

1. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 탑니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가?

① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

2. 108, 135 의 최대공약수는?

① 2^2

② 3^3

③ 2^3

④ 3×5

⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

3. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$270 = 2 \times 3^3 \times 5$ 이고 $18 = 2 \times 3^2$ 이므로
 $a = 3^2 = 9$

4. 다음 두 수 $2^a \times 3^3 \times 5^2$, $2^5 \times 3^2 \times 5^{a+1}$ 의 최소공배수가 $2^5 \times 3^3 \times 5^{a+1}$ 일 때, 다음 중 자연수 a 가 될 수 없는 것은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

2^a 와 2^5 의 최소공배수가 2^5 이므로 a 는 5 이하의 수가 되어야 한다.

또한 5^2 과 5^{a+1} 의 최소공배수가 5^{a+1} 이므로 $a+1$ 은 2 이상의 수가 되어, a 는 1 이상의 수가 된다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1, 2, 3, 4, 5이다.

5. 세 자연수의 비가 $2:3:5$ 이고, 최소공배수가 240 일 때, 세 자연수의 합은?

① 16 ② 24 ③ 40 ④ 80 ⑤ 120

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $3 \times x$, $5 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x \overline{) 2 \times x \quad 3 \times x \quad 5 \times x} \\ \underline{2 \quad 3 \quad 5} \end{array}$$

$x \times 2 \times 3 \times 5 = 240$ 이므로 $x = 8$

따라서, 세 자연수는 16, 24, 40 이므로

세 자연수의 합은 $16 + 24 + 40 = 80$ 이다.

6. 서로 맞물려 도는 톱니바퀴 ㉠과 ㉡이 있다. ㉠의 톱니 수는 20, ㉡의 톱니 수는 15일 때, 이 톱니가 같은 이에서 다섯 번째로 다시 맞물리는 것은 ㉡이 몇 바퀴 돈 후인가?

- ① 16 바퀴
- ② 18 바퀴
- ③ 20 바퀴
- ④ 21 바퀴
- ⑤ 24 바퀴

해설

20 와 15 의 최소공배수는 60 이다.
같은 지점에 첫번째로 맞물릴 때까지 ㉡ 톱니바퀴는 $60 \div 15 = 4$ (바퀴) 회전하므로
다섯번째로 맞물릴때까지 바퀴 수는 $4 \times 5 = 20$ (바퀴) 이다.

7. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

8. 6으로 나누면 5가 남고, 5로 나누면 4가 남고, 4로 나누면 3이 남는 세 자리의 자연수 중 가장 작은 수를 구하여라.

① 116 ② 117 ③ 118 ④ 119 ⑤ 120

해설

구하는 수를 x 라 하면 $(x+1)$ 은 6, 5, 4 의 공배수이다.

$$\begin{array}{r} 6 \overline{) 6 \quad 5 \quad 4} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$$\therefore \text{최소공배수} = 2 \times 3 \times 5 \times 2 = 60$$

세 자리의 공배수 중 가장 작은 수는 $60 \times 2 = 120$ 이고

$$x+1 = 120 \quad \therefore x = 119$$

9. $\frac{12}{n}, \frac{56}{n}, \frac{32}{n}$ 를 자연수로 만드는 자연수 n 들을 모두 곱하면?

- ① 12 ② 10 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

n 은 12, 56, 32 의 공약수, 공약수는 최대공약수의 약수이므로
12, 56, 32 의 최대공약수는 4 이다.
4 의 약수는 1, 2, 4 이다.
따라서 8 이다.

10. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는
분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

- ① $\frac{8}{7}$
- ② $\frac{48}{7}$
- ③ $\frac{8}{105}$
- ④ $\frac{48}{105}$
- ⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

11. 자연수 N 을 80 으로 나누면 몫이 2 이고 나머지가 r 이다. r 의 약수가 5 개일 때, N 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 176

해설

$N = 80 \times 2 + r$ 이고 r 의 약수가 5 개이므로,
 r 은 80 보다 작은 수 중 약수가 5 개인 수이다.
약수가 5 개이라면 반드시 같은 수의 제곱이 포함되므로,
1, 4, 16, 25, 36, 49, 64 중 약수가 5 개인 수를 찾으면 된다. $\rightarrow$
 $r = 16$
 $\therefore N = 80 \times 2 + 16 = 176$

12. 200 에 가장 가까운 7 의 배수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 203

해설

$7 \times 28 = 196$, $7 \times 29 = 203$ 이므로 200 에 가장 가까운 7 의 배수는 203 이다.

13. 네 자리 자연수 $b3a1$ 이 11 의 배수이고, $c581$ 이 9 의 배수일 때, $\frac{a+b}{c}$

의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : $\frac{15}{4}$

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀
절댓값이 0 이거나 11 의 배수이면 되므로,
 $a + b - 4 = 11k$ 이므로, $a + b = 4, 15$ 이다.
9 의 배수는 각 자리의 수를 더한 값이 9 의 배수이므로
 $c + 5 + 8 + 1 = 9n$ 이므로, $c = 4$ 이다.
 $\therefore \frac{a+b}{c} = 1, \frac{15}{4}$

14. 일곱 자리 자연수 $40ab644$ 는 7 의 배수이고, $10a + b$ 는 소수이다. 이러한 일곱 자리의 수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4011644

▷ 정답 : 4053644

▷ 정답 : 4067644

해설

7 의 배수는 뒤에서부터 세 자리씩 끊어서 더하고 뺄 수가 0 이거나 7 의 배수인 수이므로,

$$4 - ab + 644 = 7k$$

$$\rightarrow 648 - ab = 7k \text{ 이므로}$$

$ab = 04, 11, 18, 25, 32, 39, 46, 53, 60, 67, 74, 81, 88, 95$ 이다.

$10a + b$ 가 소수인 수는 11, 53, 67 이므로, 만족하는 일곱 자리 자연수는 4011644, 4053644, 4067644 이다.

15. 다섯 자리의 수 5□142 은 2 의 배수이면서 3 의 배수이다.

□ 안에 알맞은 숫자를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 6

▷ 정답 : 9

해설

2 의 배수이면서 3 의 배수인 수는 50142,53142,56142,59142 이다.

16. $\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}}$ 은 정수, n 은 정수라 할 때, n 이 될 수 있는 수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

$\left(\frac{1}{3^{18}}\right)^{\frac{1}{n}} = (3^{-18})^{\frac{1}{n}} = 3^{-\frac{18}{n}}$
 $3^{-\frac{18}{n}}$ 이 정수가 되는 n 의 값은
-1, -2, -3, -6, -9, -18로 6개이다.

17. $2^a = 32$, $5^b = 625$ 를 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$2^5 = 32$, $5^4 = 625$ 이므로 $a \times b = 20$ 이다.

18. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① 1 은 소수이다.
- ② 모든 소수는 홀수이다.
- ③ 두 소수의 곱은 합성수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 9 개이다.
- ⑤ 소수의 제곱은 항상 네 개의 약수를 갖는다.

해설

- ① 1 은 소수도 합성수도 아니다.
- ② 2 는 소수이지만 짝수이다.
- ④ 20 이하의 소수는 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 이므로 총 8 개이다.
- ⑤ 소수 a 의 제곱은 항상 세 개의 약수 $(1, a, a^2)$ 를 갖는다.

소수의 제곱	약수
$2^2=4$	1, 2, 4
$3^2=9$	1, 3, 9
$5^2=25$	1, 5, 25
$\vdots$	$\vdots$

19. 다음 중 자연수를 소인수들만의 곱으로 나타낸 것 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

- ㉠

$72 = 2^3 \times 3^2$
- ㉡

$105 = 5 \times 21$
- ㉢

$147 = 3 \times 7^2$
- ㉣

$225 = 3^3 \times 5^3$
- ㉤

$240 = 2^3 \times 5 \times 6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

- $\text{㉡} 105 = 3 \times 5 \times 7$
- $\text{㉣} 225 = 3^2 \times 5^2$
- $\text{㉤} 240 = 2^4 \times 3 \times 5$

20. $126 = a^l \times b^m \times c^n$ 으로 소인수분해될 때, $a + b + c - l - m - n$ 의 값을 구하여라. (단, $a < b < c$ 인 소수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} 126 &= 2 \times 3^2 \times 7 = a^l \times b^m \times c^n \\ \therefore a &= 2, b = 3, c = 7, l = 1, m = 2, n = 1 \\ \therefore a + b + c - l - m - n &= 2 + 3 + 7 - 1 - 2 - 1 = 8 \end{aligned}$$

21. $1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 10$ 을 소인수분해 했을 때 소인수의 합을 a , 소인수의 지수의 합을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$\begin{aligned} & 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times 2 \times 3 \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times 2 \times 5 \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ &a = 2 + 3 + 5 + 7 = 17 \\ &b = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \\ &\therefore a + b = 17 + 15 = 32 \end{aligned}$$

22. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되지 않는 수는?

- ① $2 \times 3 \times 3$ ② $2^2 \times 5^2$ ③ 16
④ $2^2 \times 3^2 \times 5^2$ ⑤ 81

해설

① 지수가 모두 짝수가 아니므로 자연수의 제곱이 되지 않는 수이다.

23. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20 보다 작은 수의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20 보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3 개이다.

24. 300 을 가능한 한 작은 자연수 a 로 나누어 어떤 자연수 b 의 제곱이 되도록 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

어떤 자연수의 제곱이 되려면 소인수분해했을 때 모든 소인수의 지수가 짝수이어야 한다.

$300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 a 는 3, 3×2^2 , 3×5^2 , $3 \times 2^2 \times 5^2$ 이 될 수 있고 가장 작은 a 는 3 이다.

나눈 후에는 $300 \div 3 = 100 = 10^2$ 이 된다.

$\therefore a = 3, b = 10$

$\therefore a + b = 13$

25. 75 에 가장 작은 자연수를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 곱해야 할 수는?

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

$75 = 3 \times 5^2$ 이므로 어떤 자연수의 제곱이 되도록 하기 위해 곱해 주어야 할 수 중 가장 작은 수는 3이다.

26. 자연수 n 의 소인수들의 합을 $P(n)$ 으로 나타낸다. 예를 들어, $18 = 2 \times 3^2$ 이므로 $P(18) = 2 + 3 = 5$ 이다. 이 때, $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{P(30)+P(60)}{P(12)+P(24)}$ 를 만족하는 x 의 값 중 두 자리 자연수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 45

▷ 정답 : 75

해설

$P(30) = 10, P(60) = 10, P(12) = 5, P(24) = 5$ 이므로
 $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{P(30)+P(60)}{P(12)+P(24)}$ 에서
 $\frac{P(x)-4}{P(x)-6} = \frac{10+10}{5+5} = 2$
 $P(x)-4 = 2P(x)-12$
 $P(x) = 8$
소인수의 합이 8 인 수는 3 과 5 만을 소인수로 가진 수이다.
 $\therefore x = 15, 45, 75$

27. 약수의 개수가 12 개인 어떤 자연수 n 을 소인수분해하면 $a^x \times b^y (a \neq b)$ 이다. 이러한 자연수 n 중에서 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 72

해설

$a^x \times b^y (a \neq b)$ 가 12 개의 약수를 가지려면,
 $(x + 1) \times (y + 1) = 12$
 $\rightarrow (x, y) = (1, 5), (2, 3), (3, 2), (5, 1)$
따라서, 이러한 x, y 의 값을 만족하는 수 중 가장 작은 수는
 $2 \times 3^5, 2^2 \times 3^3, 2^3 \times 3^2, 2^5 \times 3$ 중 하나이다.
 $\therefore$ 자연수 n 중에서 가장 작은 수= 72

28. 자연수 a 의 약수의 개수를 $[a]$ 이라 할 때, $[x] - [20] = 6$ 를 만족하는 가장 작은 x 의 값을 구한 것은?

① 42 ② 50 ③ 60 ④ 64 ⑤ 72

해설

$[x] - [20] = 6$
 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수는 $3 \times 2 = 6$ (개) 이다.
따라서 $[20] = 6$ 이므로
 $[x] - 6 = 6$
 $[x] = 12$
 $12 = 2 \times 6$ 일 때, $x = 2^5 \times 3 = 96$
 $12 = 3 \times 2 \times 2$ 일 때, $x = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$
 $12 = 4 \times 3$ 일 때, $x = 2^3 \times 3^2 = 72$
따라서 가장 작은 x 의 값은 60 이다.

29. 자연수 a 에 대하여 $P(a)$ 는 약수의 개수를 나타낸 다고 할 때,
 $P(1200) = P(3^5 \times 7^n)$ 에서 n 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$1200 = 2^4 \times 3 \times 5^2$ 이므로
약수의 개수는 $(4+1) \times (1+1) \times (2+1) = 30$ (개)
 $3^5 \times 7^n$ 의 약수의 개수는
 $(5+1) \times (n+1) = 6(n+1)$ (개)
 $6 \times (n+1) = 30$ 이므로 $n+1 = 5$ 이다.
 $\therefore n = 4$

30. $2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수가 45 개가 되기 위한 가장 작은 a 의 값은?

- ① 2 ② 3 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$2^4 \times a \times 5^2$ 의 약수의 개수는
 $(4+1) \times (a \text{의 지수} + 1) \times (2+1) = 45$ 으로 계산된다. (a 의 지수)+
 $1 = 3$ 이 되어야 한다.
그러므로 $9 = 3^2$ 이다.

31. $3^n(2^n + 2^{n+1})$ 의 약수의 개수가 30 개일 때, 자연수 n 을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} 3^n(2^n + 2^{n+1}) &= 3^n(2^n + 2 \times 2^n) \\ &= 3^n \times 3 \times 2^n \\ &= 3^{n+1} \times 2^n \end{aligned}$$

따라서 약수의 개수는 $(n+2)(n+1) = 30$ 이므로
 $n+2 = 6, n+1 = 5$

$\therefore n = 4$

32. 다음 중에서 옳은 것을 골라라.

- ㉠ 육십만 = 6×10^5

㉡ 50 이하의 소수는 15 개다.

㉢ 소수는 모두 홀수이다.

㉣ 약수의 개수는 모두 짝수이다.

㉤ 51 과 105 는 서로소이다.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

해설

- ㉠ (육십만) = $600000 = 6 \times 100000 = 6 \times 10^5$
- ㉡ 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47 의 15 개이다.
- ㉢ 2 는 짝수인 소수이다.
- ㉣ 4 의 약수는 1, 2, 4 로 3 개이다.
- ㉤ 51 과 105 의 최대공약수는 3 이다.

33. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

34. 18과 a 의 공약수가 1, 2, 3, 6일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가?

① 4 개 ② 5 개 ③ 6 개 ④ 7 개 ⑤ 8 개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30, 6 \times 7 = 42, 6 \times 8 = 48 \text{ 의 } 6 \text{ 개이다.}$$

35. 두 자연수 $21 \times x$ 와 $15 \times x$ 의 공약수가 4 개일 때 x 의 값이 될 수 있는 한 자리의 자연수는 모두 몇 개인가?
- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$21 \times x = 3 \times 7 \times x$, $15 \times x = 3 \times 5 \times x$
두 수의 최대공약수는 $3 \times x$,
공약수, 즉 최대공약수의 약수가 4 개이므로
최대공약수는 $a \times b$ (단, a, b 는 소수, $a \neq b$) 또는 a^3 풀이어야
한다.
따라서 x 가 될 수 있는 수는 2, 5, 7, 9 의 4 개이다.

36. 다음 조건을 모두 만족하는 자연수 n 중 가장 작은 수를 구하여라.

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 240

해설

- (1) n 은 5 의 배수인 세 자리 자연수이다. $\rightarrow n$ 은 5 의 인수를 가진다.
- (2) n 과 168 의 최대공약수는 24 이다.
 $168 = 2^3 \times 3 \times 7$, $24 = 2^3 \times 3 \rightarrow n$ 은 $2^3 \times 3$ 을 인수로 가지고 7 은 인수로 가지지 않는다.
- (3) n 을 15 로 나누면 어떤 자연수의 제곱수가 된다.
 $15 = 3 \times 5 \rightarrow n$ 은 인수 3, 5 의 지수가 홀수이고 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.
 $\therefore n$ 중 가장 작은 수 $= 2^4 \times 3 \times 5 = 240$

37. 8로 나누어떨어지는 자연수 k 와 286의 최대공약수는 26이고,
 $\frac{k}{10} = a^2$ (a 는 자연수)을 만족할 때, $a+k$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6786

해설

$$k = 2^3 \times a, 286 = 2 \times 11 \times 13$$

$\rightarrow k$ 는 2×13 은 인수로 가지고 11은 인수로 가지지 않는다.

$$\frac{k}{10} = a^2 \rightarrow k \text{는 } 2, 5 \text{의 지수가 홀수인 수이고, 나머지 인수의 지수는 짝수인 수이다.}$$

따라서, k 의 최솟값 $= 2^3 \times 5 \times 13^2 = 6760, a^2 = 676, a = 26$

$$\therefore a+k \text{의 최솟값} = 6786$$

38. 300 이하의 자연수 중 12의 배수와 15의 배수를 제외한 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

300 이하의 자연수 중 12의 배수의 개수는 25개, 15의 배수의 개수는 20개, 12와 15의 공배수의 개수는 5개이다. 따라서 $300 - 25 - 20 + 5 = 260$ 이다.

39. 분수 $\frac{x}{y}$ 의 분모에 18, 분자에 45 를 더해도 분수의 값은 변하지 않는다.
 x, y 의 최소공배수가 70 일 때, 자연수 x, y 를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 35$

▷ 정답 : $y = 14$

해설

$$\frac{x}{y} = \frac{x+45}{y+18}$$

$$\rightarrow x \times (y+18) = y \times (x+45)$$

$$\rightarrow 18x = 45y \rightarrow 2x = 5y$$

$$70 = 2 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$2x = 5y \text{ 를 만족하려면 } x = 35, y = 14 \text{ 이다.}$$

40. 어떤 학교에 남자 260 명, 여자 273 명의 신입생이 들어왔다고 한다. 반별 인원수가 같고 각 반에 속한 남녀의 비가 같도록 반을 나누려고 할 때, 최대 몇 반까지 나오는가?

① 14반 ② 13반 ③ 12반 ④ 11반 ⑤ 10반

해설

잘 수 있는 반의 수를 x 라 할 때,
 $260 = x \times \square$, $273 = x \times \triangle$
 x 는 260 과 273 의 최대공약수
 $260 = 2^2 \times 5 \times 13$, $273 = 3 \times 7 \times 13$
 $\therefore x = 13$

41. 가로 18cm, 세로 27cm, 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라.

▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 729cm³

해설

가로 18cm, 세로 27cm, 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피 = $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$

42. 동북이는 학교 운동장 한 편에 있는 농구 코트 주변에 철망을 설치하여 안전하게 농구를 하고자 한다. 철망은 가로 길이 24m, 세로 길이가 64m 인 농구 코트 주변에 일정한 간격으로 기둥을 고정시키고, ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치하고자 한다. 기둥은 처음 시작되는 지점과 끝나는 지점 그리고 모서리에는 반드시 고정시키고, 가능한 한 적게 사용하려고 한다면 모두 몇 개의 기둥이 필요하겠는가?

① 12개 ② 13개 ③ 14개 ④ 15개 ⑤ 16개

해설

기둥 사이의 간격을 x 라 할 때,
 $24 = x \times \square$, $64 = x \times \triangle$
 x 는 24와 64 의 최대공약수
 $24 = 2^3 \times 3$, $64 = 2^6$
 $\therefore x = 2^3 = 8$ (m)
기둥 사이의 간격을 8m 라 할 때
가로 $24 = 8$ (m) $\times 3$ (개), 세로 $64 = 8$ (m) $\times 8$ (개)
직사각형 모양의 운동장의 가장자리에 ‘ㄷ’자 형으로 망을 설치할 때 필요한 기둥의 수는
 $\therefore (2 \times 3) + 8 + 1 = 15$ (개)

43. 세 수 949, 1579, 2209 를 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 630

해설

949, 1579, 2209 를 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r$ 라고 하면

$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$1579 - 949 = 630, 2209 - 1579 = 630$ 이므로 최대공약수는 630 이다.

44. 68 을 어떤 두 자리 자연수 n 으로 나누면 5 가 남고, 109 를 n 으로 나누면 4 가 남는다. 자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다. p 를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 21

해설

68 을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 $5 \rightarrow n$ 은 5 보다 크고, 63 의 약수이다.

109 를 n 으로 나누면 나머지가 $4 \rightarrow n$ 은 4 보다 크고, 105 의 약수이다.

위 두 조건을 만족하는 n 의 값은 $n = 21$,

자연수 n 은 1 보다 큰 자연수 p 로 나누어 떨어진다는 것은 p 가 1 을 제외한 n 의 약수이다.

$\therefore p = 3, 7, 21$

46. 1 층에서 A 층까지 운행하는 엘리베이터는 12 분마다, 1 층에서 B 층까지 운행하는 엘리베이터는 15 분마다, 1 층에서 C 층까지 운행하는 엘리베이터는 18 분마다 1 층에서 문이 열린다. 세 엘리베이터가 처음 동시에 1 층에서 출발한 순간부터 쉬지 않고 반복해서 운행한다고 했을 때, 세 엘리베이터가 1 층에서 5 번째로 동시에 문이 열린 순간까지 A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 문이 열리는 횟수를 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 8 회

해설

12, 15, 18 의 최소공배수는 180 이다.
처음에 같이 열리므로 5 번째 같이 열리는 시간은 720 분 후이다.
12 와 15 의 최소공배수는 60 이므로,
(A 층까지 운행하는 엘리베이터와 B 층까지 운행하는 엘리베이터만 동시에 1 층에서 열리는 횟수)= $\frac{720}{60} - \frac{720}{180} = 8$ (회)

47. 어떤 교차로의 신호등 A는 10초 동안 켜져 있다가 2초 동안 꺼지고, 신호등 B는 12초 동안 켜져 있다가 3초 동안 꺼지며, 신호등 C는 14초 동안 켜져 있다가 4초 동안 꺼진다. 이 세 신호등이 동시에 켜진 후 다시 처음으로 동시에 켜지기까지는 몇 초가 걸리겠는가?
- ① 90초 ② 180초 ③ 210초
④ 360초 ⑤ 420초

해설

$10 + 2$, $12 + 3$, $14 + 4$ 의 최소공배수는 180이므로 180초 후에 다시 처음으로 동시에 켜진다.

48. 차가 8 인 두 수의 최대공약수가 4 , 최소공배수가 60 일 때 두 수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

두 수를 $4 \times a, 4 \times b$ 라 두면,
 $4 \times a - 4 \times b = 8 \rightarrow a - b = 2$,
 $4 \times a \times b = 60 \rightarrow a \times b = 15$,
 $a = 5, b = 3$ 이므로 두 수는 20, 12 이다.
 $\therefore$ (두 수의 합)= 32

49. 두 자연수의 곱이 972 이고, 최대공약수가 9 일 때, 차가 가장 작은 두 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 36

해설

두 자연수를 A, B 라 하고 최소공배수를 L 이라 하면 $972 = 9 \times L$ 이므로 $L = 108$

$$9) \begin{array}{r} A \quad B \\ a \quad b \end{array}$$

$$9 \times a \times b = 108$$

$$a \times b = 12 \text{ (단, } a, b \text{ 는 서로소)}$$

$$A = 9 \times a, B = 9 \times b \text{ 이고 } A > B \text{ 라 하면}$$

$$a = 12, b = 1 \text{ 또는 } a = 4, b = 3$$

$$(i) a = 12, b = 1 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 12 - 9 \times 1 = 99$$

$$(ii) a = 4, b = 3 \text{ 일 때}$$

$$A - B = 9 \times 4 - 9 \times 3 = 9$$

따라서, 차가 가장 작은 두 자연수는 27, 36 이다.

50. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개인 수는 모두 몇 개인가?

- ① 6개 ② 8개 ③ 9개 ④ 12개 ⑤ 14개

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개