1. 다음은 $\frac{21}{120}$ 의 분모를 10 의 거듭제곱 꼴로 고쳐서 소수로 나타내는 과정이다. A, B 에 들어가는 수의 합을 구하여라.

$$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times A}{2^3 \times 5 \times B} = \frac{175}{1000} = 0.175$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

$\frac{21}{120} = \frac{7}{40} = \frac{7}{2^3 \times 5} = \frac{7 \times 5^2}{2^3 \times 5 \times 5^2} = \frac{175}{1000} = 0.175$ 에서

A, B 에 들어가는 숫자는 각각 5^2 이다.

$\therefore A + B = 50$

2. 다음 분수 중에서 유한소수로 나타낼 수 <u>없는</u> 것을 모두 골라라.

① $\frac{24}{15}$ ② $\frac{12}{60}$ ③ $\frac{14}{5\times7^2}$
④ $\frac{25}{48}$ ⑤ $-\frac{24}{15}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

① $\frac{24}{15}=\frac{24}{3\times5}=\frac{8}{5}$

② $\frac{12}{60}=\frac{2^2\times3}{2^2\times3\times5}=\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{24}{15}=-\frac{2^3\times3}{3\times5}=-\frac{2^3}{5}$

이므로 유한소수이다.

③ $\frac{14}{5\times7^2}=\frac{2}{5\times7}$

④ $\frac{25}{48}=\frac{5^2}{2^4\times3}$

이므로 유한소수로 나타낼 수 없다.

3. 두 분수 $\frac{29}{180}$ 와 $\frac{8}{175}$ 에 같은 자연수 A 를 곱하여 모두 유한소수가 되도록 하려고 한다. 이 때, 가장 작은 자연수 A 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\frac{29}{180} = \frac{29}{2^2 \times 3^2 \times 5}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 9 의 배수를 곱해야 하고,

$\frac{8}{175} = \frac{8}{7 \times 5^2}$ 가 유한소수가 되도록 하려면 7 의 배수를 곱해야 한다.

따라서 A 는 9 와 7 의 최소 공배수이므로 63 이다.

4. $\frac{1}{42} \times A$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, A 의 값 중 가장 작은 자연수는?

① 3 ② 7 ③ 14 ④ 16 ⑤ 21

해설

$\frac{1}{42} \times A = \frac{1}{2 \times 3 \times 7} \times A$ 이므로 3 과 7 을 약분할 수 있으려면 A 는 21 의 배수이어야 한다.
따라서 가장 작은 자연수는 21 이다.

5. $\frac{5}{12}$ 와 $\frac{5}{9}$ 의 순환마디를 각각 a , b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\frac{5}{12} = 0.41\dot{6}$, $\frac{5}{9} = 0.\dot{5}$

$a = 6$, $b = 5$, $a + b = 11$

6. 어떤 기약분수를 소수로 나타내는데 A 는 분모를 잘못 보아 $2.\dot{3}$ 으로 나타내고, B 는 분자를 잘못 보아 $0.5\dot{9}$ 로 나타내었다. 처음의 분수를 소수로 나타내면?

① 0.6 ② 0.8 ③ 1.2 ④ 1.4 ⑤ 1.6

해설

$2.\dot{3} = \frac{23-2}{9} = \frac{21}{9} = \frac{7}{3}$ ∴ 분자 : 7

$0.5\dot{9} = \frac{59-5}{90} = \frac{54}{90} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ ∴ 분모 : 5

따라서 처음 분수를 소수로 나타내면 $\frac{7}{5} = 1.4$ 이다.

7. 다음 중 순환소수를 x로 놓고 분수로 고칠 때, $1000x - x$가 가장 편리하게 사용되는 것은?

① $0.5\dot{2}\dot{1}$ ② $0.\dot{5}2\dot{1}$ ③ $5.\dot{2}\dot{1}$ ④ $5.2\dot{1}$ ⑤ $5.5\dot{2}\dot{1}$

해설

② $1000x$와 x의 소숫점 아래 부분이 일치하는 $0.\dot{5}2\dot{1}$을 분수로 고칠 때 가장 편리한 식이 된다.

8. 다음 중 대소 관계가 옳은 것은?

① $0.\dot{1}\dot{3} > 0.1\dot{3}$ ② $0.\dot{2}0\dot{2} < 0.\dot{2}\dot{0}$ ③ $0.5 > 0.4\dot{9}$

④ $\frac{23}{99} < 0.\dot{2}\dot{3}$ ⑤ $0.\dot{2}\dot{3} < \frac{23}{90}$

해설

① $0.1313\cdots < 0.1333\cdots$

② $0.202202\cdots > 0.2020\cdots$

③ $0.4\dot{9} = \frac{45}{90} = \frac{1}{2}$

④ $0.\dot{2}\dot{3} = \frac{23}{99}$

⑤ $\frac{23}{99} < \frac{23}{90}$

9. $\frac{1}{5} < 0.\dot{x} \leq \frac{1}{3}$을 만족하는 자연수 x를 모두 더하면?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$\frac{1}{5} < \frac{x}{9} \leq \frac{1}{3}$

$\frac{9}{45} < \frac{5x}{45} \leq \frac{15}{45}$

$9 < 5x \leq 15$

$\frac{9}{5} < x \leq 3$

만족하는 x의 값은 2, 3이므로 모두 더하면 5이다.

10. $8.\dot{6}x - 1.\dot{3} = 3$ 을 만족하는 x 의 값을 소수로 나타내면?

① 0.5　　② 1　　③ 1.5　　④ 2　　⑤ 2.5

해설

$\frac{86-8}{9}x - \frac{13-1}{9} = \frac{27}{9}$

$\frac{78}{9}x - \frac{12}{9} = \frac{27}{9}$

$78x - 12 = 27$

$78x = 39$

$x = \frac{1}{2} = 0.5$

11. 어떤 수에 $1.\dot{6}$ 을 곱해야 할 것을 잘못하여 1.6 을 곱했더니, 정답과 오답의 차가 0.6 이 되었다. 어떤 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

어떤 수를 미지수 x 로 두면

$x \times 1.\dot{6} - x \times 1.6 = 0.6$

$x \times \left(\frac{15}{9} - \frac{16}{10}\right) = x \times \frac{6}{90} = \frac{6}{10}$

$\therefore\ x = 9$

12. 순환소수 $1.5\dot{1}$ 에 a 를 곱하면 자연수가 된다고 한다. 이때, a 의 값이 될 수 있는 가장 작은 자연수는?

① 3　　② 15　　③ 45　　④ 90　　⑤ 99

해설

$1.5\dot{1} = \frac{151-15}{90} = \frac{68}{45}$ 이므로 가장 작은 자연수 a 는 45 이다.

13. 다음 중 순환소수의 표현으로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $0.373737\cdots = 0.\dot{3}\dot{7}$

② $3.020202\cdots = 3.0\dot{2}$

③ $0.344444\cdots = 0.3\dot{4}$

④ $1.5131313\cdots = 1.5\dot{1}\dot{3}$

⑤ $3.213213\cdots = 3.\dot{2}\dot{1}\dot{3}$

해설

① $0.\dot{3}\dot{7}$
② $3.\dot{0}\dot{2}$
③ $0.3\dot{4}$
④ $1.5\dot{1}\dot{3}$
⑤ $3.\dot{2}1\dot{3}$

14. 다음 중 순환소수 $x = 0.2\dot{3}$을 분수로 나타내려고 할 때, 가장 편리한 식은?

① $100x - x$　② $1000x - x$　③ $100x - 10x$
④ $1000x - 100x$　⑤ $1000x - 10x$

해설

$$\begin{array}{rl} 100x &= 23.333\cdots \\ -)\ \ 10x &= \ \ 2.333\cdots \\ \hline 90x &= 21 \end{array}$$

따라서 ③ $100x - 10x$ 이다.

15. 순환소수 $0.3\dot{1}\dot{5}$ 를 분수로 나타내면 $\frac{208}{a}$ 이다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 660

해설

$0.3\dot{1}\dot{5} = \frac{312}{990} = \frac{104}{330} = \frac{208}{660}$ 이므로 a 는 660 이다.

16. $A + 0.\dot{2} = \frac{1}{3}$ 일 때, A 의 값을 순환소수로 나타내면?

① $0.\dot{1}$ ② $0.\dot{2}$ ③ $0.\dot{3}$ ④ $0.\dot{4}$ ⑤ $0.\dot{5}$

해설

$A + 0.\dot{2} = A + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$, $A = \frac{1}{3} - \frac{2}{9} = \frac{3}{9} - \frac{2}{9} = \frac{1}{9} = 0.\dot{1}$

17. $x = 2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ 12$ 일때, 분수 $\frac{1}{x}$ 이 유한소수가 되지 <u>않는</u> x 의 개수는?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

$6 = 2 \times 3,\ 12 = 2^2 \times 3$ 이므로 2 개이다.

18. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $-\frac{7}{30}$　② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$　③ $\frac{7}{125}$
④ $\frac{5}{2 \times 3^2}$　⑤ $\frac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$, ③ $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$

이므로 유한소수이다.

19. $0 < \frac{x}{15} < 1$ 인 유리수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 수는 모두 몇 개인지 구하여라.(단, x 는 자연수)

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 4 개

해설

$\frac{x}{15} = \frac{x}{3 \times 5}$ 가 유한소수이고 1 보다 작은 수이므로 $x =$ 3, 6, 9, 12 의 4 개이다.

20. $\frac{20}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수 20 번째 자리의 숫자와 소수 30 번째 자리의 숫자의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$\frac{20}{7} = 2.857142857142\cdots$ 이므로 6 개의 숫자가 반복된다. $20 = 6 \times 3 + 2$ 이므로 20 번째 자리의 숫자는 5 이고 $30 = 6 \times 5 + 0$ 이므로 30 번째 자리의 숫자는 2 이다. 따라서 합은 7 이다.