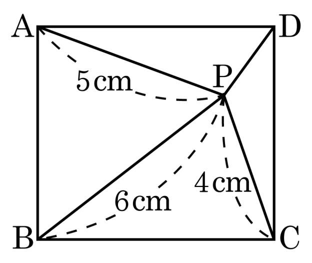
1. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 내부에 한 점 P가 있다. $\overline{\mathrm{AP}} = 5\,\mathrm{cm}, \overline{\mathrm{BP}} = 6\,\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CP}} = 4\,\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{PD}}$ 의 길이를 구하면?



① $3\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$ ② $\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$ ③ $5\sqrt{2}\,\mathrm{cm}$

④ $3\sqrt{3}\,\mathrm{cm}$ ⑤ $4\sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

해설

$\overline{\mathrm{PD}^2} + 6^2 = 5^2 + 4^2$, $\overline{\mathrm{PD}} = \sqrt{5}\,\mathrm{cm}$

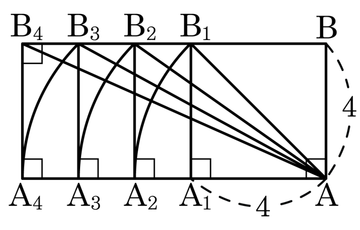
2. 대각선의 길이가 $6\sqrt{2}$ 인 정사각형의 넓이는?

① 12 ② 18 ③ 24 ④ 36 ⑤ 42

해설

피타고라스 정리를 적용하여
$(6\sqrt{2})^2 = x^2 + x^2$
$2x^2 = 72$
$x^2 = 36$
그런데, $x > 0$ 이므로
$x = \sqrt{36} = 6$
따라서 $6 \times 6 = 36$ 이다.

3. 한 변의 길이가 4cm 인 정사각형 □AA_1B_1B 가 있다. 점 A 를 중심으로 하여 $\overline{AB_1}$, $\overline{AB_2}$, $\overline{AB_3}$ 을 반지름으로 하는 호를 그릴 때, $\overline{AA_4}$ 의 길이는?



① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AA_2} = \overline{AB_1} = 4\sqrt{2}$

$\overline{AA_3} = \overline{AB_2} = \sqrt{(4\sqrt{2})^2 + 4^2} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$

$\overline{AA_4} = \overline{AB_3} = \sqrt{(4\sqrt{3})^2 + 4^2} = \sqrt{64} = 8$

4. 각 변의 길이가 $(x-2)$cm, $x$cm, 8cm 인 직각삼각형이 있다. 이 때, x의 값을 바르게 짝지어진 것은?

① $16, \sqrt{31}$　② $16, 1+\sqrt{31}$　③ $17, -1+\sqrt{31}$
④ $17, 1+\sqrt{31}$　⑤ $18, -1+\sqrt{31}$

해설

(i)$x \geq 8$ 일 때
$x^2 = (x-2)^2 + 64$
$x^2 = x^2 - 4x + 4 + 64$
$4x = 68$
$\therefore x = 17$
(ii)$x < 8$ 일 때
$64 = (x-2)^2 + x^2$
$64 = x^2 - 4x + 4 + x^2$
$2x^2 - 4x - 60 = 0$
$\therefore x = 1 + \sqrt{31} (\because x > 0)$

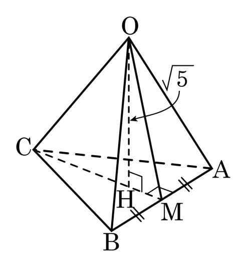
5. 이차함수 $y=-2x^2+8x-6$ 이 x 축과 만나는 좌표 중 오른쪽에 있는 점을 a, y 축과 만나는 점을 b 라고 할 때, 두 점 a, b 사이의 거리는?

① $\sqrt{5}$　② $3\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{5}$　④ $3\sqrt{3}$　⑤ $5\sqrt{3}$

해설

x 축과 만나는 점은 $y=0$ 일 때이므로 $(1,\ 0)$, $(3,\ 0)$ 이다.
이 중 오른쪽에 있는 점은 $(3,\ 0)$ 이고,
y 축과 만나는 점은 $x=0$ 일 때이므로 $(0,\ -6)$ 이다.
따라서 두 점 a, b 사이의 거리는
$\sqrt{(3-0)^2+\{0-(-6)\}^2}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$ 이다.

6. 다음 정사면체의 한 변의 길이 x와 부피V를 각각 구하면?



① $h = \frac{\sqrt{30}}{2}, V = \frac{3\sqrt{15}}{8}$

② $h = \frac{\sqrt{30}}{2}, V = \frac{5\sqrt{15}}{8}$

③ $h = \frac{\sqrt{30}}{2}, V = \frac{7\sqrt{15}}{8}$

④ $h = \frac{\sqrt{30}}{3}, V = \frac{5\sqrt{15}}{8}$

⑤ $h = \frac{\sqrt{30}}{3}, V = \frac{7\sqrt{15}}{8}$

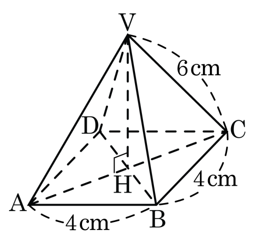
해설

높이는 $\frac{\sqrt{6}}{3}a = \sqrt{5}, \sqrt{6}a = 3\sqrt{5}$

$a = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{6}} = \frac{3\sqrt{30}}{6} = \frac{\sqrt{30}}{2}$

부피는 $\frac{\sqrt{2}}{12} \times \left(\frac{\sqrt{30}}{2}\right)^3 = \frac{\sqrt{2}}{12} \times \frac{30\sqrt{30}}{8} = \frac{5\sqrt{15}}{8}$

7. 다음 그림의 정사각뿔 V – ABCD 에서 $\overline{\mathrm{VH}}$ 의 길이는?



① $\sqrt{7}$ cm　② 4 cm　③ 5 cm　④ $2\sqrt{7}$ cm　⑤ $4\sqrt{2}$ cm

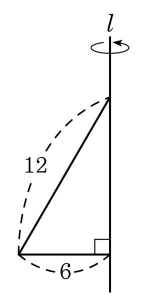
해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{\mathrm{AC}} = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\overline{\mathrm{AH}} = \frac{1}{2}\overline{\mathrm{AC}} = 2\sqrt{2}(\mathrm{cm})$

$\therefore\ \overline{\mathrm{VH}} = \sqrt{6^2-(2\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{7}(\mathrm{cm})$

8. 다음 그림과 같은 직각삼각형을 직선 l 을 축으로 하여 1 회전시킬 때 만들어지는 입체도형의 부피를 구하면?



① $42\sqrt{3}\pi$　② $48\sqrt{3}\pi$　③ $57\sqrt{3}\pi$

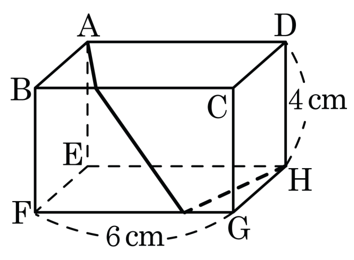
④ $63\sqrt{3}\pi$　⑤ $72\sqrt{3}\pi$

해설

밑면의 반지름의 길이는 6 이고, 원뿔의 높이는 $6\sqrt{3}$ 이다.

따라서 부피는 $36\pi \times 6\sqrt{3} \times \frac{1}{3} = 72\sqrt{3}\pi$ 이다.

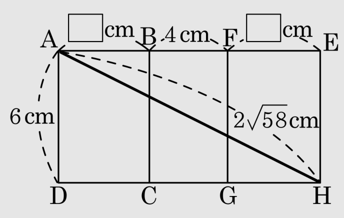
9. 다음 그림과 같이 직육면체의 점 A 에서 모서리 BC, FG 를 지나 점 H 에 이르는 최단거리가 $2\sqrt{58}$cm 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.



① 3 cm ② 4 cm ③ 5 cm ④ 6 cm ⑤ 7 cm

해설

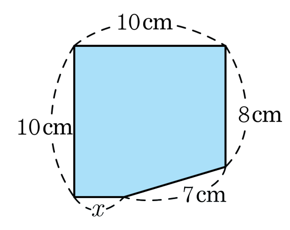
전개도를 그려보면



$\overline{DH} = \sqrt{(2\sqrt{58})^2 - 6^2}$
$= \sqrt{232 - 36}$
$= \sqrt{196}$
$= 14(\text{cm})$

$\therefore \overline{AB} = (14 - 4) \div 2 = 5(\text{cm})$

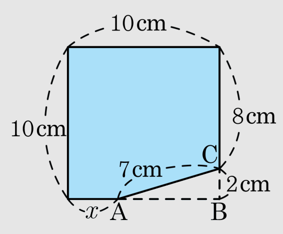
10. 한 변의 길이가 10cm 인 정사각형을 그림과 같이 잘랐을 때, x 의 값은? (단, $\sqrt{5} = 1.7$)



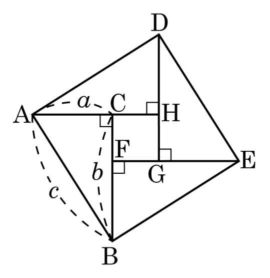
① 4.7 cm ② 4.9 cm ③ 5.1 cm
④ 5.3 cm ⑤ 5.5 cm

해설

자르기 전 정사각형을 그리면 그림과 같다. 잘려진 삼각형 ABC에 피타고라스 정리를 적용하면 $\overline{AB} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5} = 5.1(\text{cm})$
따라서 $x = 10 - 5.1 = 4.9(\text{cm})$ 이다.



11. 다음 그림은 직각삼각형 ABC와 합동인 삼각형을 붙여 정사각형 ABED를 만든 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\triangle\mathrm{ABC} \equiv \triangle\mathrm{EDG}$

② $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{GE}} = \overline{\mathrm{CF}}$

③ $\overline{\mathrm{FG}} = b - a$

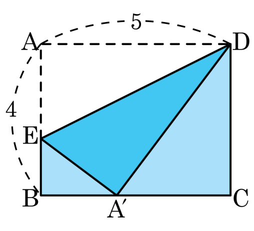
④ $\square\mathrm{ABED} = \square\mathrm{CFGH} + \triangle\mathrm{AHD} + \triangle\mathrm{ABC} + \triangle\mathrm{EFB} + \triangle\mathrm{GDE}$

⑤ $\square\mathrm{CFGH}$는 정사각형

해설

② $\overline{\mathrm{AC}} = \overline{\mathrm{DH}} = \overline{\mathrm{GE}} = \overline{\mathrm{BF}}$, $\overline{\mathrm{CF}} = \overline{\mathrm{BC}} - \overline{\mathrm{BF}}$

12. 직사각형 ABCD 를 다음 그림과 같이 점 A 가 변 BC 위에 오도록 접었을 때, $\triangle A'BE$ 의 넓이는?

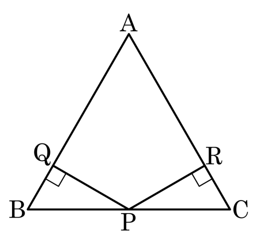


① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

$\overline{EB} = x$ 라 하면 $\overline{AE} = 4 - x$
$\overline{AD} = \overline{A'D} = 5$ 이므로 $\overline{A'C} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$, $\overline{A'C} = 3$, $\overline{BA'} = 2$ 이다.
$\triangle A'BE$ 에서 $(4 - x)^2 = x^2 + 2^2$
$8x = 12$ $\therefore$ $x = \frac{3}{2}$
$\therefore$ $\triangle A'EB = \frac{1}{2} \times \frac{3}{2} \times 2 = \frac{3}{2}$

13. 한 변의 길이가 10 인 정삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 위에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R이라 할 때, $\overline{PQ}+\overline{PR}$를 구하면?



① $5\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{2}$
④ 6 ⑤ 8

해설

$\triangle$ABC 의 넓이 $S_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{4} \times 10^2 = 25\sqrt{3}$

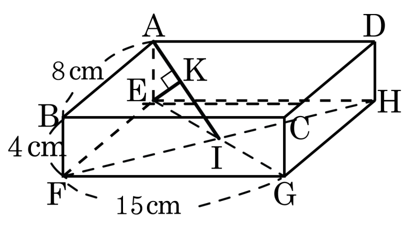
$\triangle$ABP 의 넓이 $S_2 = 10 \times \overline{PQ} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PQ}$

$\triangle$APC 의 넓이 $S_3 = 10 \times \overline{PR} \times \dfrac{1}{2} = 5\overline{PR}$

$S_1 = S_2 + S_3$ 이므로 $25\sqrt{3} = 5\overline{PQ} + 5\overline{PR}$

$\therefore\ \overline{PQ} + \overline{PR} = 5\sqrt{3}$

14. 다음 그림과 같은 직육면체에서 점 I 는 밑면의 대각선의 교점이고, 점 E 에서 $\overline{\mathrm{AI}}$ 에 내린 수선의 발을 K 라 할 때, $\overline{\mathrm{EK}}$ 의 길이를 구하면?



① $\frac{66\sqrt{353}}{353}$ ② $\frac{67\sqrt{353}}{353}$ ③ $\frac{68\sqrt{353}}{353}$
④ $\frac{69\sqrt{353}}{353}$ ⑤ $\frac{70\sqrt{353}}{353}$

해설

$\overline{\mathrm{EG}} = \sqrt{8^2+15^2} = 17 \quad \therefore \overline{\mathrm{EI}} = \frac{17}{2}$

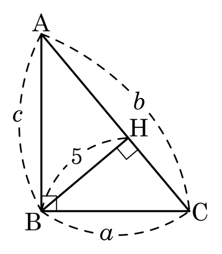
$\overline{\mathrm{AI}} = \sqrt{4^2 + \frac{17^2}{4}} = \frac{\sqrt{353}}{2}$

$\triangle$AEI 의 넓이를 이용하면

$\frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AE}} \times \overline{\mathrm{EI}} = \frac{1}{2} \times \overline{\mathrm{AI}} \times \overline{\mathrm{EK}}$

$17 = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{353}}{2} \times \overline{\mathrm{EK}} \quad \therefore \overline{\mathrm{EK}} = \frac{68\sqrt{353}}{353}$

15. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 의 점 B 에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, $a + b + c = 10$, $\overline{BH} = 5\,\mathrm{cm}$ 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하면?



① $25\,\mathrm{cm}^2$　② $\frac{25}{2}\,\mathrm{cm}^2$　③ $\frac{25}{3}\,\mathrm{cm}^2$
④ $5\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $10\,\mathrm{cm}^2$

해설

$(a+c) = 10 - b$ 이므로 양변 제곱을 하면 $(a+c)^2 = (10-b)^2$
$a^2 + 2ac + c^2 = b^2 - 20b + 100$ 피타고라스 정리에 의해서
$b^2 = a^2 + c^2$ 을 이용하면
$b^2 + 2ac = b^2 - 20b + 100$ 이므로
$2ac + 20b = 100 \cdots (1)$
또한 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \overline{AC} \times \overline{BH}$ 에서
$5b = ac \cdots (2)$
(1) 에 (2) 를 대입하면
$30b = 100$ 에서
$b = \frac{100}{30}$
따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는
$\frac{1}{2} \times 5b = \frac{50}{6} = \frac{25}{3}(\mathrm{cm}^2)$