼각형이고
$\triangle ECD \equiv \triangle ECB$(RHS 합동)이므로
$\therefore \overline{EB}=\overline{ED}=\overline{AD}=2\ (\text{cm})$

21. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 외각의 이등분선과 $\angle C$ 의 외각의 이등분선의 교점을 점 O 라 하고 $\overline{BD}=7\text{cm}$, $\overline{BF}=7\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 얼마인가?



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 14 cm

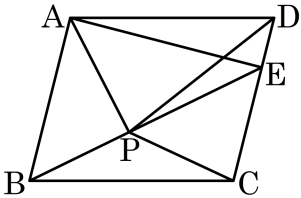
해설

$\triangle ODA \equiv \triangle OEA$(RHA 합동), $\triangle OCE \equiv \triangle OCF$(RHA 합동) 이므로

$\overline{AD}=\overline{AE}$, $\overline{EC}=\overline{CF}$

($\triangle ABC$ 둘레의 길이)$=7+7=14\,(\text{cm})$

22. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 이고, $\triangle DPC = 100\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle ABP$ 의 넓이는?



① 30cm^2　② 40cm^2　③ 60cm^2

④ 70cm^2　⑤ 75cm^2

해설

평행사변형 ABCD 의 내부에 한 점 P를 잡을 때,

$\triangle ABP + \triangle DPC = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉠

또한, $\overline{CD}$ 위의 한 점 E를 잡을 때,

$\triangle ABE = \frac{1}{2}\square ABCD \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의해 $\triangle ABP + \triangle DPC = \triangle ABE$ 이고,

$\triangle ABE = \triangle ABP + \triangle APE$ 이므로

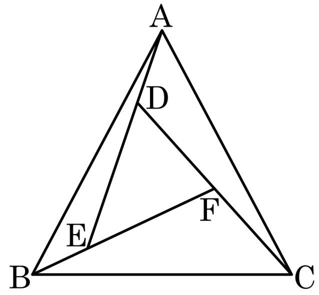
$\triangle APE = \triangle DPC = 100(\text{cm}^2)$

$\overline{BP} : \overline{PE} = 3 : 4$ 에서 $\triangle ABP : \triangle APE = 3 : 4$ 이므로

$\triangle ABP : 100 = 3 : 4$

$\therefore\ \triangle ABP = 75(\text{cm}^2)$

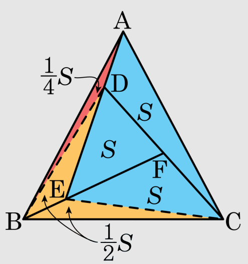
23. 다음 그림과 같은 $\triangle$ABC 에서 $\triangle$ABC 의 넓이가 34cm^2 이고, $\overline{\text{AD}} : \overline{\text{DE}} = \overline{\text{BE}} : \overline{\text{EF}} = 1 : 2$, $\overline{\text{CF}} = \overline{\text{DF}}$ 라고 한다. 이때, $\triangle$DEF 의 넓이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설



$\triangle$DEF $= S$ 라 하면 $\triangle$EFC $= S$

$\triangle\text{ACD} = \dfrac{1}{2}\triangle\text{DEC} = S$

$\triangle\text{BCE} = \dfrac{1}{2}\triangle\text{EFC} = \dfrac{1}{2}S$

$\triangle\text{DBE} = \dfrac{1}{2}\triangle\text{DEF} = \dfrac{1}{2}S$

$\triangle\text{ABD} = \dfrac{1}{2}\triangle\text{DBE} = \dfrac{1}{4}S$

$\dfrac{17}{4}S = 34$

$\therefore S = 8$