

1. $(2a - 3b)^2 - (4a - 5b)^2 = 4(ma + nb)(b - pa)$ 일 때, $mn - p$ 의 값을 구하면?

① -11

② 13

③ -13

④ 11

⑤ -2

해설

$2a - 3b = X$, $4a - 5b = Y$ 로 치환하면

$$X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= (2a - 3b + 4a - 5b)(2a - 3b - 4a + 5b)$$

$$= (6a - 8b)(-2a + 2b)$$

$$= 4(3a - 4b)(b - a)$$

$$\therefore m = 3, n = -4, p = 1$$

$$\therefore mn - p = -12 - 1 = -13$$

2. $(x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252$ 을 바르게 인수분해 한 것은?

- ㉠ $(x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5)$
㉡ $(x^2 - x + 12)(x + 4)(x - 5)$
㉢ $(x^2 - x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉣ $(x^2 + 2x - 12)(x + 4)(x - 5)$
㉤ $(x^2 + 2x - 12)(x - 4)(x + 5)$

해설

$$\begin{aligned} & (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 3x + 2) - 252 \\ &= (x + 2)(x + 3)(x - 1)(x - 2) - 252 \\ &= \{(x + 2)(x - 1)\}\{(x + 3)(x - 2)\} - 252 \\ &= (x^2 + x - 2)(x^2 + x - 6) - 252 \\ & \quad x^2 + x = t \text{로 치환하면,} \\ &= (t - 2)(t - 6) - 252 \\ &= t^2 - 8t + 12 - 252 \\ &= t^2 - 8t - 240 \\ &= (t + 12)(t - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x^2 + x - 20) \\ &= (x^2 + x + 12)(x - 4)(x + 5) \end{aligned}$$

3. 다항식 $x^2 - 4xy + 3y^2 - 7x + 5y - 8$ 을 인수분해하면?

① $(x + 3y - 8)(x + y + 1)$

② $(x - 3y + 8)(x + y + 1)$

③ $(x + 3y - 8)(x - y - 1)$

④ $(x - 3y + 2)(x - y + 4)$

⑤ $(x - 3y - 8)(x - y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - (4y + 7)x + 3y^2 + 5y - 8 \\ &= x^2 - (4y + 7)x + (3y + 8)(y - 1) \\ &= (x - 3y - 8)(x - y + 1) \end{aligned}$$

4. $x = \frac{1}{\sqrt{2}+1}$, $y = \frac{1}{\sqrt{2}-1}$ 일 때, $x^2 + 3xy + y^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 12

⑤ 15

해설

$$x = \frac{1}{\sqrt{2}+1} = \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \sqrt{2}-1$$

$$y = \frac{1}{\sqrt{2}-1} = \frac{\sqrt{2}+1}{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \sqrt{2}+1$$

$$x^2 + 3xy + y^2 = (x+y)^2 + xy \text{ [사]$$

$$x+y = (\sqrt{2}-1) + (\sqrt{2}+1) = 2\sqrt{2}$$

$$xy = (\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1) = 1$$

$$\therefore (\text{준식}) = (x+y)^2 + xy = (2\sqrt{2})^2 + 1 = 9$$

5. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2 + 8a + A = (a + 4)^2$
(2) $x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2$

- ① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
- ④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$$a^2 + 8a + A = (a + 4)^2 = a^2 + 8a + 16, A = 16$$
$$x^2 + Bx + 9 = (x + C)^2 = x^2 + 2Cx + C^2,$$
$$C^2 = 9, C = \pm 3, B = 2C, B = \pm 6$$
$$\therefore A = 16, B = 6, C = 3 (\because B, C \text{는 양수})$$

6. $0 < x \leq 1$ 일 때, 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

- ① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} &= \sqrt{x^2 - 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} \\ \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} &= \sqrt{x^2 + 2 + \frac{1}{x^2}} \\ &= \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2} \end{aligned}$$

$$0 < x \leq 1, x - \frac{1}{x} \leq 0, x + \frac{1}{x} > 0 \text{ } \therefore \text{따라서}$$

$$3\sqrt{(-x)^2} - \sqrt{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4} = 5$$

$$3x - \left\{ -\left(x - \frac{1}{x}\right) \right\} + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 5$$

$$5x = 5$$

$$\therefore x = 1$$

7. 다음은 인수분해 과정을 나타낸 것이다. 안에 들어갈 말을 차례대로 나열한 것은?

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
 $= 2x(x - 5)(\text{})$

㉡ $(x + y)^2 + 3(x + y) + 2$ 에서 를 A 로 치환한다.

- ① $x - 1, x - y$ ② $x - 1, x + y$ ③ $x + 1, x - y$
- ④ $x + 1, x + y$ ⑤ $x, x + y$

해설

㉠ $2x^3 - 8x^2 - 10x = 2x(x^2 - 4x - 5)$
 $= 2x(x - 5)(x + 1)$

8. 다음은 $x^4 - 81y^4$ 을 인수분해 한 것이다. 이 때, $\square$ 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하면?

$$x^4 - 81y^4 = (x^2 + \square y^2)(x + \square y)(x - \square y)$$

- ① 13 ② 15 ③ 18 ④ 20 ⑤ 24

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 81y^4 &= (x^2 + 9y^2)(x^2 - 9y^2) \\ &= (x^2 + 9y^2)(x + 3y)(x - 3y) \\ \therefore 9 + 3 + 3 &= 15 \end{aligned}$$

9. $a = \frac{2 - \sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{2 + \sqrt{3}}{2}$ 일 때, $a^2 + 2ab + b^2$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} a^2 + 2ab + b^2 &= (a + b)^2 \\ &= \left(\frac{2 - \sqrt{3}}{2} + \frac{2 + \sqrt{3}}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{4}{2} \right)^2 = 4 \end{aligned}$$

10. 넓이가 각각 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$, $\frac{1}{2+\sqrt{3}}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라 할 때, x^3y+xy^3 의 값을 구하면?

- ① 4 ② 8 ③ 14 ④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $8\sqrt{3}$

해설

$$x^2 = \frac{1}{2-\sqrt{3}} = 2+\sqrt{3}, y^2 = \frac{1}{2+\sqrt{3}} = 2-\sqrt{3}$$

$$(xy)^2 = x^2y^2 = 2^2 - (\sqrt{3})^2 = 1$$

$$xy = 1(\because x > 0, y > 0)$$

$$\text{따라서, } x^3y+xy^3 = xy(x^2+y^2) = 1 \times 4 = 4 \text{ 이다.}$$

11. $A = 4x + 2$, $B = 6x^2 - 5x - 4$ 이고 $\frac{B}{A} = ax + b$ 로 나타내어 질 때, ab 의 값을 구하면?

- ① -3 ② -5 ③ -7 ④ -8 ⑤ -9

해설

$$\begin{aligned}\frac{B}{A} &= \frac{6x^2 - 5x - 4}{4x + 2} \\&= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{4x + 2} \\&= \frac{(2x + 1)(3x - 4)}{2(2x + 1)} \\&= \frac{3x - 4}{2} = ax + b \\a &= \frac{3}{2}, \quad b = -\frac{4}{2} = -2 \\ \therefore ab &= \frac{3}{2} \times (-2) = -3\end{aligned}$$

12. $x^2 - y^2 + 9x + 5y - a$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, a 의 값은?
(단, a 는 정수)

- ① -14 ② -7 ③ -1 ④ 7 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - y^2 + 9x + 5y - a \\ &= (x + y + \alpha)(x - y + \beta) \\ &= x^2 - y^2 + (\alpha + \beta)x + (-\alpha + \beta)y + \alpha\beta \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} \alpha + \beta = 9 \\ +) -\alpha + \beta = 5 \\ \hline 2\beta = 14 \end{array}$$

$$\begin{aligned} & \beta = 7, \alpha = 2 \\ \therefore a &= -\alpha\beta = -2 \times 7 = -14 \end{aligned}$$

13. $x^3 + y - x - x^2y$ 을 인수분해 하였을 때, 일차식인 인수들의 합은?

① $2x - y + 1$

② $x - y - 2$

③ $3x - y + 2$

④ $2x - y$

⑤ $3x - y$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^3 - x + y - x^2y \\&= x(x^2 - 1) - y(x^2 - 1) \\&= (x^2 - 1)(x - y) \\&= (x + 1)(x - 1)(x - y) \\ \therefore x + 1 + x - 1 + x - y &= 3x - y\end{aligned}$$

14. $a^4 + a^2b^2 + b^4$ 을 인수분해하면?

① $(a^2 + ab + b^2)(a^2 - ab + b^2)$

② $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab + b)$

③ $(a^2 + ab + b)(a^2 - ab - b)$

④ $(a^2 + ab - b)(a^2 - ab + b)$

⑤ $(a + ab + b^2)(a - ab + b^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (a^2 + b^2)^2 - (ab)^2 \\ &= (a^2 + b^2 + ab)(a^2 + b^2 - ab)\end{aligned}$$

15. 두 정수 a, b 가 $(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 을 만족할 때, 순서쌍 (a, b) 는 모두 몇 개 존재하는가? (단, $a > 2b > 0$)

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$(a-1)^2 - 4b^2 = 33$ 에서
 $(a+2b-1)(a-2b-1) = 33$
 $a > 2b > 0$ 이므로
 $33 \times 1 = 33$ 또는 $11 \times 3 = 33$
따라서 조건을 만족하는 (a, b) 는 $(18, 8), (8, 2)$ 2개 존재한다.