

1. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35

② 72

③ 108

④ 144

⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
 $\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

2. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

3. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 의 7 개의 숫자 중에서 서로 다른 세 숫자를 뽑을 때, 그 합이 홀수가 되는 경우의 수는?

① 12 ② 14 ③ 16 ④ 18 ⑤ 20

해설

홀수 4개, 짝수 3개 중에서 세 숫자를 뽑을 때,
세 수의 합이 홀수이므로
(i) (홀수+홀수+홀수) 인 경우 ${}_4C_3 = 4$ (가지)
(ii) (홀수+짝수+짝수) 인 경우 ${}_4C_1 \times {}_3C_2 = 12$ (가지)
따라서, 합의 법칙에 의하여 구하는 경우의 수는
 $4 + 12 = 16$ (가지)

4. 색이 모두 다른 12개의 색연필 중 5개를 택할 때, 검정은 포함되지 않고 빨강, 노랑, 파랑은 포함되는 경우의 수는?

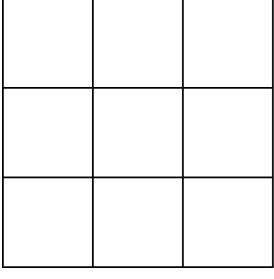
① 10 ② 15 ③ 21 ④ 28 ⑤ 36

해설

8 개의 색연필 중 2 개의 색연필을 택하는 경우와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = 28$$

5. 다음 그림과 같이 가로선과 세로선이 같은 간격을 이루며 수직으로 만난다. 이들로 이루어지는 정사각형이 아닌 직사각형은 몇 개인가?



- ① 16 개 ② 20 개 ③ 22 개 ④ 28 개 ⑤ 32 개

해설

만들 수 있는 사각형 전체에서 정사각형의 개수를 뺀다.

$${}_4C_2 \times {}_4C_2 - (9 + 4 + 1) = 22$$

6. 7 명의 학생이 양로원으로 봉사활동을 갔다. 청소 도우미 2 명, 빨래 도우미 2 명, 식사 도우미 3 명으로 역할을 나누려고 할 때, 가능한 방법의 수는?

① 105 ② 210 ③ 315 ④ 420 ⑤ 630

해설

청소도우미 2 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_7C_2$
빨래도우미 2 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_5C_2$
식사도우미 3 명을 뽑는 방법의 수는 ${}_3C_3$ 이므로
 ${}_7C_2 \cdot {}_5C_2 \cdot {}_3C_3 = 210$

7. 인터넷 동호회 A, B의 회원 6명, 6명이 모여 연합동호회를 만들려고 한다. 연합동호회의 대표를 3명 정할 때, A 동호회의 회원이 적어도 한 명 포함되는 경우의 수는?

① 160 ② 200 ③ 270 ④ 315 ⑤ 380

해설

적어도 동호회 A의 회원이 포함되는 경우의 수는 12명 중에서 3명을 택하는 조합의 수에서 대표 3명이 모두 동호회 B의 회원인 경우의 수를 제외하면 된다.

전체 12명 중에서 3명을 뽑는 경우의 수는 ${}_{12}C_3$,

대표 3명을 모두 동호회 B에서 뽑는 경우의 수는 ${}_6C_3$ 이므로 구하는 경우의 수는

$$\begin{aligned} {}_{12}C_3 - {}_6C_3 &= \frac{12 \times 11 \times 10}{3 \times 2 \times 1} - \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \\ &= 220 - 20 = 200 \end{aligned}$$

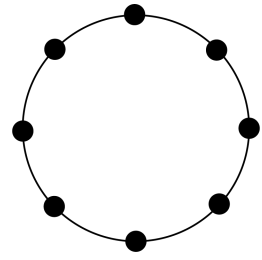
8. 두 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $Y = \{2, 4, 6, 8\}$ 에 대하여 치역과 공역이 일치하는 X 에서 Y 로의 함수의 개수는?

- ① 120 개 ② 180 개 ③ 240 개
④ 300 개 ⑤ 360 개

해설

정의역의 원소 5개 중 2개는 같은 함숫값을 가진다.
집합 X 의 원소 중 같은 함숫값을 갖는 2개를 택하는 방법의 수는 ${}_5C_2 = 10$
택한 2개의 원소를 하나로 생각하여 집합 X 의 원소 4개를 집합 Y 의 각 원소에 대응시키는 방법의 수는 $4! = 24$
따라서 구하는 함수의 개수는 $10 \times 24 = 240(\text{개})$

9. 그림과 같이 원 위에 8개의 점이 같은 간격으로 놓여 있을 때, 이 중에서 네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형의 개수는?

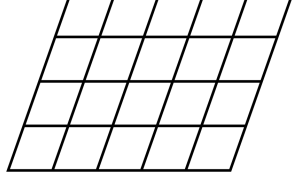


- ① 64 ② 70 ③ 72 ④ 80 ⑤ 96

해설

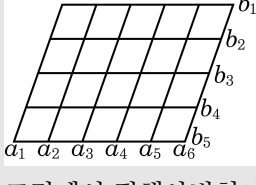
8개의 점 중 4 개를 선택하는 방법과 같다.
 ${}_8C_4 = 70$

10. 다음 그림과 같이 5 개의 평행선과 6 개의 평행선이 서로 만나고 있다. 이들 평행선으로 이루어진 평행사변형의 개수를 구하면?



- ① 150개 ② 120개 ③ 90개 ④ 60개 ⑤ 30개

해설



그림에서 평행사변형이 형성되려면
가 로 축 $(a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6)$ 중 에서 2 개 와 세 로 축 $(b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)$ 중 에서 2 개 를 연결하면 생기게 되므로
구하는 평행사변형의 개수는

$${}_6C_2 \times {}_5C_2 = \frac{6!}{2!4!} \times \frac{5!}{2!3!} = 15 \times 10 = 150$$

11. 서로 다른 종류의 선물 6 개를 큰 아들, 둘째 아들, 셋째 아들에게 한 개 이상씩 돌아가도록 나누어 주는 방법의 수는?

- ① 540 ② 570 ③ 600 ④ 630 ⑤ 660

해설

나누는 방법은 (1, 2, 3) (2, 2, 2) (1, 1, 4) 이다.
각각의 경우를 구하고 세명의 아들에 배분한다.

$$\Rightarrow (1, 2, 3) : {}_6C_1 \times {}_5C_2 \times {}_3C_3 \times 3! = 360$$

$$(2, 2, 2) : {}_6C_2 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{3!} \times 3! = 90$$

$$(1, 1, 4) : {}_6C_1 \times {}_5C_1 \times {}_4C_4 \times \frac{1}{2!} \times 3! = 90$$

$$\therefore 360 + 90 + 90 = 540$$

12. 실수 a 와 양의 정수 k 에 대하여 ${}_aC_k$ 를 ${}_aC_k = \frac{a(a-1)(a-2)\cdots(a-k+1)}{k(k-1)(k-2)\cdots 2\cdot 1}$ 와 같이 정의할 때, $-\frac{1}{2}C_{100} \div \frac{1}{2}C_{100}$ 의 값은?

- ① -199 ② -197 ③ -1 ④ 197 ⑤ 199

해설

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}C_{100} \div \frac{1}{2}C_{100} \\ &= \frac{\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\cdots\left(-\frac{1}{2}-98\right)\left(-\frac{1}{2}-99\right)}{100!} \\ & \div \frac{\left(\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right)\left(-\frac{3}{2}\right)\cdots\left(-\frac{1}{2}-98\right)}{100!} \\ &= \frac{\left(-\frac{1}{2}-99\right)}{\frac{1}{2}} = -199 \end{aligned}$$

13. 1, 2, 3, 4, 5, 6 의 숫자가 하나씩 적혀 있는 6 개의 상자와 6 개의 공이 있다. 한 상자에 하나씩 임의로 공을 담을 때, 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 상자의 수가 3 개인 경우의 수는?

① 20 ② 30 ③ 40 ④ 50 ⑤ 60

해설

6 개의 상자 중에서 상자에 적힌 숫자와 공에 적힌 숫자가 일치하는 3 개를 택하는 경우의 수는 ${}_6C_3 = 20$ (가지) 이다.

이때, 예를 들어 선택된 상자가 1, 2, 3 이라 하면 나머지 4, 5, 6 상자는 공에 적힌 숫자와 모두 달라야 하므로 4, 5, 6 상자에 각각 (5, 6, 4) 또는 (6, 4, 5) 의 공이 차례로 들어가야 하므로 2 가지 경우가 있다.

그런데 나머지 경우에 대하여도 각각 2 가지씩 존재하므로 구하는 경우의 수는 $20 \times 2 = 40$ (가지)

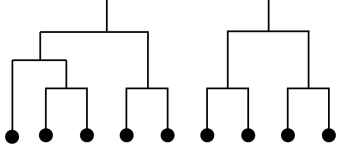
14. 양의 x 축에서 10 개의 점, 양의 y 축에서 5 개의 점을 잡으면, 이 15 개의 점을 끝점으로 하는 제 1사분면의 선분 50 개가 만들어진다. 이 50 개의 선분이 만드는 교점의 최대수는?

- ① 250
- ② 450
- ③ 500
- ④ 1250
- ⑤ 2500

해설

교점은 그림과 같이 두 선분이 X 자로 교차했을 때 1 개씩 생기고, 이와 같이 교차하는 선분은 x 축, y 축에서 각각 2 개씩의 점을 택하면 1 개씩 생긴다. 따라서 교점의 최대 개수는 어느 세 선분도 한 점에서 만나지 않는 경우이므로 ${}_{10}C_2 \cdot {}_5C_2 = 45 \cdot 10 = 450$ 이다.

15. 9 개의 팀이 다음 그림과 같은 토너먼트 방식으로 시합을 가질 때, 대진표를 작성하는 방법은 몇 가지인가?



- ① 3780
- ② 7560
- ③ 11340
- ④ 15120
- ⑤ 18900

해설

일단 9 명을 5 명,4 명으로 나눈다. $\Rightarrow {}_9C_5 = 126$
1) 왼쪽의 조의 경우 먼저 3 명, 2 명으로 나누고, 3 명중 부전승으로 올라갈 사람 1 명을 선택한다.
 $\Rightarrow {}_5C_3 \times {}_3C_1 = 30$
2) 오른쪽의 조는 2 명, 2 명으로 나눈다.
 $\Rightarrow {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} = 3$
 $\therefore 126 \times 30 \times 3 = 11340$