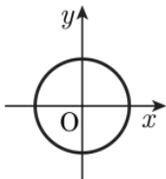
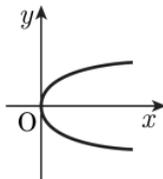


1. 다음 그래프 중 역함수가 존재하는 함수의 그래프가 될 수 있는 것은?

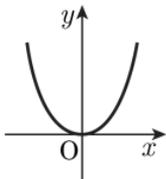
①



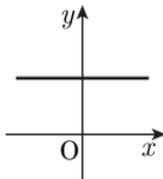
②



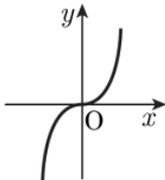
③



④



⑤

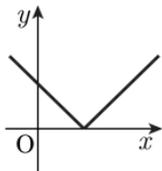


해설

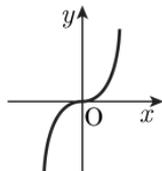
일대일 대응의 정의에 의해 ⑤번이다.

2. 다음 함수  $y = f(x)$  의 그래프 중 역함수가 존재하는 것은?

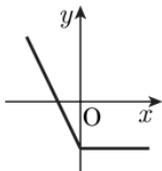
①



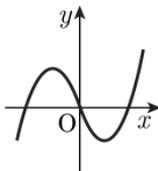
②



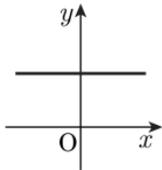
③



④



⑤



해설

①, ③, ④, ⑤ 는 일대일 대응이 아니므로 역함수가 존재하지 않는다.

3. 함수  $y = 2x - 2$  의 역함수를 구하면?

①  $y = \frac{1}{2}x - 1$

②  $y = \frac{1}{2}x + 1$

③  $y = -\frac{1}{2}x + 1$

④  $y = -\frac{1}{2}x - 1$

⑤  $y = -\frac{1}{2}x + 2$

해설

$$y = 2x - 2, x = \frac{1}{2}y + 1 \quad x, y \text{ 를 바꿔주면}$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 1$$

4. 함수  $f(x) = 2ax - a + 2$ 에 대하여  $f^{-1}(-7) = 2$ 일 때, 상수  $a$ 의 값은 얼마인가?

① -5

② -3

③ -1

④ 1

⑤ 3

해설

$f^{-1}(-7) = 2$ 이므로

역함수의 정의에 의해서

$$f(2) = -7, f(2) = 2a \times 2 - a + 2 = -7, 3a = -9$$

$$\therefore a = -3$$

5. 함수  $f(x) = 2x - 3$  에 대하여  $f^{-1}(2)$  의 값은?

①  $\frac{3}{2}$

② 2

③  $\frac{5}{2}$

④ 3

⑤  $\frac{7}{2}$

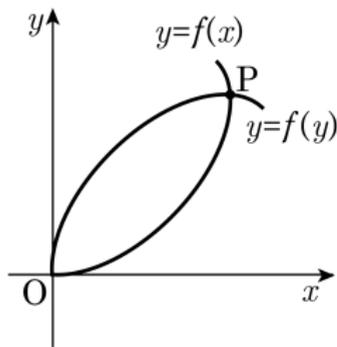
해설

$$f^{-1}(2) = a \text{ 라 하면, } f(a) = 2 \text{ 이므로 } 2a - 3 = 2$$

$$\therefore a = \frac{5}{2}$$

6. 다음 그림과 같은 두 곡선  $y = f(x)$  와  $x = f(y)$  의 교점  $P$  가 될 수 있는 점은 무엇인가?

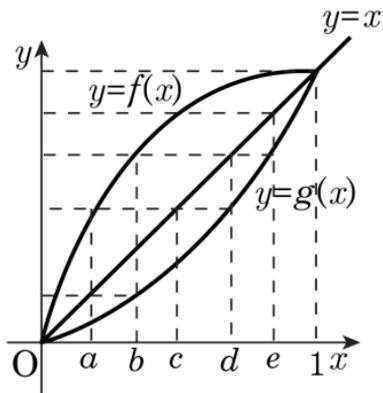
- ①  $(\frac{1}{2}, 1)$                       ②  $(1, \frac{3}{2})$   
③  $(1, 2)$                             ④  $(2, 2)$   
⑤  $(2, 3)$



### 해설

$y = f(x)$  와  $x = f(y)$  는 서로 역함수의 관계이므로 두 그래프의 교점  $P$  는 함수  $y = f(x)$  의 그래프와 직선  $y = x$  의 교점과 같다. 따라서 점  $P$  는 직선  $x = y$  위의 점이므로  $(2, 2)$  이다.

7. 집합  $A = \{x | 0 \leq x \leq 1\}$  에 대하여  $A$  에서  $A$  로의 함수  $y = f(x)$  와  $y = g(x)$  의 그래프가 아래 그림과 같을 때,  $(f \circ g \circ f^{-1})(d)$  의 값은 얼마인가?



- ①  $a$       ②  $b$       ③  $c$       ④  $d$       ⑤  $e$

해설

$y = x$  를 이용하여 함수값을 구한다.

$f^{-1}(d) = x$  라 하면,

$$f(x) = d \quad \therefore x = b$$

$$\therefore (f \circ g \circ f^{-1})(d)$$

$$= (f \circ g)(f^{-1}(d))$$

$$= (f \circ g)(b) = f(g(b)) = f(a) = c$$

8. 다음 함수 중 역함수가 존재하지 않는 것은 무엇인가?

①  $y = x$

②  $y = |x|$

③  $y = x^2 (x \geq 0)$

④  $y = x^3$

⑤  $y = \frac{1}{x} (x \neq 0)$

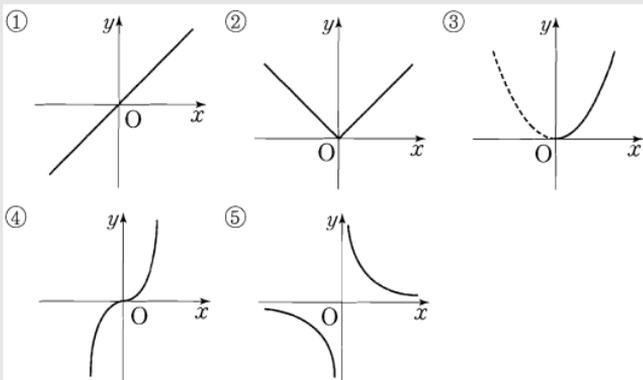
해설

역함수가 존재할 필요충분조건은

함수가 일대일대응인 것이다.

따라서, 일대일대응이 아닌 함수의 그래프는

②이다.



9. 함수  $f(x) = ax + b(a > 0)$  의 역함수  $f^{-1}(x)$  가 이 함수  $f(x)$  와 같을 때, 상수  $a, b$  의 값을 구하면?

- ①  $a = 1, b = 0$       ②  $a = 1, b = 1$       ③  $a = 2, b = 0$   
④  $a = 2, b = 1$       ⑤  $a = 3, b = 0$

해설

$$f^{-1}(x) = f(x) \text{ 에서 } f(f(x)) = x$$

$$\begin{aligned} f(f(x)) &= af(x) + b \\ &= a(ax + b) + b \\ &= a^2x + ab + b \end{aligned}$$

$$a^2x + ab + b = x$$

$$\therefore a^2 = 1, ab + b = 0$$

$$\therefore a = 1, b = 0$$

10. 다음 보기의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면 무엇인가?

보기

- ㉠ 두 함수  $f, g$  에 대하여  $f \circ g = g \circ f$  이다.
- ㉡ 함수  $f$  가 일대일대응이면 역함수  $f^{-1}$  가 존재한다.
- ㉢ 함수  $f: X \rightarrow Y$  에 대하여  $f^{-1}$  가 존재하면  $f \circ f^{-1} = f^{-1} \circ f$  이다.  
(단,  $X \neq Y$ )

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠.  $f \circ g \neq g \circ f$

㉢.  $f: X \rightarrow Y, f^{-1}: Y \rightarrow X$  이므로,

$f \circ f^{-1}: Y \rightarrow Y, f^{-1} \circ f: X \rightarrow X$

그런데, 조건에서  $X \neq Y$  이다.

$\therefore f \circ f^{-1} \neq f^{-1} \circ f$

따라서, 옳은 것은 ㉡뿐이다.

11. 두 집합  $X = \{-2, -1, 0, 1\}$ ,  $Y = \{1, 3, 5, 7\}$ 에 대하여 함수  $f : X \rightarrow Y$ 를  $f(x) = 2x + 5$ 로 정의할 때,  $f^{-1}(1) + f^{-1}(5)$ 의 값은 얼마인가?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(1) = a$ ,  $f^{-1}(5) = b$ 로 놓으면

$$f(a) = 1, f(b) = 5$$

$f(x) = 2x + 5$ 이므로

$$f(a) = 1 \text{ 에서 } 2a + 5 = 1 \quad \therefore a = -2$$

$$f(b) = 5 \text{ 에서 } 2b + 5 = 5 \quad \therefore b = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

12. 실수 전체의 집합  $R$  에서  $R$  로의 함수

$$f(x) = \begin{cases} x+k & (x \geq 0) \\ -x+k & (x < 0) \end{cases} \text{ 가 } f^{-1}(2) = -3 \text{ 을 만족시킬 때, } f(5) \text{ 의}$$

값은 얼마인가?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

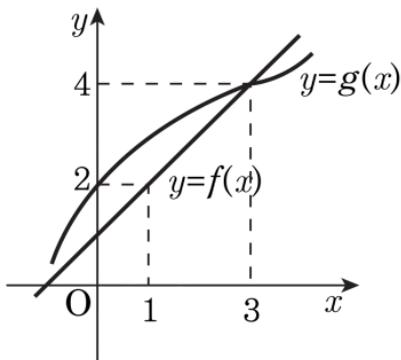
$f^{-1}(2) = -3$  에서  $f(-3) = 2$  이므로

$$f(-3) = 3 + k = 2$$

$$\therefore k = -1 \text{ 이므로 } f(x) = \begin{cases} x-1 & (x \geq 0) \\ -x-1 & (x < 0) \end{cases}$$

$$\therefore f(5) = 5 - 1 = 4$$

13. 두 함수  $y = f(x)$ ,  $y = g(x)$ 가 각각 일대일대응이고 그 그래프가 다음 그림과 같을 때,  $(g^{-1} \circ f)(1) + g(3)$ 의 값은 얼마인가?



① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 7

### 해설

주어진 식을 간단히 하면

$$\begin{aligned} (g^{-1} \circ f)(1) + g(3) &= g^{-1}(f(1)) + 4 \\ &= g^{-1}(2) + 4 \end{aligned}$$

$$g^{-1}(2) = k \text{로 놓으면 } g(k) = 2$$

문제의 그림에서  $y = g(x)$ 의 그래프가

$$(0, 2) \text{를 지나므로 } g(0) = 2$$

이 때,  $y = g(x)$ 는 일대일대응이므로  $k = 0$

$$\therefore g^{-1}(2) + 4 = 0 + 4 = 4$$

14. 함수  $f(x) = kx + 1$  에 대하여  $f^{-1} = f$  가 성립할 때, 상수  $k$  의 값은?  
(단,  $f^{-1}$  는  $f$  의 역함수)

① 4

② 3

③ 2

④ -1

⑤ -2

해설

$f^{-1}$  이므로  $f \circ f = I$

$(f \circ f)(x) = x$ 에서

$f(f(x)) = f(kx + 1) = k(kx + 1) + 1 = k^2x + k + 1 = x$

$\therefore k^2 = 1, k + 1 = 0$  따라서  $k = -1$

15. 두 함수  $f(x) = 2x + 5$ ,  $g(x) = -3x + 2$  에 대하여  $(g^{-1} \circ f)(a) = 2$  가 성립할 때, 상수  $a$  의 값을 구하면?

①  $a = -\frac{3}{2}$

②  $a = -\frac{5}{2}$

③  $a = -\frac{7}{2}$

④  $a = -\frac{9}{2}$

⑤  $a = -\frac{11}{2}$

해설

$(g^{-1} \circ f)(a) = g^{-1}(f(a)) = 2$  에서

$f(a) = g(2)$  이다.

주어진 함수식에 의하여

$$\therefore 2a + 5 = -3 \cdot 2 + 2$$

$$\therefore a = -\frac{9}{2}$$

16.  $f(x) = 3x - 2$ ,  $g(x) = 3x + 4$  에 대하여  $(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3)$  의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}(f \circ (g \circ f)^{-1} \circ f)(3) &= (f \circ f^{-1} \circ g^{-1} \circ f)(3) \\ &= (I \circ g^{-1} \circ f)(3) \\ &= (g^{-1} \circ f)(3) \\ &= g^{-1}(f(3)) \\ &= g^{-1}(7)\end{aligned}$$

$$g^{-1}(7) = a \text{ 라 하면 } g(a) = 7, 3a + 4 = 7$$

$$\therefore a = 1$$

17. 실수 전체집합에서 정의된 세 함수  $f, g, h$  에 대하여  $(h \circ g)(x) = 2x - 1$ ,  $(h \circ (g \circ f))(x) = -2x + b$  가 성립하고,  $f(x) = ax + 1$  일 때, 두 상수  $a, b$  의 합  $a + b$  의 값은?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$(h \circ (g \circ f))(x) = ((h \circ g) \circ f)(x)$  이므로

$$(h \circ g)(f(x)) = (h \circ g)(ax + 1) = 2(ax + 1) - 1 = 2ax + 1$$

$$2ax + 1 = -2x + b \text{ 에서 } a = -1, b = 1$$

$$\therefore a + b = 0$$

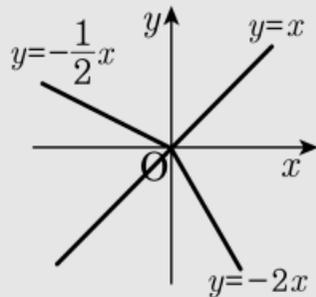
18. 함수  $f(x) = \begin{cases} -2x & (x \geq 0) \\ ax & (x < 0) \end{cases}$  가 모든 실수  $x$ 에 대하여  $f^{-1}(x) = f(x)$

를 만족할 때, 상수  $a$ 의 값은? (단,  $f^{-1}(x)$ 는  $f(x)$ 의 역함수이다.)

- ① 2                      ②  $\frac{1}{2}$                       ③  $-\frac{1}{2}$                       ④ -1                      ⑤ -2

해설

$f^{-1}(x) = f(x)$  이려면  $y = f(x)$ 의 그래프는 직선  $y = x$ 에 대하여 대칭이어야 한다. 직선  $y = x$ 에 대하여 직선  $y = -2x$ 와 대칭인 직선의 방정식은  $x = -2y$  즉,  $y = -\frac{1}{2}x$ 이므로  $a = -\frac{1}{2}$ 이다.



19. 점  $(-1, -2)$ 를 지나는 일차함수  $y = f(x)$ 의 그래프와  $y = f^{-1}(x)$ 의 그래프가 일치할 때,  $f(-3)$ 의 값은?

① -6

② -3

③ 0

④ 3

⑤ 6

해설

$$f = f^{-1} \text{ 이므로 } (f \circ f)(x) = x$$

$$f(x) = a(x+1) - 2 = ax + a - 2 \quad (a \neq 0) \text{ 로 놓으면}$$

$$f(f(x)) = a(ax + a - 2) + a - 2 = x$$

$$\therefore a^2x + a^2 - a - 2 = x$$

$$\text{즉, } a^2 = 1, a^2 - a - 2 = 0 \text{ 이므로 } a = -1$$

$$\text{따라서 } f(x) = -x - 3 \text{ 이고}$$

$$f(-3) = -(-3) - 3 = 0 \text{ 이다.}$$

20. 함수  $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & (x \geq 1) \\ -\sqrt{1-x} & (x < 1) \end{cases}$  에 대하여  $f(x)$  의 역함수가 존재할 때,  $(f^{-1} \circ f^{-1})(x) = 1$  일 때,  $x$  의 값을 구하면? (단,  $f^{-1}(x)$  은  $f(x)$  의 역함수)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x + 1 & (x \geq 1) \\ -\sqrt{1-x} & (x < 1) \end{cases} \text{에서}$$

$$(f^{-1} \circ f^{-1})(x) = (f \circ f)^{-1}(x) = 1$$

$$(f \circ f)(1) = (f(f(1))) = f(0) = -1$$

$$\therefore x = -1$$