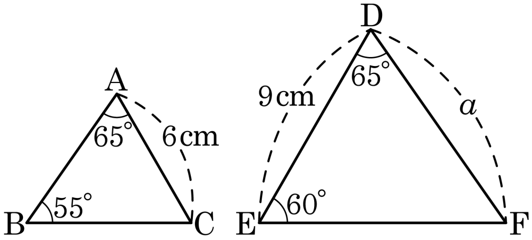
1. 다음 두 삼각형을 보고 $\overline{AB}$ 의 길이를 a 를 사용하여 나타낸 것은?



① $\frac{1}{3}a$　② $\frac{2}{3}a$　③ $\frac{4}{3}a$　④ $\frac{3}{4}a$　⑤ $\frac{2}{5}a$

해설

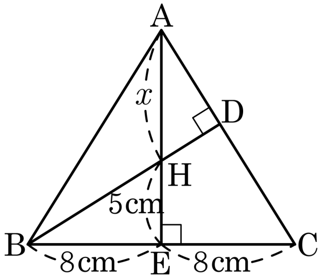
$\triangle ABC \backsim \triangle DFE$(AA닮음)

$\overline{AB} : \overline{DF} = \overline{AC} : \overline{DE}$

$\overline{AB} : a = 6 : 9$

$9\overline{AB} = 6a$, $\overline{AB} = \frac{2}{3}a$

2. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BE} = \overline{CE} = 8\text{cm}$, $\overline{HE} = 5\text{cm}$ 일 때, x 의 길이는?



① 4cm ② 7.4cm ③ 12.8cm

④ 6cm ⑤ 7.8cm

해설

$\triangle HBE \backsim \triangle CAE$ (AA 닮음)

$\overline{HE} : \overline{EB} = \overline{CE} : \overline{EA}$

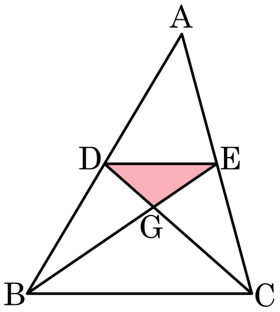
$5 : 8 = 8 : (x+5)$

$5(x+5) = 64$

$5x = 39$

$\therefore \ x = 7.8(\text{cm})$

3. 다음 그림에서 점 G는 $\triangle ABC$의 무게중심이고, $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$일 때, $\triangle DGE$의 넓이를 구하면?



① 2cm^2　② 4cm^2　③ 6cm^2
④ 8cm^2　⑤ 10cm^2

해설

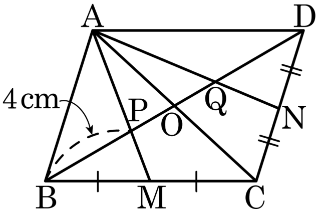
$\triangle BDE$ 에서 $\overline{BG} : \overline{GE} = 2 : 1$이므로

$\triangle BDG : \triangle DGE = 2 : 1$

그런데 $\triangle BGD = \frac{1}{6}\triangle ABC$이므로

$\triangle DGE = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6}\triangle ABC = 2(\text{cm}^2)$이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 M, N 은 각각 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점이다. $\overline{BP} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?

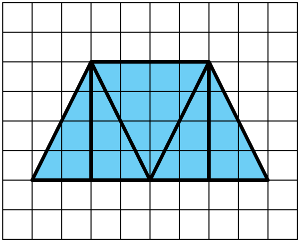


① 11cm ② 12cm ③ 13cm ④ 14cm ⑤ 15cm

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이므로 점 P 는 △ABC 의 무게중심이다. $\overline{PO} = \frac{1}{2}\overline{BP} = \frac{1}{2} \times 4 = 2(\text{cm})$ 이므로 $\overline{BO} = \overline{BP} + \overline{PO} = 4 + 2 = 6(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{BO} = \overline{DO}$ 이므로 $\overline{BD} = 2\overline{BO} = 2 \times 6 = 12(\text{cm})$ 이다.

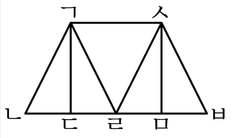
5. 다음 그림에서 평행사변형을 모두 몇 개나 찾을 수 있는가?



① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

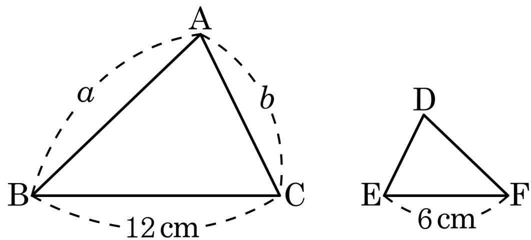
위의 그림을 다음과 같이 기호를 붙여보자.



평행사변형이 되는 사각형은

□ㄱㄴㄹㅇ, □ㄱㄹㅂㅇ, □ㄱㄷㅁㅇ 즉 3 개이다.

6. 다음 그림에서 $\triangle ABC \backsim \triangle DFE$이다. $\overline{DE}$와 $\overline{DF}$의 길이를 a, b를 사용한 식으로 나타낸 것은? (단, $\angle A = \angle D$, $\angle B = \angle F$)



① $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\mathrm{cm})$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\mathrm{cm})$

② $\overline{DE} = b(\mathrm{cm})$, $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\mathrm{cm})$

③ $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\mathrm{cm})$, $\overline{DF} = a(\mathrm{cm})$

④ $\overline{DE} = b(\mathrm{cm})$, $\overline{DF} = a(\mathrm{cm})$

⑤ $\overline{DE} = 2b(\mathrm{cm})$, $\overline{DF} = 2a(\mathrm{cm})$

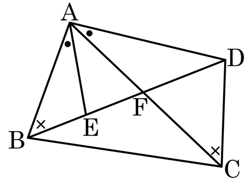
해설

두 도형의 닮음비는 $\overline{BC} : \overline{FE} = 12 : 6 = 2 : 1$이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AC} : \overline{DE}$이므로 $\overline{DE} = \frac{b}{2}(\mathrm{cm})$이다.

$\overline{BC} : \overline{FE} = \overline{AB} : \overline{DF}$이므로 $\overline{DF} = \frac{a}{2}(\mathrm{cm})$이다.

7. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 닮은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

㉠ $\triangle ABC \backsim \triangle AED$	㉡ $\triangle AEF \backsim \triangle DFC$
㉢ $\triangle AFD \backsim \triangle CFB$	㉣ $\triangle ABF \backsim \triangle ADE$
㉤ $\triangle ABC \backsim \triangle ADC$	㉥ $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥ ④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로 $\triangle ABE \backsim \triangle ACD$ (AA 닮음) $\cdots$㉥

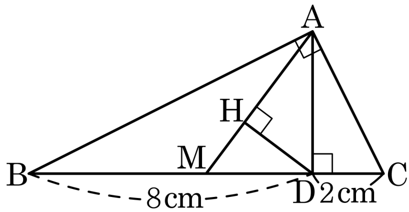
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$\angle BAC = \angle EAD$, $\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$

($\because \triangle ABE \backsim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \backsim \triangle AED$ (SAS 닮음) $\cdots$㉠

8. 다음 그림의 $\angle A = 90°$인 $\triangle ABC$에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$일 때, $\overline{DH}$의 길이를 구하면?



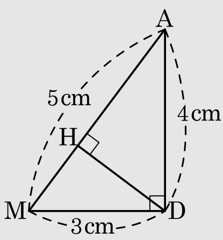
① $\frac{12}{5}\text{cm}$　　② 8cm　　③ $\frac{17}{5}\text{cm}$

④ 9cm　　⑤ $\frac{19}{5}\text{cm}$

해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$

$\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$ ($\because \overline{AD} > 0$)



점 M은 $\triangle ABC$의 외심이다.

$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$

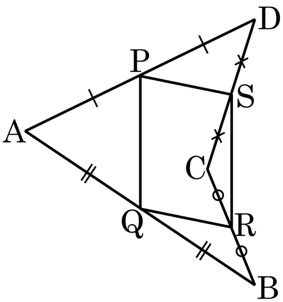
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$

ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$이므로

$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$

$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}\text{cm}$

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AP}=\overline{PD}$, $\overline{AQ}=\overline{QB}$, $\overline{BR}=\overline{RC}$, $\overline{CS}=\overline{SD}$ 인 네 점을 잡아 사각형 PQRS 를 만들었다. 다음 설명 중 옳은 것은?



㉠ 점 A, B, C, D 를 연결하여 만든 도형은 사각형이 아니다. ㉡ 사각형 PQRS 는 평행사변형이다. ㉢ 삼각형 APQ 는 정삼각형이다. ㉣ 삼각형의 중점연결정리에 따라 $2\times\overline{PS}=\overline{AB}$ 이다. ㉤ $\overline{PQ}$ 와 $\overline{SR}$ 은 서로 평행하고, 길이가 같다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉣, ㉤

해설

점 B 와 D 를 연결하면 삼각형의 중점연결정리에 의하여

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{PQ}=\frac{1}{2}\overline{BD}$, $\overline{PQ}\,/\!/\,\overline{BD}$

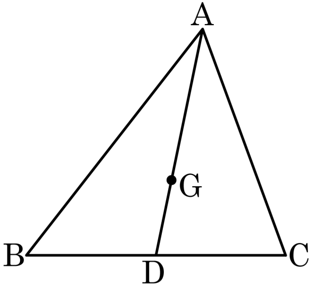
$\triangle CBD$ 에서 $\overline{RS}=\frac{1}{2}\overline{BD}$

$\overline{RS}\,/\!/\,\overline{BD}$

$\therefore\ \overline{PQ}=\overline{SR}, \overline{PQ}\,/\!/\,\overline{RS}$

따라서 □PQRS 는 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같으므로 평행사변형이다.

10. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 무게중심을 G라 할 때, $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이와 $\overline{GD}$ 를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이의 비를 구하면?

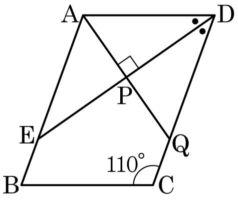


① 3 : 1 ② 5 : 2 ③ 4 : 3 ④ 4 : 1 ⑤ 2 : 1

해설

점 G가 삼각형 ABC 의 무게중심이므로
$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$이다. $\overline{GD}$ 의 길이를 a라고 하면 $\overline{GD}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 a^2이고, $\overline{AG}$의 길이는 $2a$이므로 $\overline{AG}$를 한 변으로 하는 정사각형의 넓이는 $4a^2$ 이다.
따라서 넓이의 비는 4 : 1이다.

11. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE}$ 는 $\angle D$ 의 이등분선이다. 점 A 에서 $\overline{DE}$ 에 수선을 내려 $\overline{DE}$, $\overline{CD}$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\angle PEB$ 의 크기는?



① 110°　② 120°　③ 135°

④ 145°　⑤ 150°

해설

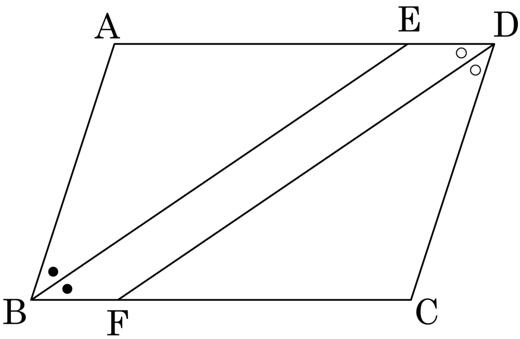
$\angle ADP = (180° - 110°) \div 2 = 35°$

$\angle DAP = 90° - 35° = 55°$

$\angle PAE = 110° - 55° = 55°$

$\therefore\ \angle PEB = 55° + 90° = 145°$

12. 다음은 평행사변형 ABCD에서 $\angle B$, $\angle D$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □EBFD가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



□ABCD는 평행사변형이고, $\angle B = \angle D$이므로 $\frac{1}{2}\angle B = \frac{1}{2}\angle D$, 즉

$\angle EBF = \angle EDF \cdots$ ㉠

$\angle AEB = \angle EBF$, $\boxed{} = \angle CFD$ (∵ 엇각)

$\angle AEB = \angle CFD$

$\angle DEB = \angle 180° - \angle AEB = \angle DFB \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에 의하여 □EBFD는 평행사변형이다.

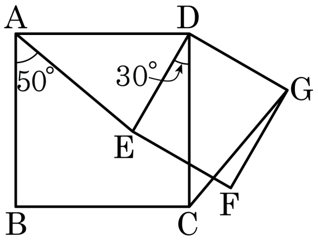
① $\angle EDF$　② $\angle CDF$　③ $\angle EAB$

④ $\angle DCF$　⑤ $\angle DFB$

해설

$\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$이므로 $\angle CFD = \angle EDF$는 엇각으로 같다.

13. 다음 그림과 같이 한 점 D를 공유하는 두 정사각형 ABCD 와 DEFG 에서 $\angle BAE = 50°$, $\angle CDE = 30°$ 일 때, $\angle CGD = (\quad)°$ 이다. ( ) 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.



① 60 ② 65 ③ 70 ④ 75 ⑤ 80

해설

$\triangle DEA$ 와 $\triangle DGC$ 에서

$\overline{DA} = \overline{DC}$

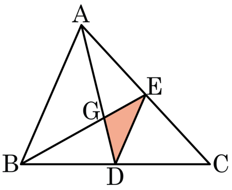
$\overline{DE} = \overline{DG}$

$\angle ADE = 90° - 30° = 60°$, $\angle CDG = 90° - 30° = 60°$ 이므로

$\triangle DEA \equiv \triangle DGC$ (SAS 합동)

$\angle DAE = 90° - 50° = 40°$ 이고 $\angle ADE = 60°$ 이므로 $\angle AED = 180° - 40° - 60° = 80°$ 이다. 따라서 $\angle CGD = 80°$ 이다.

14. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BE}$ 는 $\triangle ABC$ 의 중선이고 점 G 는 $\overline{AD}$ 와 $\overline{BE}$ 의 교점이다. $\triangle GAB$ 의 넓이가 $44\,cm^2$ 일 때, $\triangle GDE$ 의 넓이를 구하면?



① $8\,cm^2$　② $9\,cm^2$　③ $10\,cm^2$

④ $11\,cm^2$　⑤ $12\,cm^2$

해설

$\triangle GDE : \triangle GAB = 1 : 4$

$\triangle GDE : 44 = 1 : 4$

$\therefore \triangle GDE = 11(\,cm^2)$

15. 실제 거리가 200 m 인 두 지점 사이의 거리를 4 cm 로 나타내는 지도가 있다. 이 지도에서 실제 넓이가 15 km^2 인 땅의 넓이를 구하여라.

① 6000 cm^2 ② 6500 cm^2 ③ 7000 cm^2

④ 7500 cm^2 ⑤ 8000 cm^2

해설

(축척) $= 4 : 20000 = 1 : 5000$

(넓이의 비) $= 1^2 : 5000^2 = 1 : 25000000$

$1 : 25000000 = x : 150000000000$

$x = 6000 \ \left(\text{cm}^2\right)$