1. 다항식 x^3+ax+b가 다항식 x^2-x+1로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로
$x^2=x-1$을 대입하면
$ax+(b-1)=0$
이 등식이 x에 대한 항등식이므로,
$a=0,\ b-1=0$
$\therefore\ a=0,\ b=1$
$\therefore a+b=1$

해설

x^3+ax+b
$=(x^2-x+1)Q(x)$
$=(x^2-x+1)(x+b)$
$\therefore\ b=1,\ a=0$

2. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^3 - 1 = 0$ 에서 $(x-1)(x^2+x+1) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$

$\therefore$ 정수해는 $x = 1$

3. 이차부등식 $ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립할 때, 상수 a의 값의 범위는?

① $a<-2$　　② $a<0$　　③ $a<2$

④ $a<4$　　⑤ $a<8$

해설

$ax^2+4x+a<0$이 임의의 실수 x에 대하여 성립하려면

i) $a<0$

ii) $ax^2+4x+a=0$의 판별식을 D라 할 때,

$$\frac{D}{4}=2^2-a^2<0$$

$a^2-4>0$, $(a+2)(a-2)>0$

$\therefore a<-2$ 또는 $a>2$

i), ii)의 공통 범위를 구하면 $a<-2$

4. 세 점 $A(0,\ 3)$, $B(-6,\ 0)$, $C(3,\ 0)$에 대하여 $\overline{AB}$를 $2:1$로 내분하는 점을 $P(a, b)$, $\overline{BC}$를 $2:1$로 외분하는 점을 $Q(c, d)$ 라고 할 때, $c-3a+bd$의 값을 구하면?

① 0　　② 12　　③ 24　　④ 25　　⑤ 40

해설

$$P\left(\frac{2\cdot(-6)+1\cdot(0)}{2+1},\ \frac{2\cdot(0)+1\cdot(3)}{2+1}\right)$$

$$= P(-4,\ 1) = P(a,\ b)$$

$$Q\left(\frac{2\cdot 3-1\cdot(-6)}{2-1}, \frac{0}{2-1}\right) = Q(12,\ 0) = Q(c,\ d)$$

$$\therefore\ c-3a+bd = 12-3\cdot(-4)+1\cdot 0 = 24$$

5. 두 점 $(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$을 지나고, x축에 접하는 원은 두 개있다. 두 원의 중심 사이의 거리는?

① 4 ② 5 ③ $4\sqrt{2}$ ④ 6 ⑤ $4\sqrt{3}$

해설

그 원을 $(x-a)^2+(y-b)^2=b^2$ 이라 하면

$(1,\ 2)$, $(2,\ 1)$을 지나므로

$(1-a)^2+(2-b)^2=b^2$, $(2-a)^2+(1-b)^2=b^2$

$1-2a+a^2+4-4b=0 \cdots$ ㉠

$4-4a+a^2+1-2b=0 \cdots$ ㉡

㉡ $\times\, 2-$ ㉠

$a^2-6a+5=0$, $(a-1)(a-5)=0$

$\therefore a=1$ 또는 $a=5$

ⅰ) $a=1$ 이면 ① 에서 $b=1$

ⅱ) $a=5$ 이면 ① 에서 $b=5$

$\therefore$ 두 원의 중심은 $(1,1)$, $(5,5)$ 이다.

중심거리

$=\sqrt{(5-1)^2+(5-1)^2}=\sqrt{32}=4\sqrt{2}$

6. 두 집합 $A=\{1,2,a^2-2a\}$,$B=\{a-2,a+1\}$ 가 있다. $A\cap B^c=\{2,3\}$ 일 때, $B-A$ 의 원소의 합을 구하면?

① -3 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$A\cap B^c=A-B=\{2,3\}$이므로 집합 A에서 $a^2-2a=3$이다. $\therefore$ $a=-1$ or 3

ⅰ) $a=-1$일 때, 집합 $B=\{-3,0\}$이 되어 조건을 만족하지 않는다.

ⅱ) $a=3$이면 집합 $B=\{1,4\}$가 되어 조건을 만족한다. 이때 $A=\{1,2,3\}$, $B=\{1,4\}$

$\therefore$ $B-A=\{4\}$이다.

7. 양수 x에 대하여 $\dfrac{x^2+2x+2}{x}$는 $x=a$에서 최솟값 b를 가질 때, $-2a+b+1$의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$x>0$이므로 산술평균, 기하평균에 의하여

$$\frac{x^2+2x+2}{x}=x+2+\frac{2}{x}$$

$$x+\frac{2}{x}+2\geq 2\sqrt{x\cdot\frac{2}{x}}+2=2\sqrt{2}+2$$

(단, 등호는 $x=\sqrt{2}$일 때 성립)

최솟값이 $2\sqrt{2}+2$이므로 $b=2\sqrt{2}+2$

등호는 $x=\sqrt{2}$일 때 성립하므로 $a=\sqrt{2}$

따라서 $-2a+b+1=-2\sqrt{2}+(2\sqrt{2}+2)+1=3$

8. 다음 보기의 함수 중 일대일 대응인 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $f(x) = 2x + 1$ ㉡ $g(x) = x^2$

㉢ $h(x) = -x$ ㉣ $k(x) = |x|$

① 4 개 ② 3 개 ③ 2 개 ④ 1 개 ⑤ 없다

해설

이 문제는 그래프를 그려서 판단하는 것이 좋다.
하나의 요령은 어떤 함수가 일대일 대응일 경우는
그래프를 그려보면 오직 증가만 하든지
또는 감소만 하는 형태의 그래프가 나타난다.
일대일 대응은 뒤에 역함수에서 활용된다.
(즉, 역함수가 존재하는 함수는 일대일 대응뿐이다.)
㉠은 증가만 하는 일대일 대응,
㉢은 감소만 하는 일대일 대응.
답은 2 개

9. 집합 $A=\{1,\ 2,\ 3\}$에 대하여 A에서 A로의 함수 f 중에서 $f(x)=f^{-1}(x)$를 만족시키는 것의 개수는?

① 2개 ② 3개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

역함수 f^{-1}가 존재하므로, f는 일대일대응이다.

(i) $f(1)=1$일 때,

$f(2)=2,\ f(3)=3$ 또는 $f(2)=3,\ f(3)=2$

(ii) $f(1)=2$일 때,

$f(2)=f^{-1}(2)=1$이므로 $f(3)=3$

(iii) $f(1)=3$일 때,

$f(3)=f^{-1}(3)=1$이므로 $f(2)=2$

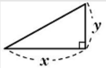
(i), (ii), (iii)에서 함수 f의 개수는 4개이다.

10. 직각 삼각형에서 직각을 낀 두 변의 길이의 합이 21 cm 이고, 빗변의 길이가 15 cm 일 때, 직각을 낀 두 변의 길이 중 긴 변의 길이를 구하시오.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 12 cm

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 x, y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 21 \cdots ① \\ x^2 + y^2 = 15^2 \cdots ② \end{cases}$$ 이다.

①에서 $y = 21 - x$ 를 ②에 대입하면

$x^2 + (21 - x)^2 = 15^2$

$x^2 + 21^2 - 42x + x^2 = 15^2$

$2x^2 - 42x + 21^2 - 15^2 = 0$

$2x^2 - 42x + (21 + 15)(21 - 15) = 0$

$x^2 - 21x + 3 \times 36 = 0$

$(x - 12)(x - 9) = 0$,

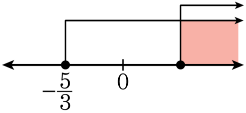
$x = 12$ 또는 $x = 9$

$x = 12$ 일 때 $y = 9$

$x = 9$ 일 때 $y = 12$

따라서 긴 변의 길이는 12 cm 이다.

11. 연립부등식 $\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases}$ 의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라



▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

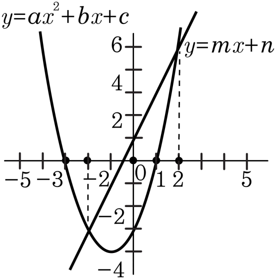
$$\begin{cases} ax+2 \le 12 \\ 3x+4 \ge 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax \le 10 \\ x \ge \frac{5}{3} \end{cases}$$

$ax \le 10$ 의 해가 $x \ge -\frac{5}{3}$

$$\frac{10}{a} = -\frac{5}{3}$$

$\therefore\ a = -6$

12. 일차함수 $y = mx + n$ 과 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같다.



연립이차부등식

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < 0 \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① -4　　② -3　　③ -2　　④ -1　　⑤ 0

해설

$$\begin{cases} ax^2 + bx + c < 0 \\ ax^2 + bx + c < mx + n \end{cases}$$

에서 위의 식의 근은 $-3 < x < 1$,

아래 식의 근은 $-2 < x < 2$ 이다.

따라서 공통범위는 $-2 < x < 1$ 이다. $-2 \times 1 = -2$

13. 두 함수 $f(x)=mx^2-4x+4$, $g(x)=-2x^2+2mx$ 가 있다. 모든 실수 x 에 대하여 $g(x)<y<f(x)$ 를 만족시키는 실수 y 가 존재할 때, 실수 m 의 범위를 정하면?

① $-3<m<0$　② $-2<m\leq 3$　③ $0\leq m<2$
④ $-2\leq m<2$　⑤ $-2<m\leq 4$

해설

모든 실수 x 에 대하여 $f(x)-g(x)>0$ 을 만족시키는 조건을 구한다.

$f(x)-g(x)=(m+2)x^2-2(m+2)x+4>0$

(i) $m+2=0$ 이면 $f(x)-g(x)=4>0$

따라서 $m=-2$ 일 때, 성립한다.

(ii) $m+2>0$, $\dfrac{D}{4}<0$ 에서

$-2<m<2$

(i), (ii) 에서 $-2\leq m<2$

14. 다음 그림과 같이 두 점 A , B 가 수직선 상에 위치해 있다. 선분 AB 를 2 : 3으로 내분하는 점을 D , 선분 AB 를 2 : 3 으로 외분하는 점을 E , 선분 AB 를 3 : 2 로 내분하는 점을 F , 선분 AB 를 3 : 2 로 외분하는 점을 G 라 하자. 점 D, E, F, G를 수직선 위에서 왼쪽부터 순서대로 적으시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 점 E

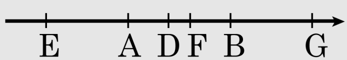
▷ 정답 : 점 D

▷ 정답 : 점 F

▷ 정답 : 점 G

해설

다음 그림에서 보듯이, 점의 순서는 E, D, F, G 이다.



15. 두 원 $x^2+y^2-5=0$, $x^2+y^2-3x-y-4=0$ 의 교점과 점$(1,1)$을 지나는 원의 방정식이 $x^2+y^2+Ax+By+C=0$ 일 때, $A+B-C$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2+y^2-5=0$, $x^2+y^2-3x-y-4=0$
교점을 지나는 원의 방정식은
$(x^2+y^2-5)m+x^2+y^2-3x-y-4=0$
의 꼴이고, 이 원이 점 $(1,1)$을지나므로
$(1+1-5)m+1+1-3-1-4=0$
$\therefore m=-2$
이 값을 대입하고 정리하면
$x^2+y^2+3x+y-6=0$ 이다.
$\therefore A=3,\ B=1,\ C=-6$
그러므로 $A+B-C=10$

16. 점 A(3, 4) 를 직선 $x-y+2=0$ 에 대하여 대칭이동한 점을 A$'$ 라 할 때, A$'$ 의 좌표는?

① $(-3,\ 5)$ ② $(-3,\ 8)$ ③ $(3,\ 2)$

④ $(2,\ 5)$ ⑤ $(5,\ 2)$

해설

A$'$ 를 $(a,\ b)$ 라 하자

i) A$'$ 과 $(3,\ 4)$ 의 중점은 $x-y+2=0$ 을 지난다.

$$\therefore\ \frac{a+3}{2}-\frac{b+4}{2}+2=0$$

ii) A$'$ 과 $(3,\ 4)$ 를 잇는 직선과 직선 $x-y+2=0$ 은 수직으로 만난다.

$$\therefore\ \frac{4-b}{3-a}=-1$$

i) 과 ii) 를 연립하여 a, b 를 구하면,

$a=2,\ b=5$

17. 두 집합 $A = \{x \mid x$는 7이하의 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12이하의 홀수$\}$ 에 대하여 $A \subset X$ 를 만족하는 집합 X 가 집합 B 의 진부분집합일 때, 집합 X의 개수는?

① 2개　② 3개　③ 4개　④ 7개　⑤ 8개

해설

$A = \{1,\ 3,\ 5,\ 7\}$,　$B = \{1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11\}$

$A \subset X \subset B$　$(X \neq B)$ 이어야 하므로X 는 $1, 3, 5, 7$ 을 포함하는 B 의 진부분집합이다. $\therefore$ $2^2 - 1 = 3$(개)

18. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p : f(x) = 0$, $q : g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 P, Q 라 할 때, 조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족하는 집합은?

① $P \cap Q$ ② $P \cup Q$ ③ $P - Q$

④ $Q - P$ ⑤ $P^c \cup Q^c$

해설

조건 $\{f(x)\}^2 + \{g(x)\}^2 = 0$ 을 만족시키는 집합은 $\{x \mid f(x) = 0$이고 $g(x) = 0\}$ 이므로

주어진 조건을 만족하는 집합은 $P \cap Q$

19. 등식 $\dfrac{x^2+1}{x^3-6x^2+11x-6}=\dfrac{a}{x-1}+\dfrac{b}{x-2}+\dfrac{c}{x-3}$ 이 x에 대한 항등식이 되도록 상수 $a,\ b,\ c$에 대하여 abc의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -25

해설

$x^3-6x^2+11x-6=(x-1)(x-2)(x-3)$ 이므로

양변에 $(x-1)(x-2)(x-3)$을 곱하면

$x^2+1=a(x-2)(x-3)+b(x-1)(x-3)+c(x-1)(x-2)$

양변에 $x=1$을 대입하면 $2=2a$

$\therefore\ a=1$

양변에 $x=2$를 대입하면 $5=-b$

$\therefore\ b=-5$

양변에 $x=3$을 대입하면 $10=2c$

$\therefore\ c=5$

$\therefore\ abc=-25$

20. $\sqrt{19-8\sqrt{3}}$의 정수 부분을 a, 소수 부분을 b라 할 때, $a+\dfrac{1}{b}$의 값은?

① $\sqrt{3}$ ② $2+\sqrt{3}$ ③ $2-\sqrt{3}$

④ $4+\sqrt{3}$ ⑤ $4-\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{19-2\sqrt{48}} = \sqrt{16}-\sqrt{3} = 4-\sqrt{3}$$

$$1 < \sqrt{3} < 2$$

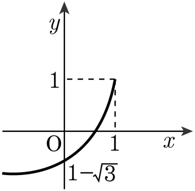
$$-2 < -\sqrt{3} < -1$$

$$2 < 4-\sqrt{3} < 3$$

$$a = 2, b = 4-\sqrt{3}-2 = 2-\sqrt{3}$$

$$a+\frac{1}{b} = 2+\frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+(2+\sqrt{3}) = 4+\sqrt{3}$$

21. 무리함수 $y = -\sqrt{ax+b}+c$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a+b+c$의 값은?



① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

주어진 그림은 $y = -\sqrt{ax}$ 의 그래프를 x축 방향으로 1, y축 방향으로 1만큼 평행이동한 것이므로 $y-1 = -\sqrt{a(x-1)}$

즉 $y = -\sqrt{a(x-1)}+1$

그런데 이 그래프가 점 $(0, 1-\sqrt{3})$을 지나므로

$1-\sqrt{3} = -\sqrt{-a}+1$,

$\therefore a = -3$

$\therefore\ y = -\sqrt{-3(x-1)}+1$

$\therefore\ a+b+c = (-3)+3+1 = 1$

22. 두 다항식 $x^2 + px + q$ 와 $x^2 + qx + p$ 의 최대공약수가 $x - a$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $p = q$ ② $p + q = 1$ ③ $p = q + 1$

④ $pq = 1$ ⑤ $p + q = -1$

해설

나머지 정리에 의해 $x = a$ 를 대입하면 $a^2 + pa + q = 0$, $\alpha^2 + qa + p = 0$ 이다.

두식을 빼면, $(p - q)a - (p - q) = 0$, $(p - q)(a - 1) = 0 \Leftrightarrow p = q$ 또는 $a = 1$

$p = q$ 이면 최대공약수가 $x^2 + px + q$ 가 되므로, 조건에 맞지 않는다

$\therefore\ a = 1$ 에서 $p + q = -1$

23. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

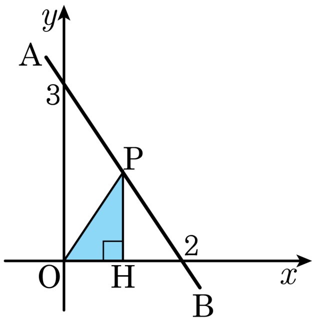
해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28-x$라 두면

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x(28-x) \\ &= -\frac{1}{2}x^2+14x \\ &= -\frac{1}{2}(x^2-28x+196-196) \\ &= -\frac{1}{2}(x-14)^2+196 \end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

24. 선분 AB 위의 한 점 P 에서 x 축에 내린 수선의 발을 H 라고 할 때, $\triangle$POH 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 0.75

해설

$\overline{\mathrm{AB}}$ 를 지나는 직선은 두 점 $(0,\ 3)$, $(2,\ 0)$ 을 지나므로

$y = -\frac{3}{2}x + 3$

H 점의 좌표를 $(a,\ 0)$ 이라고 하면, 점 P 의 좌표는 $\left(a, -\frac{3}{2}a + 3\right)$

$$\begin{aligned}\triangle\mathrm{POH} &= \frac{1}{2} \times a \times \left(-\frac{3}{2}a + 3\right) \\ &= -\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}a \\ &= -\frac{3}{4}(a^2 - 2a + 1 - 1) \\ &= -\frac{3}{4}(a-1)^2 + \frac{3}{4}\end{aligned}$$

따라서 최댓값은 $\frac{3}{4}$ 이다.

25. $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5\}$ 의 부분집합 중에서 1 또는 2 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라.

▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 24 개

해설

(i) 1 을 포함하는 경우

$2^{5-1} = 2^4 = 16$ (개)

(ii) 2 를 포함하는 경우

$2^{5-1} = 16$ (개)

(iii) 1 과 2 를 모두 포함하는 경우

$2^{5-2} = 8$ (개)

따라서 구하는 부분집합의 개수는

$16 + 16 - 8 = 24$ (개) 이다.

26. 전체집합 $U=\{a, b, c, d, e, f\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A=\{a, c, e, f\}$, $A\cap B=\{a, c, e\}$ 가 성립할 때 다음 중 집합 B 가 될 수 <u>없는</u> 것은?

① $\{a, b, c, d, e\}$　② $\{a, b, c, e\}$　③ $\{a, b, c, d\}$

④ $\{a, c, d, e\}$　⑤ $\{a, c, e\}$

해설

$\{a, c, e\}\subset B\subset\{a, b, c, d, e\}$ 이므로 집합 B 는 원소 a, c, e 는 반드시 포함하는 집합이다.

따라서 ③은 B 가 될 수 없다.

27. 함수 $f(x)$가 임의의 실수 x에 대하여 다음의 조건을 만족시킬 때, $f(2012)$의 값과 같은 것은?

Ⅰ. $f(-x) = f(x)$ Ⅱ. $f(x) = f(10-x)$

① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $f(2)$ ④ $f(3)$ ⑤ $f(4)$

해설

$f(-x) = f(x) \iff y = f(x)$는 y축에 대칭이고,
$f(x) = f(10-x) \iff y = f(x)$는
$x = 5$에 대칭이다.
따라서 함수 $y = f(x)$는 주기가 10이고,
$2012 = 201 \times 10 + 2$이므로
$f(2012) = f(201 \times 10 + 2) = f(2)$

28. $(a+b)(b+c)(c+a)+abc$를 인수분해 하면?

① $(a+b)(ab+bc+ca)$

② $(b+c)(ab+bc+ca)$

③ $(a+b)(a+b+c)$

④ $(a+b+c)(ab+bc+ca)$

⑤ $(b+c)(a+b+c)$

해설

$a+b+c=k$ 라 하면

(준식)$=(k-a)(k-b)(k-c)+abc$

$=k^3-(a+b+c)k^2+(ab+bc+ca)k-abc+abc$

$=k\left\{k^2-(a+b+c)k+(ab+bc+ca)\right\}$

$=(a+b+c)(ab+bc+ca)$ $(\because a+b+c=k)$

29. 복소수 α의 실수부가 양이고, $\alpha^3 = \dfrac{1+i}{1-i}$ 일 때, $\alpha + \dfrac{1}{\alpha}$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\alpha^3 = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$\alpha = a + bi$ ($a,\ b$ 는 실수, $a > 0$)라 두면

$$\alpha^3 = a^3 + 3a^2bi - 3ab^2 - b^3i = i$$

$$(a^3 - 3ab^2) + (3a^2b - b^3)i = i$$

$a^3 - 3ab^2 = 0 \cdots$㉠, $3a^2b - b^3 = 1 \cdots$㉡

㉠에서 $a^2 = 3b^2$ 을 얻어 ㉡에 대입하면

$$b = \frac{1}{2},\ a = \frac{\sqrt{3}}{2}\ \therefore\ \alpha = \frac{\sqrt{3}+1}{2}$$

$$\begin{aligned} \alpha + \frac{1}{\alpha} &= \frac{\sqrt{3}+i}{2} + \frac{2}{\sqrt{3}+i} \\ &= \frac{\sqrt{3}+i}{2} + \frac{\sqrt{3}-i}{2} \\ &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

해설

$$\alpha^3 = \frac{1+i}{1-i} = i$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^3 = \alpha^3 + \frac{1}{\alpha^3} + 3\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^3 = i + \frac{1}{i} + 3\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^3 = 3\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)$$

$$\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)\left\{\left(\alpha + \frac{1}{\alpha}\right)^2 - 3\right\} = 0$$

$$\alpha + \frac{1}{\alpha} \neq 0, \alpha + \frac{1}{\alpha} > 0$$

($\because$ 복소수 α 의 실수부가 양이므로)

$$\therefore\ \alpha + \frac{1}{\alpha} = \sqrt{3}$$

30. 전체집합 $U = \{1,\ 2,\ 3,\ 4\}$ 의 두 부분집합 $A,\ B$ 에 대하여 $A \neq \varnothing,\ B \neq \varnothing,\ A \subset B$ 를 만족하는 두 집합 $A,\ B$ 의 순서쌍 $(A,\ B)$ 의 개수는?

① 50 개　② 55 개　③ 60 개　④ 65 개　⑤ 70 개

해설

원소의 개수가 n개인 집합의 부분집합 개수는 2^n 이다.

i) $n(A) = 1$일 때

$A \subset B$ 이므로 $n(B) = 3$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$2^3 \times 4 = 32$

$(\because n(A) = 1$의 경우는 4가지이다)

ii) $n(A) = 2$일 때

$n(B) = 2$ 의 부분집합의 개수 $2^2 \times 6 = 24$

$(\because n(A) = 2$의 경우는 6가지이다)

iii) $n(A) = 3$일 때

$n(B) = 1$ 의 부분집합의 개수 $2^1 \times 4 = 8$

$(\because n(A) = 3$의 경우는 4가지이다)

iv) $n(A) = 4$일 때

$\{1, 2, 3, 4\}$ 의 1가지가 존재한다.

$\therefore 32 + 24 + 8 + 1 = 65$(개)