

1. 다음 x, y 의 다항식 P, Q 에 대해 $P + Q$ 를 계산하면, 항의 개수는 (㉠)개이고, 계수의 총합은 (㉡)이다. ㉠, ㉡에 알맞은 수를 차례로 써라.

$$P = 5x^2y + 2y^2 + 2x^3$$

$$Q = x^3 - 3y^2 + 2xy^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠ 4

▶ 정답 : ㉡ 9

해설

동류항끼리 정리하면

$$P + Q = 3x^3 + 5x^2y + 2xy^2 - y^2$$

항의 개수는 4개이고 계수의 총합은 9이다.

2. 다음 두 다항식 A , B 에 대하여 $A - B$ 를 구하면?

$$A = 2y^2 + x^2 - 3xy, \quad B = -4x^2 - 2xy + 5y^2$$

① $5x^2 - 2xy + 3y^2$

② $5x^2 - xy - 3y^2$

③ $5x^2 + xy + 3y^2$

④ $5x^2 + 2xy - 3y^2$

⑤ $5x^2 + 3xy + 3y^2$

해설

동류항끼리 계산해 준다.

$$\begin{aligned} A - B &= (2y^2 + x^2 - 3xy) - (-4x^2 - 2xy + 5y^2) \\ &= 5x^2 - xy - 3y^2 \end{aligned}$$

3. 다항식 $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 5x + 2$ 를 $3x - 1$ 로 나눌 때의 몫과 나머지를 구하면?

① 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

② 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 2

③ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 3

④ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 2

⑤ 몫 : $x^2 + 2x + 1$, 나머지 : 1

해설

직접나누는 방법과 조립제법을 이용하여 구하는 방법이 있다.

$$f(x) = (3x - 1)(x^2 - 2x + 1) + 3$$

$\therefore$ 몫 : $x^2 - 2x + 1$, 나머지 : 3

4. $(x - 2y - 3z)^2$ 을 전개하여 x 에 대한 내림차순으로 정리하면?

① $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy + 12yz - 6zx$

② $x^2 - 4xy + 4y^2 - 9z^2 + 12yz - 6zx$

③ $x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$

④ $4y^2 + 12yz + 9z^2 + (-4y - 6z)x + x^2$

⑤ $9z^2 + 4y^2 + x^2$

해설

$$(x - 2y - 3z)^2 = x^2 - (4y + 6z)x + 4y^2 + 12yz + 9z^2$$

5. 다음 등식이 x 에 대한 항등식일 때, $a - b + c$ 의 값을 구하여라.

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 + 2x + 1 &= a(x-1)^2 + b(x-1) + c \\ &= ax^2 - (2a-b)x + (a-b+c) \end{aligned}$$

상수항을 비교해 보면

$$\therefore a - b + c = 1$$

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면

$$1 = a - b + c$$

6. $(x+1)^5 = a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + a_5x^5$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5$ 의 값을 구하면?

① 8

② 16

③ 32

④ 64

⑤ 128

해설

양변에 $x = 1$ 을 대입하면,

$$(1+1)^5 = a_0 + a_1 + \cdots + a_5 \text{ 이므로}$$

$$\therefore 2^5 = 32$$

7. $f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, k 의 값은?

① 0

② 1

③ -8

④ -10

⑤ -12

해설

$f(x) = 2x^3 - 2x + k$ 가 $x - 2$ 로 나누어 떨어지면

나머지정리에 의해 $f(2) = 16 - 4 + k = 0$

$\therefore k = -12$

8. 다음 중 $x^4 - x^2$ 의 인수가 아닌 것은?

① x

② $x - 1$

③ $x + 1$

④ $x^3 - x$

⑤ x^4

해설

$$\begin{aligned}x^4 - x^2 &= x(x^3 - x) \\&= x^2(x^2 - 1) \\&= x^2(x - 1)(x + 1)\end{aligned}$$

9. $(x+y)^n$ 을 전개할 때 항의 개수는 $n+1$ 개이다. 다항식 $\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$ 을 전개할 때, 항의 개수를 구하면 ?

① 7개

② 8개

③ 12개

④ 13개

⑤ 64개

해설

$$\{(2a-3b)^3(2a+3b)^3\}^4$$

$$= \{(4a^2-9b^2)^3\}^4$$

$$= (4a^2-9b^2)^{12}$$

$\therefore (4a^2-9b^2)^{12}$ 의 항의 개수는 13개이다.

10. $(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2)$ 를 전개했을 때, x^2 과 x^3 의 계수를 모두 0이 되게 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$$\begin{aligned}(x^3 + ax + 2)(x^2 + bx + 2) \\ = x^5 + bx^4 + (a + 2)x^3 + (ab + 2)x^2 + (2a + 2b)x + 4\end{aligned}$$

$(x^2$ 의 계수) $= (x^3$ 의 계수) $= 0$ 이므로

$$ab + 2 = 0, a + 2 = 0$$

따라서 $a = -2, b = 1$

$$\therefore a + b = -1$$

11. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면

$$(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$$

이것은 k 에 대한 항등식이므로

$$2x + 3y + 5 = 0$$

$$3x - y - 9 = 0$$

연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$

$$\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$$

12. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

13. $x^3 - 2x^2 + a$ 가 $x+3$ 로 나누어 떨어지도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 45$

해설

$$f(-3) = (-3)^3 - 2(-3)^2 + a = a - 45 = 0$$

$$\therefore a = 45$$

14. $x^4 + 3x^2 + 4 = (x^2 + x + 2)(x^2 + ax + b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2 + 2)^2 - x^2 \\ &= (x^2 + x + 2)(x^2 - x + 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = 2$$

$$\therefore ab = -1 \times 2 = -2$$

15. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해 하였더니 $(x + ay)(x - by + c)$ 가 된다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x - y^2 + 2y \\ &= (x^2 - y^2) - 2(x - y) \\ &= (x + y - 2)(x - y) \\ &= (x + ay)(x - by + c) \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -1, c = -2$$

$$\therefore a + b + c = -1 - 1 - 2 = -4$$

16. 두 다항식 $x^3 - 3x^2 + 2x$, $x^4 - 4x^3 + 4x^2$ 의 최대공약수와 최소공배수를 각각 $f(x), g(x)$ 라 할 때, $f(3) + g(3)$ 의 값을 구하면?

① 18

② 19

③ 20

④ 21

⑤ 22

해설

$$x^3 - 3x^2 + 2x = x(x-2)(x-1)$$

$$x^4 - 4x^3 + 4x^2 = x^2(x-2)^2$$

$$\therefore f(x) = x(x-2), g(x) = x^2(x-1)(x-2)^2$$

$$\therefore f(3) + g(3) = 3 + 18 = 21$$

17. 두 다항식 $x^2 - 4x + 3a + b$ 와 $x^2 + bx - 6$ 의 최대공약수가 $x - 2$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 8

해설

$$f(x) = x^2 - 4x + 3a + b,$$

$$g(x) = x^2 + bx - 6 \text{이라 하면}$$

$f(x)$ 와 $g(x)$ 는 모두 $x - 2$ 로 나누어떨어지므로

$$f(2) = g(2) = 0 \text{에서}$$

$$f(2) = 4 - 8 + 3a + b = 0, g(2) = 4 + 2b - 6 = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 1 \therefore a + b = 2$$

18. $a+b+c=0$, $a^2+b^2+c^2=1$ 일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$ 의 값은?

① $\frac{1}{4}$

② $\frac{1}{2}$

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & 4(a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2) \\ &= 4\{(ab+bc+ca)^2 - 2abc(a+b+c)\} \end{aligned}$$

$$= 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

19. $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

① $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

② $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③ $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④ $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤ $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$A = x^2 - x$ 로 치환하면

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\text{즉, } (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

20. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A \otimes B = \frac{B}{B-A}$ 라 할 때, $(x \otimes x^2) + (x^2 - x) \otimes (x - 1)$ 을 간단히 하면? (단, $x \neq 0, x \neq 1$ 인 실수)

① -1

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$(x \otimes x^2) = \frac{x^2}{x^2 - x} = \frac{x^2}{x(x-1)} = \frac{x}{x-1}$$

$$(x^2 - x) \otimes (x - 1) = \frac{x-1}{(x-1) - (x^2 - x)}$$

$$= \frac{x-1}{x-1-x^2+x}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x^2-2x+1)}$$

$$= \frac{(x-1)}{-(x-1)^2}$$

$$= -\frac{1}{x-1}$$

$$\therefore (\text{주어진 식}) = \frac{x}{x-1} - \frac{1}{(x-1)} = \frac{x-1}{x-1} = 1$$

21. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 2x$ 일 때, 두 이차식의 합을 구하면?

① $2x^2 - 1$

② $2x^2 - 2$

③ $2x^2 - 3$

④ $2x^2 + 1$

⑤ $2x^2 + 2$

해설

두 다항식은 $(x-1)a, (x-1)b$ (a, b 는 서로소)

$$x^3 + x^2 - 2x = (x-1)ab = x(x+2)(x-1)$$

두 다항식은 $x(x-1), (x+2)(x-1)$

$\therefore$ 두식의 합은 $2x^2 - 2$

22. 다항식 M 이 두 다항식 A, B 의 공약수라 할 때, 다음 중에서 옳지 않은 것은?

- ① M 은 $A - B$ 의 약수이다.
- ② M 은 $A, A + B$ 의 공약수이다.
- ③ M 은 $A + B$ 의 약수이다.
- ④ M^2 은 $AB + B^2$ 의 약수이다.
- ⑤ M^2 은 $AB - B$ 의 약수이다.

해설

$A = MP, B = MQ$ 라 하자.

- ① $A - B = M(P - Q)$ (참)
- ② $A = MP, A + B = M(P + Q)$ (참)
- ③ $A + B = M(P + Q)$ (참)
- ④ $AB + B^2 = M^2(PQ + Q^2)$ (참)
- ⑤ $AB - B = M(MPQ - Q)$ (거짓)

23. 삼차항의 계수가 1인 삼차식 $f(x)$ 에 대하여 $f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이 성립할 때, $f(0)$ 의 값은?

① -6

② -4

③ -3

④ 1

⑤ 3

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라고 두면,

$$f(1) = 1 + a + b + c = 3$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b + c = 3$$

$$f(3) = 27 + 9a + 3b + c = 3$$

세 식을 연립하여 풀면

$$a = -6, b = 11, c = -3$$

$$f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 3$$

$$\therefore f(0) = -3$$

해설

$f(1) = f(2) = f(3) = 3$ 이므로

$$f(x) - 3 = (x - 1)(x - 2)(x - 3)$$

$$f(0) - 3 = -1 \times (-2) \times (-3) = -6$$

$$\therefore f(0) = -3$$

24. 다항식 $f(x)$ 에 대하여 $f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어떨어질 때, $f(1)$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{cases} f(x) = (x - \alpha)Q(x) - 2 \cdots \textcircled{㉠} \\ xf(x) = (x - \alpha)Q'(x) - 2 \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$\textcircled{㉠} \times x = \textcircled{㉡}$ 에서

$$\begin{aligned} xf(x) &= (x - \alpha)Q(x) - 2x \\ &= (x - \alpha)Q(x) - 2(x - \alpha) - 2\alpha \\ &= (x - \alpha)\{Q(x) - 2\} - 2\alpha \end{aligned}$$

$$\therefore -2\alpha = -2$$

$$\therefore \alpha = 1$$

$$\therefore f(x) = (x - 1)Q(x) - 2$$

$$\therefore f(1) = -2$$

해설

$f(x) + 2$, $xf(x) + 2$ 가 모두 일차식 $x - \alpha$ 로 나누어떨어지므로
 $f(\alpha) + 2 = 0 \therefore f(\alpha) = -2 \cdots \textcircled{㉠}$

$$\alpha f(\alpha) + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②에서 $\alpha = 1$

$$\therefore f(1) = f(\alpha) = -2 (\because \textcircled{㉠})$$

25. x^{30} 을 $x-3$ 으로 나눌 때 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 라 하면 $Q(x)$ 의 계수의 총합(상수항 포함)과 R 과의 차는?

① $\frac{1}{2}(3^{29} + 1)$

② $\frac{1}{2} \cdot 3^{30}$

③ $\frac{1}{2}(3^{30} - 1)$

④ $\frac{1}{2}(3^{30} + 1)$

⑤ $\frac{1}{2}(3^{29} - 1)$

해설

$$x^{30} = (x-3)Q(x) + R$$

$$x = 3 \text{을 대입하면 } 3^{30} = R$$

$Q(x)$ 의 계수의 총합은 $Q(1)$ 과 같으므로

$$x = 1 \text{을 대입하면 } 1 = -2Q(1) + 3^{30}$$

$$\therefore Q(1) = \frac{3^{30} - 1}{2}$$

$$\therefore R - Q(1) = 3^{30} - \frac{3^{30} - 1}{2} = \frac{3^{30} + 1}{2} = \frac{1}{2}(3^{30} + 1)$$