

1. $\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} = \frac{5}{12}$ 일 때 n 값을 구하면?

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}\frac{{}_nP_3}{{}_{n+2}P_3} &= \frac{\frac{n!}{(n-3)!}}{\frac{(n+2)!}{(n+2-3)!}} \\ &= \frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12}\end{aligned}$$

$$\frac{(n-2)(n-1)}{(n+1)(n+2)} = \frac{5}{12} \text{ 을 풀면}$$

$$7n^2 - 51n + 14 = 0$$

$$(7n-2)(n-7) = 0$$

$$\therefore n = \frac{2}{7} \text{ 또는 } n = 7$$

${}_nP_3$ 에서 n 은 3 이상의 자연수이므로

$$\therefore n = 7$$

2. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 빨강을 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▶ 정답 : 20가지

해설

${}_6C_3 = 20$

3. 5명의 가족 중에서 아빠, 엄마를 포함하여 4명을 뽑아 일렬로 세우는 방법의 수는?

① 35 ② 72 ③ 108 ④ 144 ⑤ 180

해설

3명 중 2명을 뽑은 후, 4명을 일렬로 세우는 방법을 구한다.
 $\therefore {}_3C_2 \times 4! = 72$

4. 5 명의 학생을 2 명과 3 명의 두 그룹으로 나누는 방법의 수는?

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

$${}_5C_2 \times {}_3C_3 = 10$$

5. 1부터 72까지의 자연수 중에서 72와 서로소인 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 24개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
72와 서로소는 2의 배수도 아니고, 3의 배수도 아닌 것
 $\therefore 72 - (36 + 24 - 12) = 24$
 $\therefore$ 24개

6. 10 명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

- ① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

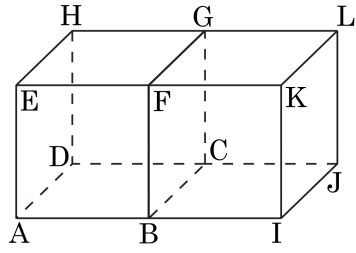
7. 180 과 600 의 공약수의 개수는 모두 몇 개인가?

- ① 8개 ② 9개 ③ 10개 ④ 11개 ⑤ 12개

해설

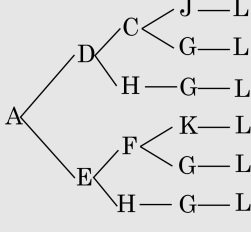
두 수의 공약수는 두 수의 최대공약수의 약수이므로
 $180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$ 이고,
 $600 = 2^3 \times 3 \times 5^2$ 에서
최대공약수 $G.C.D. = 2^2 \times 3 \times 5$ 이고
따라서 공약수의 개수는 12

8. 두 개의 정육면체가 서로 붙어 있는 아래 그림에서 A 에서부터 L 까지 모서리를 따라 최단 거리로 가는 방법 중 B 를 통과하지 않는 방법의 수를 구하면?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 12 ⑤ 16

해설



위의 수형도에서 구하는 방법의 수는 6 가지이다.

9. 1, 2, 3, 4, 5 의 번호가 각각 적힌 5 개의 농구공을 A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 라고 쓰여진 가방에 각각 1 개씩 넣을 때, 2 번 공은 A_1 에 넣고, k 번 공은 A_k 에 넣지 않는 경우의 수는? (단, $k = 1, 3, 4, 5$)
- ① 11 가지 ② 13 가지 ③ 17 가지
- ④ 21 가지 ⑤ 35 가지

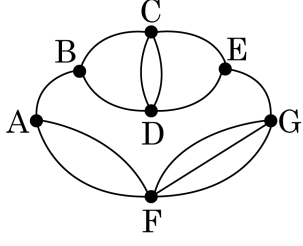
해설

2 번 공을 제외한 나머지를 표를 그려 직접 구한다.

A_2	A_3	A_4	A_5
3	1	5	4
3	4	5	1
3	5	1	4
1	4	5	3
1	5	3	4
4	1	5	3
4	5	3	1
4	5	1	3
5	4	1	3
5	4	3	1
5	1	3	4

∴ 총 11 가지

10. A,B,C,D,E,F,G 의 일곱 도시 사이에 다음 그림과 같은 도로망이 있다. 같은 지점은 많아야 한 번 밖에 지날 수 없고 지나지 않는 도시가 있어도 될 때, A 에서 G 로 가는 경우의 수는?



- ① 6
- ② 8
- ③ 9
- ④ 12
- ⑤ 14

해설

(i) A 에서 B,E 를 경유해서 G 로 가는 방법은
A → B → C → E → G 의 1 가지
A → B → D → E → G 의 1 가지
A → B → C → D → E → G 의 2 가지
A → B → D → C → E → G 의 2 가지
∴ 6 (가지)
(ii) A 에서 F 를 경유해서 G 로 가는 방법
2×3 = 6 (가지)
(i), (ii)가 동시에 발생할 수 없으므로
6+6 = 12 (가지)

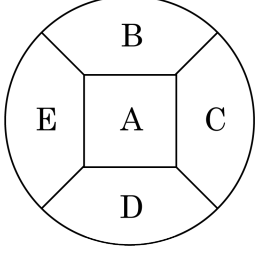
11. 500 원 짜리 동전 2 개, 100 원 짜리 동전 6 개, 10 원 짜리 동전 3 개가 있을 때, 이 동전의 일부 또는 전부를 써서 지불할 수 있는 방법의 수를 a , 지불할 수 있는 금액의 수를 b 라 할 때, $a-b$ 의 값은?

① 16 ② 18 ③ 20 ④ 22 ⑤ 24

해설

500 원 짜리 동전 2 개로 0, 1, 2 개의 3 가지로 지불할 수 있으므로 500 원 짜리 동전의 지불방법의 수는 3 가지이다.
마찬가지로 생각하면 100 원 짜리는 7 가지, 10 원 짜리는 4 가지씩의 지불방법이 있다.
그런데 모두 하나도 지불하지 않는 경우는 제외해야 하므로
 $a = 3 \times 7 \times 4 - 1 = 83$ (가지)
또, 500 원 짜리 동전을 모두 100 원 짜리 동전 5 개로 생각하면,
100 원 짜리 동전 16 개, 10 원 짜리 동전 3 개를 써서 지불할 수 있는 금액의 수는
 $b = 17 \times 4 - 1 = 67$ (가지)
 $\therefore a - b = 16$

12. 그림의 A, B, C, D, E 5 개의 영역을 5 가지 색으로 칠하려고 한다. 같은 색을 중복하여 사용해도 좋으나 인접한 부분은 서로 다른 색으로 칠할 때, 칠하는 경우의 수는?



- ① 160 ② 270 ③ 360 ④ 420 ⑤ 540

해설

A 를 먼저 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 5 가지이다. 그 다음 B 를 칠할 때 선택할 수 있는 방법은 4 가지, C 를 칠할 수 있는 방법은 3 가지이다.

(i) B 와 D 가 다른 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 A, B, C 에 칠한 색을 제외한 2 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 A, B, D 에 칠한 색을 제외한 2 가지이므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 240 \text{ (가지)}$$

(ii) B 와 D 가 같은 색인 경우

D 에 칠할 수 있는 색은 B 와 동일하므로 1 가지이고 E 에 칠할 수 있는 색은 $A, B(= D)$ 에 칠한 색을 제외한 3 가지이므로

$$5 \times 4 \times 3 \times 1 \times 3 = 180 \text{ (가지)}$$

따라서 (i) (ii)에서 $240 + 180 = 420$ (가지)

13. 다음은 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$ 임을 보인 것이다.

10개의 숫자 1, 2, 3, ..., 9, 10 중에서 서로 다른 5개의 숫자를 뽑아서 만들 수 있는 다섯 자리의 자연수의 개수는 ${}_{10}P_5$ 이다.
이 때, 다섯 자리의 자연수 중에서 숫자 2가 들어있는 것의 개수는 $(\boxed{\text{가}})$, 숫자 2가 들어 있지 않은 것의 개수는 $(\boxed{\text{나}})$ 이다.
따라서 다음 등식이 성립한다.
 ${}_{10}P_5 = (\boxed{\text{가}}) + (\boxed{\text{나}})$

위의 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적으면?

- ① ${}_9P_4, {}_5P_5$
- ② ${}_5P_4, {}_9P_5$
- ③ ${}_9P_4, {}_8P_5$
- ④ ${}_8P_4, {}_4P_5$
- ⑤ ${}_4P_4, {}_9P_5$

해설

다섯 자리의 자연수 중 2가 들어 있는 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자중에서 4개를 택하여 나열한 후 2를 추가하면 되므로 ${}_9P_4 \times 5 = {}_9P_4$
2가 들어 있지 않은 것의 개수는 2를 제외한 9개의 숫자에서 5개를 택하는 순열의 수와 같으므로 ${}_9P_5$ 이다.
따라서 ${}_{10}P_5 = {}_9P_4 + {}_9P_5$

14. 남자 4 명, 여자 3 명을 일렬로 세울 때, 여자 3 명이 이웃하여 서는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 720 가지

해설

여자 3 명을 한 묶음으로 본다.

$$5! \times 3! = 720$$

15. 남학생 4 명, 여학생 2 명이 한 줄로 설 때, 특정한 3 명이 이웃하여 서는 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 144가지

해설

묶음 안에서 특정한 3 명이 자리를 바꾸는 방법은 $3! = 6$ (가지)
3 명을 한 묶음으로 생각하여 4 명을 일렬로 세우는 경우의 수는
 $4! = 24$ (가지)이다.
∴ 구하는 경우의 수는 $24 \times 6 = 144$ (가지)

16. 6 개의 문자 a, b, c, d, e, f 를 일렬로 배열할 때, 모음 a, e 가 이웃하지 않는 경우는 몇 가지가 되는지 구하여라.

▶ 답: 가지

▶ 정답 : 480가지

해설

a, e 를 제외한 나머지 b, c, d, f 네 문자를 일렬로 먼저 배열하는 방법의 수는 $4!$ 가지가 있다.

이 때, 그 네 문자 사이의 양 끝의 5 개의 자리에 a, e 를 늘어놓으면, a, e 는 이웃할 수 없다.

즉, $\square b \square c \square d \square f \square$ 의 다섯 개의 $\square$ 중에 두 개를 골라 a, e 를 배열한다.

따라서, 구하는 가짓수는 $4! \times {}_5P_2 = 24 \times 20 = 480$ (가지)

17. *various* 의 7 개의 문자를 일렬로 나열할 때, 양 끝에 모두 자음이 오는 경우의 수는?

- ① 120 ② 360 ③ 600 ④ 720 ⑤ 1080

해설

자음 3 개중 2 개를 뽑아 일렬로 나열하는 수 : ${}_3P_2$

나머지 5 개 문자를 배열하는 수 : $5!$

$${}_3P_2 \times 5! = 720$$

18. 1, 2, 3, 4, 5, 6 을 한 번씩만 사용하여 만들 수 있는 여섯 자리 자연수 중에서 일의 자리의 수와 백의 자리의 수가 모두 3 의 배수인 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 48 개

해설

일의 자리의 수 a 와 백의 자리의 수 b 는 3 또는 6 이 되어야 하므로
 a, b 를 정하는 방법의 수는 $2! = 2$ (가지)
이 때, 나머지 자리의 수는 1, 2, 4, 5 중 어느 하나가 정해지면 되므로
나머지 네 자리의 수를 정하는 방법의 수는 $4! = 24$ (가지)
따라서, 구하는 자연수의 개수는
 $2 \times 24 = 48$ (개)

19. 다음 표는 세계 각 국에서 사용하는 긴급구조대의 전화번호이다.

국가	한국	미국	호주	독일
전화번호	119	911	001	110

이들은 모두 0 부터 9 까지의 숫자로 이루어진 세 자리의 숫자이고, 이웃하는 어느 두 자리는 같은 숫자가 중복되어 있다. 이와 같이 세 자리의 숫자 중에서 이웃한 두 자리는 같은 숫자가 되는 전화번호의 종류는 모두 몇 가지인가?

- ① 160
- ② 180
- ③ 200
- ④ 220
- ⑤ 240

해설

이웃하는 방법에 따라 $\triangle\triangle\square$, $\triangle\square\square$ 의 두 가지 경우가 있고, $\triangle$ 에 10가지 $\square$ 가 9 가지이므로, 구하는 경우의 수는

$(10 \times 9) \times 2 = 180$

20. 0, 1, 2, 3, 4, 5 의 6 개의 숫자를 한번씩 사용하여 네 자리의 정수를 만들 때, 양 끝이 홀수인 자연수의 개수를 구하면?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 72 개

해설

양 끝이 홀수이므로 1, 3, 5 중 2 개를 배열하는 경우의 수는

$${}_3P_2 = 6$$

두 홀수를 제외한 나머지 4 개의 숫자를 배열하는 경우의 수는

$${}_4P_2 = 12$$

$$\text{따라서 } 6 \times 12 = 72$$

21. 서울의 어떤 지역에서는 국번 4자리를 포함하여 8자리의 전화 번호를 사용하고 있다. 국번에 사용할 수 있는 숫자가 2, 4, 6, 8, 0일 때, 이 지역에서 사용할 수 있는 전화 번호는 몇 개인가? 단, 국번의 첫 번째 자리의 숫자는 0이 아니고, 숫자는 중복하여 사용한다.
- ① 4500000 ② 4999999 ③ 5000000
④ 6250000 ⑤ 7000000

해설

국번을 먼저 생각하면 첫 번째 자리에 올수 있는 가지수는 4 가지이고
나머진 모두 5 가지 이다.
∴ $4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$
뒤의 4 자리는 각각 10 가지씩 가능하다.
∴ $500 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 5000000$

22. 남학생 4명, 여학생 6명 중에서 반장 1명, 부반장 1명을 뽑을 때, 반장, 부반장 중에서 적어도 한 명은 여자인 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 78가지

해설

전체의 경우에서 모두 남자인 경우의 수를 빼준다.

$${}_{10}P_2 - {}_4P_2 = 90 - 12 = 78$$

23. 숫자 0, 1, 2, 3, 4, 5를 중복하여 만든 자연수를 크기가 작은 순서로 배열할 때, 1000은 몇 번째 수인가?

① 181 ② 215 ③ 216 ④ 256 ⑤ 257

해설

처음 일의 자리일 때는 5가지가 가능하고 그 다음부터는 6번마다 자리 수가 변경 된다.

100이 되기 전까지 개수 : $(6 \times 6) - 1 = 35$

100 ~ 999 : $(6 \times 6) \times 5 = 180$

따라서 1000은 $180 + 35 + 1 = 216$ 번째 수이다.

24. 남자 6명, 여자 6명의 모임에서 4명의 대표를 뽑을 때, 남자와 여자를 적어도 1명씩 뽑는 방법의 수는?

① 455 ② 465 ③ 475 ④ 485 ⑤ 495

해설

전체의 경우의 수에서 남자만 뽑거나, 여자만 뽑는 경우를 빼준다. ${}_{12}C_4 - ({}_6C_4 + {}_6C_4) = 465$

25. 집합 $X = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 X 에서 X 로의 일대일 대응의 개수는?

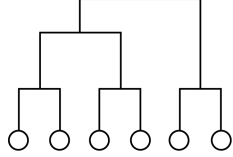
- ① 16 개 ② 24 개 ③ 30 개 ④ 42 개 ⑤ 54 개

해설

집합 X 의 원소를 나열하는 방법의 수와 같다.

$${}_4P_4 = 24(\text{개})$$

26. 갑, 을, 병, 정, 무, 기의 여섯 팀이 다음 그림과 같은 대진표에 의해 축구경기를 하려고 할 때, 대진표를 작성하는 경우의 수는?



- ① 30 ② 32 ③ 35 ④ 38 ⑤ 45

해설

6팀 중에 먼저 2팀을 골라 (4,2) 팀으로 나눈다.
그 경우의 수는 ${}_6C_2 = 15$ (가지)
나머지 4팀이 한 쪽에서 시합을 하는 경우는
3가지이므로 구하는 경우의 수는
 $15 \times 3 = 45$ (가지)

27. 키가 모두 다른 남학생 세 명과 여학생 세 명이 일렬로 놓인 의자에 앉으려고 한다. 남학생끼리는 키가 작은 학생이 큰 학생보다 왼쪽에 앉아야 할 때, 방법의 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 120

해설

남학생 세 명이 앉는 순서는 정해져 있다.
6명이 앉는 방법의 수를 남학생 3명이 자리를 바꿔 앉는 방법의 수로 나누면

$$\frac{6!}{3!} = 120$$

28. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㄱ. ${}_3nC_{n-1} = {}_{3n}C_{2n+1}$
ㄴ. ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_n$
ㄷ. ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (단, $n \geq 2$)

- ① ㄱ ② ㄱ, ㄴ ③ ㄱ, ㄷ
④ ㄷ ⑤ ㄱ, ㄴ, ㄷ

해설

㉠ ${}_nC_r = {}_nC_{n-r}$ 이므로
 ${}_3nC_{n-1} = {}_{3n}C_{3n} - (n-1) = {}_{3n}C_{2n+1}$ (참)
㉡ ${}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!}$ 에서
 ${}_nP_r = r! \times {}_nC_r$
 ${}_{4n}P_{3n} = (3n)! \times {}_{4n}C_{3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_{4n-3n}$
 $= (3n)! \times {}_{4n}C_n$ (참)
㉢ ${}_nC_r = {}_{n-1}C_{r-1} + {}_{n-1}C_r$ 이므로
 ${}_{2n+1}C_{n+2} = {}_{2n}C_{n+1} + {}_{2n}C_{n+2}$
 $= {}_{2n}C_{2n-(n+1)} + {}_{2n}C_{2n-(n+2)}$
 $= {}_{2n}C_{n-1} + {}_{2n}C_{n-2}$ (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢ 이다.

29. 대학수학능력시험에서 과학탐구 영역을 선택하는 학생은 물리Ⅰ, 화학Ⅰ, 생물Ⅰ, 지구과학Ⅰ, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ 이 8개 과목 중에서 최대 4과목까지 응시할 수 있다. 단, 물리Ⅱ, 화학Ⅱ, 생물Ⅱ, 지구과학Ⅱ의 4개 과목에서는 2과목까지만 선택할 수 있다. 어떤 학생이 과학탐구 영역에서 3개 과목을 선택하려고 할 때, 모든 경우의 수는?

- ① 48
- ② 52
- ③ 56
- ④ 62
- ⑤ 74

해설

(Ⅰ, Ⅱ) = (3, 0), (2, 1), (1, 2)가 가능하고
각각의 경우를 구해 더한다.

$\therefore {}_4C_3 + {}_4C_2 \times {}_4C_1 + {}_4C_1 \times {}_4C_2 = 52$

30. 십이각형의 서로 다른 대각선의 교점 중 세 선분이 교차하는 점이 없다고 할 때 대각선의 교점은 몇 개인지 구하여라. (단 꼭짓점은 제외한다.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 495 개

해설

대각선의 교점은 두 대각선에 의해 결정되고 두 대각선은 4개의 점에 의해 결정되므로 십이각형의 대각선의 교점의 최대 개수는 ${}_{12}C_4=495$

31. 6 명이 타고 있는 승강기가 1 층부터 4 층까지의 4 개 층에서 선다. 각각 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 경우의 수는?

① 60 ② 120 ③ 180 ④ 240 ⑤ 360

해설

6 명을 2 명씩 3 조로 나누는 방법은

$${}_6C_2 \times {}_4C_2 \times \frac{1}{3!} = 15,$$

4 개 층 중 3 개 층에 내리므로, $15 \times {}_4P_3 = 360$ (가지)

32. 어떤 원자의 전자들은 에너지의 증감에 따라 세 가지 상태 a, b, c 로 바뀐다. 이 때, 다음 규칙이 적용된다고 하자.

규칙1: 에너지가 증가하면 b 상태의 전자는 c 상태로 올라가고, a 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 c 상태로 올라간다.
규칙2: 에너지가 감소하면 b 상태의 전자는 a 상태로 내려가고, c 상태의 전자 중 일부는 b 상태로, 나머지는 a 상태로 내려간다.

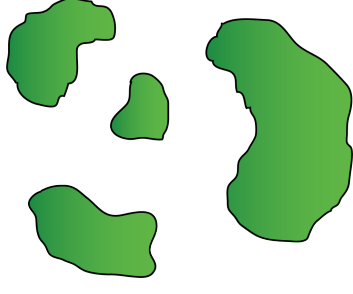
<단계1>에서 전자는 a 상태에 있다. 에너지가 증가하여 <단계2>가 되면 이 전자는 b 상태 또는 c 상태가 된다. 이때, 이 전자가 취할 수 있는 변화의 경로는 $a \rightarrow b$ 와 $a \rightarrow c$ 의 2가지이다. 다시 에너지가 감소하여 <단계3>이 되면, 이 때까지의 가능한 변화 경로는 $a \rightarrow b \rightarrow a, a \rightarrow c \rightarrow b, a \rightarrow c \rightarrow a$ 의 3가지이다. 이와 같이 순서대로 에너지가 증감을 반복할 때, <단계1>부터 <단계7>까지 이 전자의 가능한 변화 경로의 수는?

- ① 18
- ② 19
- ③ 20
- ④ 21
- ⑤ 22

해설

단계 1 : 1 가지,
단계 2 : 2 가지,
단계 3 : 3 가지,
단계 4 : 5 가지 ...
즉, 피보나치 수열을 이룬다.
따라서 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21,
∴ 단계 7 : 21

33. 다음 그림과 같이 4 개의 섬이 있다. 3 개의 다리를 건설하여 4 개의 섬 모두를 연결하는 방법의 수를 구하여라.



▶ 답 : 개

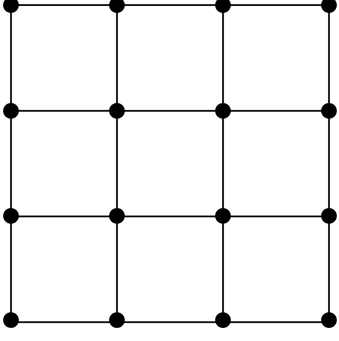
▷ 정답 : 16 개

해설

4개의 섬을 A, B, C, D 라 하자.
 (i) 한 섬에 다리를 1개 또는 2개를 건설하는 경우는
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$
 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$
 $\vdots$
 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$
 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$
 $\vdots$
 $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)
 $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ 와 $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$,
 $A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow B$ 와 $B \rightarrow D \rightarrow C \rightarrow A$ 는 같은 방법
 이므로
 $\frac{24}{2} = 12$ (가지)
 (ii) 아래의 그림과 같이 한 섬에 세 개의 다리를 건설하는 경우는 4 가지이다.

$\therefore 12 + 4 = 16$ (가지)

34. 아래 그림과 같이 정사각형 모양으로 16 개의 점이 있다. 이 중 세 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형은 몇 개인가?

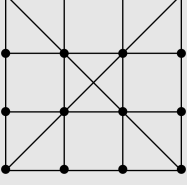


- ① 342
- ② 428
- ③ 489
- ④ 516
- ⑤ 642

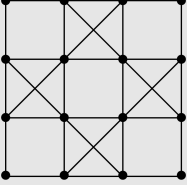
해설

전체 삼각형의 개수에서 일직선 위에 있는 점들 중 3 개를 고를 경우를 제한한다.

1) 점 4 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 10 가지



2) 점 3 개가 한 직선 위에 있는 경우 : 4 가지



$$_{16}C_3 - (_4C_3 \times 10 + _3C_3 \times 4) = 516$$