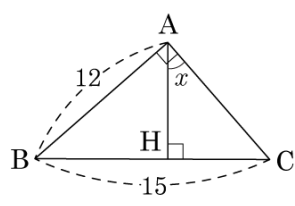


1. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90^\circ$ 이고, $\overline{BC} \perp \overline{AH}$ 이다. $\angle CAH = x$ 라 할 때, $\tan x$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{3}{4}$ ③ $\frac{4}{5}$
 ④ $\frac{5}{6}$ ⑤ $\frac{5}{6}$



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$$

$\triangle ABC \sim \triangle HAC$ ($\because$ AA 닮음)

$$x = \angle ABC \text{ 이므로 } \tan x = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$$

2. 이차방정식 $2x^2 + ax - 3 = 0$ 의 한 근이 $\sin 30^\circ$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 2

④ 5

⑤ 6

해설

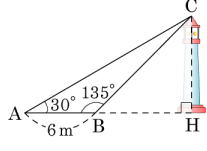
한 근이 $\frac{1}{2}$ 이므로 x 값에 대입하면

$$2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + a \times \left(\frac{1}{2}\right) - 3 = 0$$

$$1 + a - 6 = 0$$

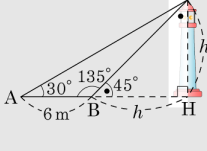
$a = 5$ 이다.

3. 다음 그림은 등대의 높이를 알아보기 위해 측정한 결과이다. 등대의 높이는?



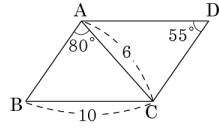
- ① $(3 - \sqrt{3})\text{m}$ ② $(3\sqrt{3} - 3)\text{m}$ ③ $(4\sqrt{3} - 1)\text{m}$
④ $(4\sqrt{3} + 1)\text{m}$ ⑤ $(3\sqrt{3} + 3)\text{m}$

해설



등대의 높이를 h 라 하면
 $\angle CBH = 45^\circ$ 이므로 $BH = h$
 $\angle CAH = 30^\circ$ 이므로
 $6 + h : h = \sqrt{3} : 1$, $\sqrt{3}h = 6 + h$
 $(\sqrt{3} - 1)h = 6$
 $\therefore h = \frac{6}{\sqrt{3} - 1} = 3(\sqrt{3} + 1) = 3\sqrt{3} + 3(\text{m})$

4. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하면?



- ① 30 ② $30\sqrt{2}$ ③ $30\sqrt{3}$ ④ $32\sqrt{2}$ ⑤ $32\sqrt{3}$

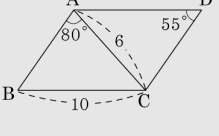
해설

(평행사변형 ABCD 의 넓이)

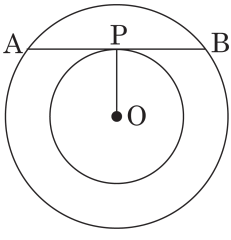
$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \sin 45^\circ \times 2$$

$$= \frac{1}{2} \times 10 \times 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \times 2$$

$$= 30\sqrt{2}$$



5. 다음은 점 O 를 원의 중심으로 하여 큰 원과 작은 원을 각각 그린 것이다. 원의 중심 O 에서 작은 원의 접선이고 큰 원의 현인 $\overline{AB}$ 를 그어 그 길이를 측정하려 한다. 작은 원의 반지름이 8 cm , 큰 원의 반지름이 12 cm 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이는?

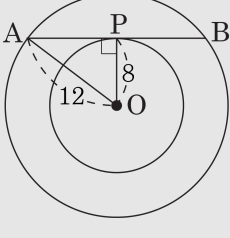


- ① $7\sqrt{5}$ cm ② $8\sqrt{5}$ cm ③ $9\sqrt{5}$ cm
 ④ $10\sqrt{5}$ cm ⑤ $11\sqrt{5}$ cm

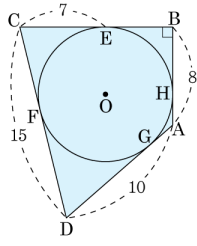
해설

$$\overline{PB} = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5} \text{ (cm)}$$

$$\overline{AB} = 2 \times 4\sqrt{5} = 8\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



6. 다음 그림과 같이 사각형 ABCD는 원 O의 외접사각형이고 점 E, F, G, H는 접점이다. 이 때, $\angle B = 90^\circ$ 이고 $AB = 8$, $CD = 15$, $AD = 10$ 일 때, 원 O의 반지름은?



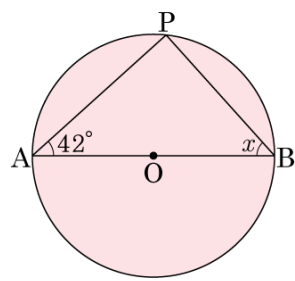
- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

외접사각형의 성질에 의해 $15 + 8 = 10 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 13$ 따라서 $\overline{BE} = 6$ 이다.
 이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H 에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
 사각형 BEOH 는 정사각형이 된다.
 그러므로 원의 반지름은 6 이다.

7. 다음 그림과 같이 호 AB가 반원이고, $\angle PAB = 42^\circ$ 일 때, $\angle ABP$ 의 크기를 구하면?

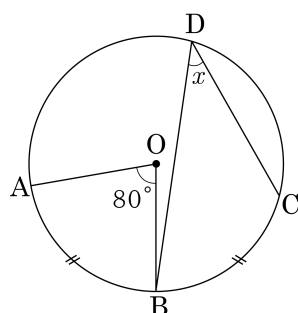
- ① 42° ② 44° ③ 46°
④ 48° ⑤ 50°



해설

5.0pt $\widehat{AB}$ 가 반원이므로
 $\angle APB = 90^\circ$
 $\therefore \angle ABP = 180^\circ - 90^\circ - 42^\circ = 48^\circ$

8. 다음 그림에서 $\angle BDC = x^\circ$, $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 라고 할 때, x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : °

▷ 정답 : 40 °

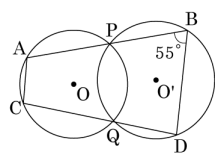
해설

$5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{BC}$ 이므로 두 호에 대한 원주각의 크기는 같다.

$$x^\circ = 80^\circ \times \frac{1}{2} = 40^\circ$$

$$\therefore x = 40^\circ$$

9. 다음 그림에서 $\angle DBP = 55^\circ$ 일 때, $\angle CAP$ 의 크기는?

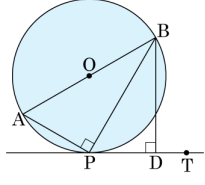


- ① 85° ② 95° ③ 105° ④ 115° ⑤ 125°

해설

$$\begin{aligned}\angle PQC &= \angle PBD = 55^\circ \\ \angle CAP + \angle PQC &= 180^\circ \\ \therefore \angle CAP &= 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ\end{aligned}$$

10. 다음 그림에서 원 O의 지름을 $\overline{AB}$, 점 P는 접점, 점 B에서 접선 PT에 내린 수선의 발을 D라 할 때, 다음 중 옳은 것은?



- ① $\angle BAP = \angle PBD$ ② $\overline{AP} = \overline{PD}$
 ③ $\overline{AB} \cdot \overline{BD} = \overline{BP}^2$ ④ $\triangle APB \cong \triangle BPD$
 ⑤ $\angle PAB + \angle BPD = 90^\circ$

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABP &\sim \triangle PBD \\ \overline{AB} : \overline{BP} &= \overline{BP} : \overline{BD} \\ \therefore \overline{BP}^2 &= \overline{AB} \cdot \overline{BD} \end{aligned}$$

11. $\tan A = 2$ 일 때, $\sin^2 A - \cos^2 A$ 의 값을 구하여라. (단, $0^\circ \leq A \leq 90^\circ$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{3}{5}$

해설

$\tan A = 2$ 를 만족하는 직각삼각형

ABC 를 만들면

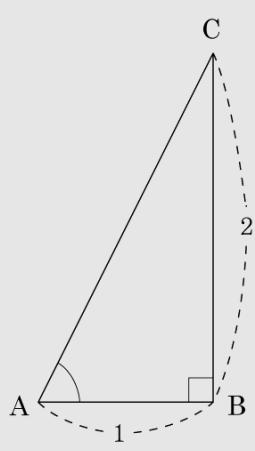
$$\overline{AC} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\therefore \sin A = \frac{2}{\sqrt{5}},$$

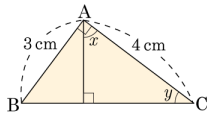
$$\cos A = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore \sin^2 A - \cos^2 A$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{1}{5} = \frac{3}{5}$$

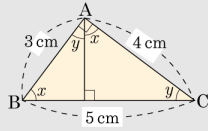


12. 다음 그림에서 $\sin y + \cos x$ 의 값은?



- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{4}{5}$ ③ 1 ④ $\frac{6}{5}$ ⑤ $\frac{7}{5}$

해설

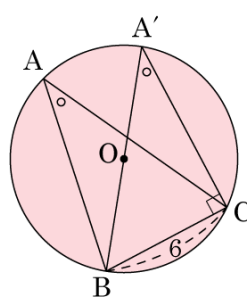


$$\sin y = \frac{3}{5}, \cos x = \frac{3}{5}$$

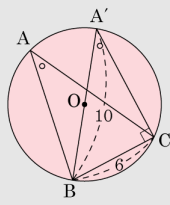
$$\therefore \sin y + \cos x = \frac{3}{5} + \frac{3}{5} = \frac{6}{5}$$

13. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 5 인 원 O 에 내접하는 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BC} = 6$ 일 때, $\sin A$ 의 값은?

- ① $\frac{3}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{4}$ ③ $\frac{3}{4}$
 ④ $\frac{3}{7}\sqrt{7}$ ⑤ $\frac{3}{2}$



해설



점 B 와 O 를 연결하는 선분이 원주와 만나는 점을 A' 라 할 때
 $\angle A = \angle A'$, $\angle A'CB = 90^\circ$ 이고

$$\overline{A'B} = 10$$

$$\therefore \sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{A'B}} = \frac{3}{5}$$

14. $\cos(2x + 40^\circ) = \frac{1}{2}$ 일 때, $\tan 6x$ 의 값은? (단, $0^\circ < x < 90^\circ$)

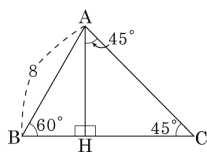
- ① $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{2}$ ③ 1 ④ $\sqrt{3}$ ⑤ 3

해설

$\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ 이므로 $2x + 40^\circ = 60^\circ$, $x = 10^\circ$ 이다.

$\therefore \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

15. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

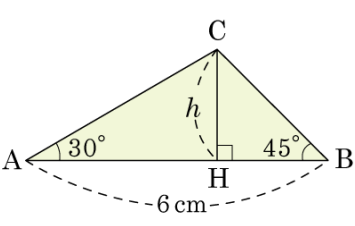
▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$\overline{AH} = 8 \times \sin 60^\circ = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3} \text{ 이므로}$$

$$\overline{AC} = \frac{\overline{AH}}{\cos 45^\circ} = \frac{4\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{6} \text{ 이다.}$$

16. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 45^\circ$
일 때, $\triangle ABC$ 의 높이 h 를 구하여
라.

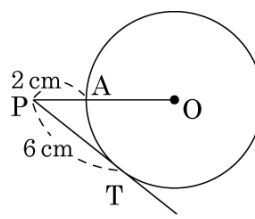


- ① $2(\sqrt{2}-1)$ ② $2(\sqrt{3}-1)$ ③ $3(\sqrt{2}-1)$
④ $3(\sqrt{3}-1)$ ⑤ $3(\sqrt{6}-1)$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AH} &= h \tan 60^\circ = \sqrt{3}h \\ \overline{BH} &= \overline{CH} = h \\ \overline{AB} &= \overline{AH} + \overline{BH} \\ 6 &= \sqrt{3}h + h = (\sqrt{3} + 1)h \\ \therefore h &= \frac{6}{\sqrt{3} + 1} = 3(\sqrt{3} - 1) \text{ (cm)}\end{aligned}$$

17. 다음 그림에서 $\overrightarrow{PA}$ 는 원 O의 접선이고 점 T는 접점이다. $PT = 6\text{ cm}$, $PA = 2\text{ cm}$ 일 때, 원 O의 반지름의 길이는?



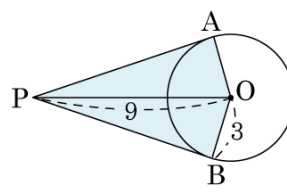
- ① 4 cm ② 6 cm ③ 7 cm
 ④ 8 cm ⑤ 12 cm

해설

$\overline{AO} = \overline{TO} = r$ 이라 하면,
 $\overline{OP}^2 = \overline{PT}^2 + \overline{OT}^2$ 에 의하여
 $(r + 2)^2 = 36 + r^2 \therefore r = 8$

18. 다음 그림에서 색칠한 부분의 넓이는?
(단, $\overline{PA}$, $\overline{PB}$ 는 원 O 의 접선)

- ① $6\sqrt{3}$ ② $9\sqrt{3}$ ③ $12\sqrt{3}$
 ④ $18\sqrt{2}$ ⑤ $20\sqrt{2}$



해설

$\triangle PAO \cong \triangle PBO$ 이므로 $\overline{PA} = \overline{PB}$

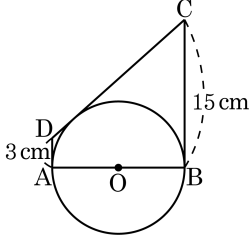
$\angle A = 90^\circ$ 이므로

$$\overline{PA} = \sqrt{9^2 - 3^2} = 6\sqrt{2}$$

$$\triangle PAO = 6\sqrt{2} \times 3 \times \frac{1}{2} = 9\sqrt{2}$$

$$\therefore \square PBOA = 9\sqrt{2} \times 2 = 18\sqrt{2}$$

19. 다음 그림에서 $\overline{AD}$, $\overline{DC}$, $\overline{BC}$ 는 반원 O의 접선이다. $AD = 3\text{ cm}$, $BC = 15\text{ cm}$ 일 때, 지름 AB의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $6\sqrt{5}\text{ cm}$

해설

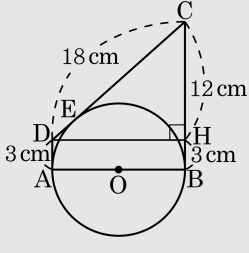
$\overline{DC}$ 와 원 O가 만나는 점을 E라 하면
 $\overline{DE} = \overline{DA} = 3\text{cm}$, $\overline{CE} = \overline{CB} = 15\text{cm}$
 이다.

또한, 점 D에서 내린 수선의 발을 H라
 하면

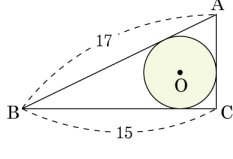
$\overline{DH} = \overline{AB}$ 이다.

$$\overline{AB} = \overline{DH} = \sqrt{18^2 - 12^2} = \sqrt{180} =$$

$$6\sqrt{5} \text{ (cm)}$$



20. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 내접원 O의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 9π

해설

$\overline{AC} = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$ 이므로

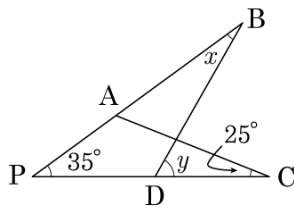
$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 15 \times 8 = 60$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내접원 O의 반지름의 길이를 r 이라 하면 $\triangle ABC =$

$\triangle BOC + \triangle AOC + \triangle AOB$ 이므로 $60 = \frac{1}{2} \times 15 \times r + \frac{1}{2} \times 8 \times r +$

$\frac{1}{2} \times 17 \times r$, $r = 3$ 이다. 따라서 원 O의 넓이는 $\pi \times 3^2 = 9\pi$ 이다.

21. 다음 그림에서 네 점 A, B, C, D가 한 원 위에 있을 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.



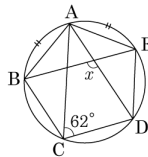
▶ 답 : $^\circ$

▷ 정답 : 85°

해설

$\angle PBD = \angle PCA$ 이므로 $x = 25$
 $y = 25 + 35 = 60$
 $\therefore x + y = 25 + 60 = 85$

22. 다음 그림에서 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이고 $\angle ACD = 62^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

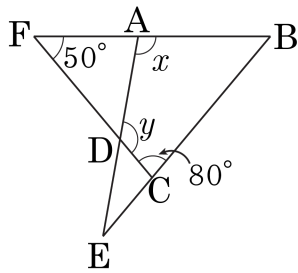


- ① 116° ② 117° ③ 118° ④ 119° ⑤ 120°

해설

□ACDE 에서
 $\angle AED = 180^\circ - \angle ACD = 180^\circ - 62^\circ = 118^\circ$ 이다.
 $5.0\text{pt}\widehat{AB} = 5.0\text{pt}\widehat{AE}$ 이므로
 $\angle ABE = \angle BCA = \angle ADE = \angle BEA = \angle y$ 라 하면
 $\angle BED = 118^\circ - \angle y$ 이다.
따라서 $\angle x = \angle BED + \angle ADE = 118^\circ - \angle y + \angle y = 118^\circ$ 이다.

23. 다음 그림에서 □ABCD가 원에 내접할 때, $\angle x, \angle y$ 의 크기로 바르게 짝지어 진 것을 고르면?

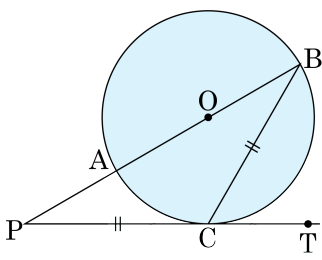


- ① $\angle x = 99^\circ, \angle y = 129^\circ$ ② $\angle x = 99^\circ, \angle y = 130^\circ$
 ③ $\angle x = 100^\circ, \angle y = 130^\circ$ ④ $\angle x = 100^\circ, \angle y = 140^\circ$
 ⑤ $\angle x = 110^\circ, \angle y = 140^\circ$

해설

△FBC 에서
 $\angle FBC = 180^\circ - 50^\circ - 80^\circ = 50^\circ$
 □ABCD 가 원에 내접하려면 대각의 크기의 합이 180° 이므로
 $\angle x + 80^\circ = 180^\circ \therefore \angle x = 100^\circ$
 $\angle y + 50^\circ = 180^\circ \therefore \angle y = 130^\circ$

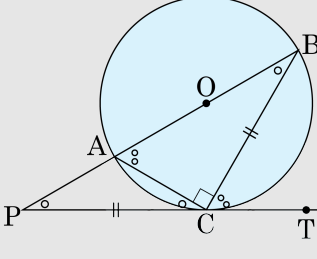
24. 다음 그림과 같이 원 O의 지름 AB의 연장선 위의 점 P에서 원 O에 접선 PT를 그려 그 접점을 C라 한다. $\overline{PC} = \overline{BC}$ 가 성립할 때, $\angle BCT$ 의 크기는?



- ① 35 ② 40 ③ 45
④ 50 ⑤ 60

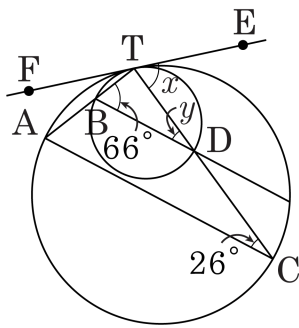
해설

점 A와 점 C를 이으면



$\angle B = a$ 라 하면 $\angle P = a$ ($\because$ 이등변삼각형)
 $\angle ACP = a$ (접선과 현이 이루는 각의 성질)
 $\triangle APC$ 의 외각 $\angle BAC = 2a$, $\angle ACB = 90^\circ$
 $\triangle ABC$ 에서 $3a = 90^\circ$, $a = 30^\circ$
 $\angle BCT = \angle BAC = 2a = 60^\circ$
 $\therefore \angle BCT = 60^\circ$

- 25.** 다음 그림과 같이 직선 TE 는 두 원의 접선이라 할 때, $\angle ACT = 26^\circ$, $\angle DBT = 66^\circ$ 이다. $2\angle x + 3\angle y$ 의 크기는?



- ① 200° ② 210° ③ 212° ④ 215° ⑤ 220°

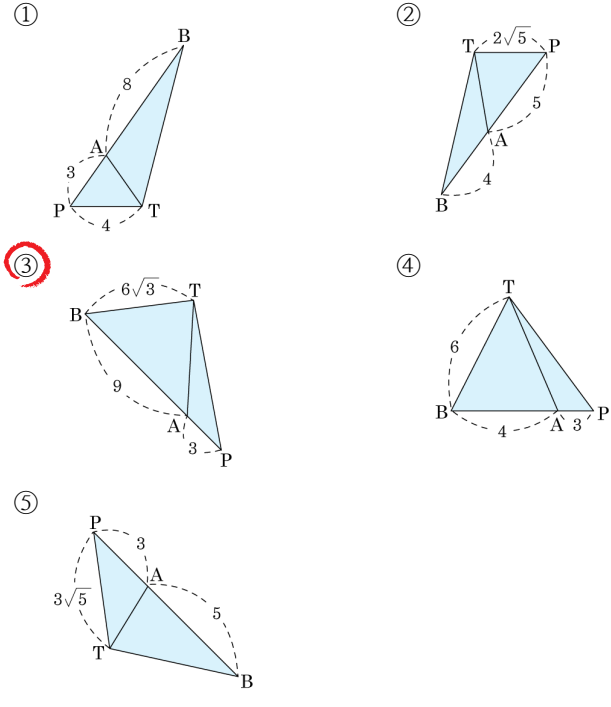
해설

$$\angle x = \angle \text{DBT} = 66^\circ$$

$$\angle y = \angle \text{FTB} = \angle \text{ACT} = 26^\circ$$

$$\therefore 2\angle x + 3\angle y = 2 \times 66^\circ + 3 \times 26^\circ = 210^\circ$$

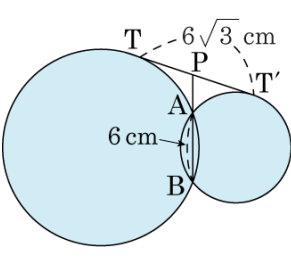
26. 다음 중 $\overline{PT}$ 가 삼각형 ABT 의 외접원의 접선이 될 수 있는 것은?



해설

③ $(6\sqrt{3})^2 = 9 \times 12$ 가 성립하므로 $\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$

27. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 두 원의 공통인 현이고 $\overline{TT'}$ 는 공통인 접선이다. $\overline{TT'} = 6\sqrt{3}\text{cm}$, $\overline{AB} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{PA}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3 cm

해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB} = \overline{PT'}^2 \text{ 이므로 } \overline{PT} = \overline{PT'} = 3\sqrt{3}\text{cm}$$

$$\overline{PA} = x\text{cm 라면}$$

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$(3\sqrt{3})^2 = x \times (x + 6)$$

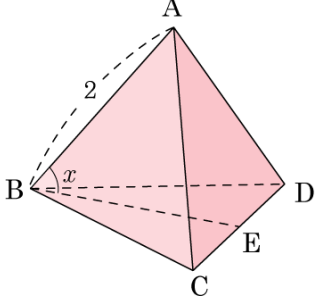
$$x^2 + 6x - 27 = 0$$

$$(x + 9)(x - 3) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 3$$

따라서 $\overline{PA} = 3(\text{cm})$ 이다.

28. 다음 그림과 같은 한 모서리의 길이가 2 인 정사면체 A-BCD 에서 CD 의 중점을 E, $\angle ABE = x$ 라 할 때, $\sin x$ 의 값이 $\frac{\sqrt{a}}{b}$ 이다. $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, a, b 는 유리수)



▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$\triangle BCD$ 는 정삼각형이므로

$\overline{BE} = \sqrt{3}$ 이고,

점 A 에서 $\overline{BE}$ 로 내린 수선의 발을 점 H 라고 하면, 삼각형 BCD 의 무게중심이므로

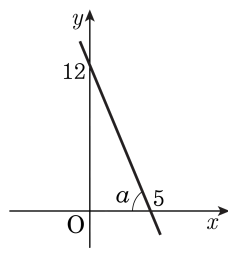
$$\overline{BH} = \frac{2}{3} \times \sqrt{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\overline{AH}^2 = 2^2 - \left(\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)^2 = \frac{8}{3}$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\frac{8}{3}}$$

따라서 $\sin x = \frac{\sqrt{6}}{3}$ 이므로 $a+b=9$ 이다.

29. 직선 $12x + 5y - 60 = 0$ 이 x 축과 이루는 예각의 크기를 a 라 할 때, $\sin a \times \cos a \times \tan a$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{144}{169}$

해설

직선 $12x + 5y - 60 = 0 \Rightarrow y = -\frac{12}{5}x + 12$ 이므로

$$\tan \theta = \frac{(\text{높이})}{(\text{밑변})} = \frac{(y\text{의 변화량})}{(x\text{의 변화량})} = |(\text{일차함수의 기울기})| = \frac{12}{5}$$

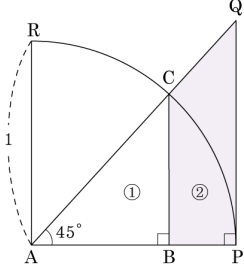
이고,

밑변이 5, 높이가 12 이므로 빗변은 $\sqrt{5^2 + 12^2} = 13$ 이다.

따라서 $\sin a = \frac{12}{13}$, $\cos a = \frac{5}{13}$ 이므로 $\sin a \times \cos a \times \tan a =$

$$\frac{12}{13} \times \frac{5}{13} \times \frac{12}{5} = \frac{144}{169} \text{ 이다.}$$

30. 다음 그림의 부채꼴 APR는 반지름의 길이가 1 이고 중심각의 크기가 90° 이다. ①과 ② 부분의 넓이를 구한 후 ②- ①의 값은?

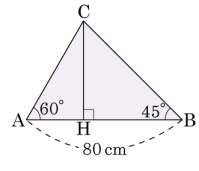


- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ 에서 } \overline{AC} &= 1, \angle A = 45^\circ \text{ 이므로 } \overline{AB} = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \\ \overline{BC} &= \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ \triangle APQ \text{ 에서 } \overline{AP} &= 1, \angle A = 45^\circ \text{ 이므로 } \overline{AQ} = \frac{1}{\cos 45^\circ} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \\ &\sqrt{2}, \overline{PQ} = \tan 45^\circ = 1 \\ \text{빋금친 부분의 넓이} &= \triangle APQ \text{ 의 넓이} - \triangle ABC \text{ 의 넓이} \\ \triangle APQ \text{ 의 넓이} &= \frac{1}{2} \times (1 \times 1) = \frac{1}{2} \\ \triangle ABC \text{ 의 넓이} &= \frac{1}{2} \times \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = \frac{1}{4} \cdots \text{ ①} \\ \therefore \text{빋금친 부분의 넓이} &= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{2}{4} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \cdots \text{ ②} \\ \therefore \text{②} - \text{①} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0 \end{aligned}$$

31. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{CH}$ 의 길이는?

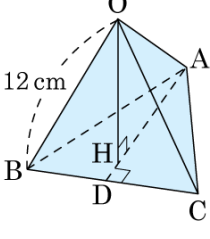


- ① $10(3 - \sqrt{3})\text{cm}$
- ② $20(3 - \sqrt{3})\text{cm}$
- ③ $30(3 - \sqrt{3})\text{cm}$
- ④ $40(3 - \sqrt{3})\text{cm}$
- ⑤ $50(3 - \sqrt{3})\text{cm}$

해설

$$\tan (90^{\circ}-60^{\circ})=\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}, \tan (90^{\circ}-45^{\circ})=\frac{\overline{BH}}{\overline{CH}}$$
$$\overline{CH}=\frac{80}{\tan (90^{\circ}-60^{\circ})+\tan (90^{\circ}-45^{\circ})}$$
$$=\frac{80}{\frac{\sqrt{3}}{3}+1}$$
$$=40(3-\sqrt{3})(\text{cm})$$

32. 한 모서리의 길이가 12 cm 인 정사면체의 부피를 구하여라.



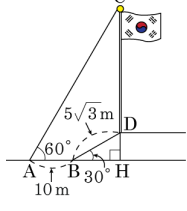
▶ 답 : cm³

▷ 정답 : 144√2cm³

해설

$\overline{AD} = 12 \times \cos 30^\circ = 6\sqrt{3}(\text{cm})$ 이고, $\overline{AH} = \frac{2}{3} \times \overline{AD} = 4\sqrt{3}(\text{cm})$
 $\overline{OH} = \sqrt{12^2 - (4\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 - 48} = 4\sqrt{6}(\text{cm})$
 따라서 부피는 $\frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{4} \times 12^2 \times 4\sqrt{6} = 144\sqrt{2}(\text{cm}^3)$ 이다.

33. 다음 그림과 같이 언덕 위에 국기 게양대가 서 있다. A 지점에서 국기 게양대의 꼭대기C를 올려다 본 각이 60° 이고, A 지점에서 국기 게양대 방향으로 10m 걸어간 B 지점에서부터 오르막이 시작된다. 오르막 $\overline{BD}$ 의 길이가 $5\sqrt{3}\text{m}$ 이고 오르막의 경사가 30° 일 때, 국기 게양대의 높이를 구하면?



- ① $8\sqrt{3}\text{m}$
- ② $12\sqrt{3}\text{m}$
- ③ $15\sqrt{3}\text{m}$
- ④ $16\sqrt{3}\text{m}$
- ⑤ $20\sqrt{3}\text{m}$

해설

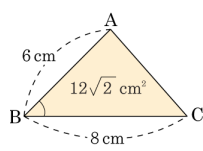
$$\overline{AH} = 10 + 5\sqrt{3}\cos 30^\circ = 10 + 5\sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{35}{2}(\text{m})$$

$$\overline{DH} = 5\sqrt{3}\sin 30^\circ = 5\sqrt{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{5}{2}\sqrt{3}(\text{m})$$

$$\overline{CH} = \overline{AH} \times \tan 60^\circ = \frac{35}{2}\sqrt{3}(\text{m})$$

따라서 $\overline{CD} = \overline{CH} - \overline{DH}$ 이므로 $\overline{CD} = 15\sqrt{3}(\text{m})$ 이다.

34. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$ 이고, 넓이가 $12\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, $\angle B$ 의 크기를 구하여라. (단, $0^\circ < \angle B \leq 90^\circ$)



▶ 답: 0

▶ 정답 : 45°

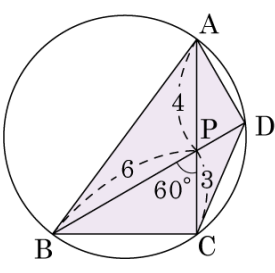
해설

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 6 \times \sin B = 12\sqrt{2}$$

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

따라서 $\angle B = 45^\circ$ 이다.

35. 다음 그림과 같이 원에 내접하는 □ABCD의 넓이는?



- ① $12\sqrt{2}$ ② $12\sqrt{3}$ ③ $13\sqrt{2}$ ④ $13\sqrt{3}$ ⑤ $14\sqrt{3}$

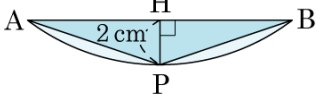
해설

□ABCD가 원에 내접하므로 $\overline{PA} \times \overline{PC} = \overline{PB} \times \overline{PD}$ 이므로 $\overline{PD} = 2$ 이다.

따라서 □ABCD의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (4 + 3) \times (6 + 2) \times \sin 60^\circ =$

$\frac{1}{2} \times 7 \times 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$ 이다.

36. 다음 그림에서 5.0pt $\widehat{AB}$ 는 만지름의 길이가 8cm 인 원의 일부분이다. $\overline{AH} = \overline{BH}$, $\overline{AB} \perp \overline{HP}$ 이고 $\overline{HP} = 2\text{cm}$ 일 때, $\triangle APB$ 의 둘레는?



- ① $7\sqrt{2}\text{cm}$
 ② $(16\sqrt{7} + 3\sqrt{2})\text{cm}$
- ③ $(3\sqrt{6} + 2\sqrt{7})\text{cm}$
 ④ $(4\sqrt{7} + 8\sqrt{2})\text{cm}$
- ⑤ $(2\sqrt{7} + 4\sqrt{2})\text{cm}$

해설

원의 중심 O를 그림에 나타내어 보면 직각삼각형 $\triangle OAH$ 에서

$$\overline{AH} = \sqrt{\overline{OA}^2 - \overline{OH}^2}$$

$$= \sqrt{(8)^2 - (6)^2} = 2\sqrt{7}(\text{cm})$$

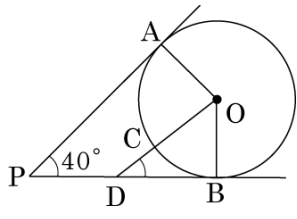
이때, $\overline{AH} = \overline{BH} = 2\sqrt{7}\text{cm}$ 이므로 $\overline{AB} = 4\sqrt{7}\text{cm}$ 이고,

$$\overline{AP} = \sqrt{(\overline{AH}^2) + (\overline{HP}^2)}$$

$$= \sqrt{(2\sqrt{7})^2 + (2)^2} = 4\sqrt{2}(\text{cm})$$

따라서, $\triangle APB$ 의 둘레는 $(8\sqrt{2} + 4\sqrt{7})(\text{cm})$ 이다.

37. 다음 그림에서 두 직선 PA 와 PB 는 원 O 의 접선이고, $\angle APB = 40^\circ$ 이다. $5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 인 점 C 를 잡아 $\overline{OC}$ 의 연장선과 $\overline{PB}$ 와의 교점을 D 라고 할 때, $\angle ODB = (\quad)^\circ$ 이다. ($\quad$)안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 34

해설

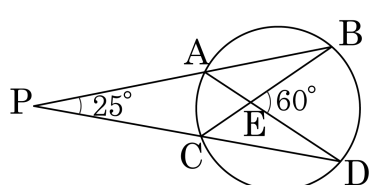
$\angle A = \angle B = 90^\circ$ 이므로 $\angle AOB = 140^\circ$ 이다.

$5.0\text{pt}\widehat{AC} : 5.0\text{pt}\widehat{CB} = 3 : 2$ 이므로

$\angle DOB = 140^\circ \times \frac{2}{3+2} = 56^\circ$ 이다.

$\therefore \angle ODB = 90^\circ - 56^\circ = 34^\circ$

38. 다음 그림에서 $\angle P = 25^\circ$, $\angle BED = 60^\circ$ 일 때, $\angle ABC$ 의 크기를 구하여라.



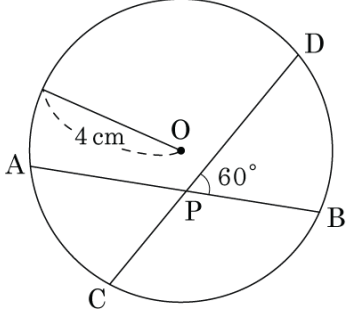
▶ 답: ○ —

▶ 정답 : 17.5°

해설

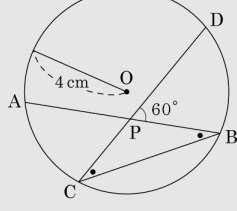
$\triangle AEB$ 에서
 $\angle ABC = x$ 라면
 $25^\circ + x + x = 60^\circ$
 $2x = 35^\circ \therefore x = 17.5^\circ$

39. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 4cm 인 원 O 에서 $\angle BPD = 60^\circ$ 일 때, $5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 의 값은?



- ① $\frac{5}{3}\pi\text{cm}$ ② $2\pi\text{cm}$ ③ $\frac{7}{3}\pi\text{cm}$
 ④ $\frac{8}{3}\pi\text{cm}$ ⑤ $3\pi\text{cm}$

해설



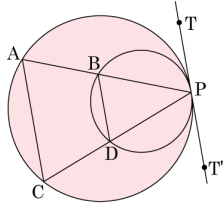
점 C 와 점 B 를 연결하는 보조선을 그으면 $\triangle PCB$ 에서 $\angle PCB + \angle PBC = 60^\circ$,

즉, $5.0\text{pt}\widehat{AC}$, $5.0\text{pt}\widehat{BD}$ 에 대한 원주각의 합이 60° 이므로 중심각의 합은 120° 이다.

원의 둘레는 $2\pi \times 4 = 8\pi$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AC} + 5.0\text{pt}\widehat{BD} = 8\pi \times \frac{120}{360} = \frac{8}{3}\pi$$

40. 다음 그림에서 점 P는 두 원의 접점이고 직선 TT'는 점 P를 지나는 접선이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

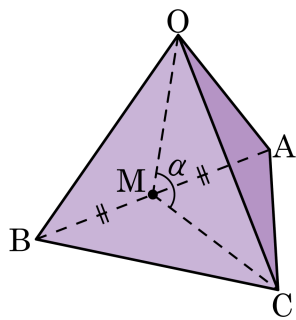


- ① $\angle PDB = \angle PCA$ ② $\angle BPT = \angle ACP$
 ③ $\angle BPT = \angle BDP$ ④ $\overline{AC} \parallel \overline{BD}$
 ⑤ $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{AB} : \overline{BP}$

해설

⑤ $\triangle APC \sim \triangle BPD$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{AC} = \overline{PB} : \overline{PA}$

41. 정사면체 $O-ABC$ 에서 모서리 AB 의 중점을 M , $\angle OMC = \alpha$ 라 할 때, $\tan \alpha$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{2}$

해설

정사면체의 한 모서리의 길이를 x 라 하면 $\overline{OM} = \frac{\sqrt{3}}{2}x$

또 꼭짓점 O 에서 밑면에 내린 수선의 발을 H 라 하면 H 는 밑면의 무게중심이므로

$$\overline{MH} = \frac{1}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}x = \frac{\sqrt{3}}{6}x \quad \text{정사면체의 높이 } \overline{OH} = \frac{\sqrt{6}}{3}x$$

$$\text{따라서 } \tan \alpha = \frac{\frac{\sqrt{6}}{3}x}{\frac{\sqrt{3}}{6}x} = 2\sqrt{2} \text{ 이다.}$$

42. 반지름의 길이가 2 인 원에 내접하는 삼각형 ABC 에서 $\angle A = 60^\circ$, $\angle B = 45^\circ$ 일 때, 변 AB 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{2} + \sqrt{6}$

해설

원의 지름을 빗변으로 하고 변 AC 를 한 변으로 하는 직각이등변삼각형에서 변 AC 의 길이는

$$4 \times \cos 45^\circ = 2\sqrt{2}$$

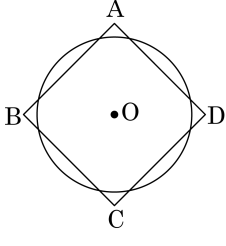
점 C 에서 변 AB 에 내린 수선의 발을 H 라 하면

$$\overline{AH} = 2\sqrt{2} \times \cos 60^\circ = \sqrt{2}$$

$$\overline{BH} = \overline{CH} = 2\sqrt{2} \times \sin 60^\circ = \sqrt{6}$$

따라서 변 AB 의 길이는 $\sqrt{2} + \sqrt{6}$ 이다.

43. 다음 그림과 같이 원 O는 정사각형 ABCD의 각 변의 육등분점 중 각 꼭짓점에 가장 가까운 점들과 만난다. 원 O의 반지름의 길이가 13일 때, 정사각형 ABCD의 넓이를 구하여라.

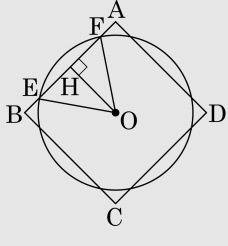


▶ 답 :

▷ 정답 : 468

해설

아래 그림에서 정사각형 ABCD의 한 변의 길이를 x 라 하면



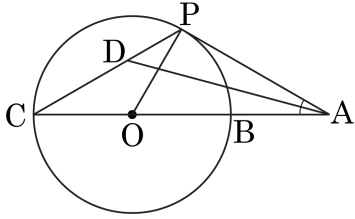
$$\overline{OH} = \frac{x}{2}, \overline{OF} = 13, \overline{EH} = \frac{x}{3} \text{ 이므로}$$

삼각형 OEH에서 피타고라스 정리에 의하여

$$13^2 = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{x}{3}\right)^2, x^2 = 468$$

$$\therefore \square ABCD = x \times x = x^2 = 468$$

44. 다음 그림과 같이 점 A에서 원의 중심 O에 선을 그었을 때 원과 만나는 점을 B와 C라 하고 원에 접선을 그었을 때 원과 접하는 점을 P라 한다. $\angle PAC$ 의 이등분선과 $\overline{PC}$ 의 교점을 D라 할 때, $\angle ADP$ 의 크기를 구하여라.

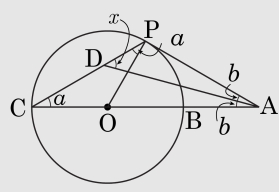


▶ 답: 1

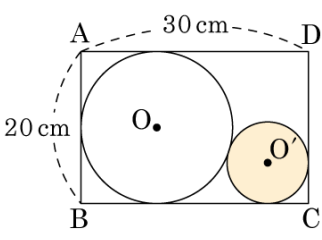
▶ 정답 : 45°

해설

$\angle DCO = a$, $\angle PAD = \angle DAC = b$ 라 하고
 $\angle OPA = 90^\circ$ 이고
 $\triangle OCP$ 는 $\overline{OC} = \overline{OP}$ 인 이등변삼각형이므로
 $\angle DCO = \angle DPO = a$
 $\angle ADP = x$ 로 놓으면 $\triangle ADP$ 에서
 $\angle PAD + \angle OPA + \angle DPO + \angle ADP = 180^\circ$ 이므로
 $a + b + 90^\circ + x = 180^\circ \dots \textcircled{1}$
 또한 $\angle ADP$ 는 $\triangle ACD$ 의 외각이므로
 $\angle ADP = \angle DAC + \angle DCO$
 $\therefore x = a + b$
 이를 $\textcircled{1}$ 식에 대입하여 풀면 $x = 45^\circ$
 $\therefore \angle ADP = 45^\circ$

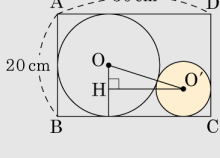


45. 다음 그림에서 원 O는 직사각형 ABCD에 내접하는 큰 원이고 원 O'은 그 나머지 부분에 내접하는 작은 원이다. 원 O'의 넓이는?



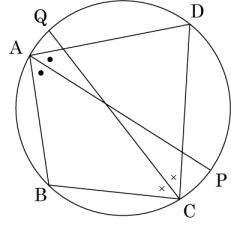
- ① $400(10 - 17\sqrt{3})\text{cm}^2$ ② $400(7 - 4\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ③ $420(10 - 19\sqrt{3})\text{cm}^2$ ④ $400(100 - 20\sqrt{3})\text{cm}^2$
 ⑤ $410(10 - 21\sqrt{3})\text{cm}^2$

해설



그림과 같이 보조선을 그려 $\triangle O'O'H$ 에서
 $\overline{OO'} = 10 + x$
 $\overline{OH} = 10 - x$
 $\overline{O'H} = 20 - x$
 $\overline{OO'}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{O'H}^2$ 에서
 $(10 + x)^2 = (10 - x)^2 + (20 - x)^2$
 $x^2 - 80x + 400 = 0$
 $x = 40 \pm 20\sqrt{3}$
 x 는 30보다 작으므로 $x = (40 - 20\sqrt{3})\text{cm}$ 이다.
 $\therefore (\text{원 } O' \text{의 넓이}) = \pi(40 - 20\sqrt{3})^2 = 400(7 - 4\sqrt{3})(\text{cm}^2)$

46. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 3cm 인 원에 사각형 ABCD 가 내접하고 있다. $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선과 원과의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, $5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : 3π cm

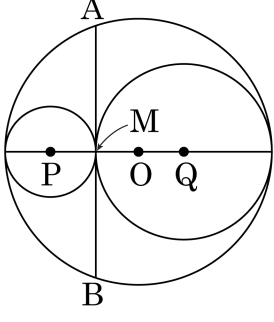
해설

$\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$ 이므로

$\angle PAD + \angle DCQ = 90^\circ$

$\therefore 5.0\text{pt}24.88\text{pt}\widehat{QDP} = 5.0\text{pt}\widehat{QD} + 5.0\text{pt}\widehat{DP} = (2\pi \times 3) \div 2 = 3\pi(\text{cm})$

47. 점 M 에서 서로 외접하는 두 원 P, Q 는 원 O 에 내접하고, 세 원의 중심은 한 직선 위에 있다. 두 원 P, Q 의 공통외접선이 원 O 와 만나는 점을 각각 A, B 라 하면 $\overline{AM} = 2$ 일 때, 두 원 P, Q 의 반지름의 곱을 구하여라.



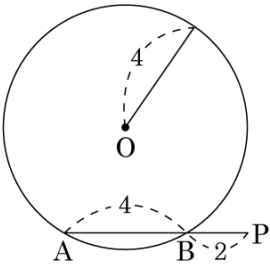
▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\overline{AB} \perp \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{AM} = \overline{BM} = 2$
 선분 PQ 의 연장선이 원 O 와 만나는 점을 각각 R, S 라 할 때,
 $\overline{AM} \cdot \overline{BM} = \overline{MR} \cdot \overline{MS} = 4$ 이므로 두 원 P, Q 의 지름의 곱은 4
 이고, 반지름의 곱은 1이다.

48. 다음 그림에서 원의 중심이 P이고, 원 O가 내접하는 원의 반지름의 길이를 구하여라.

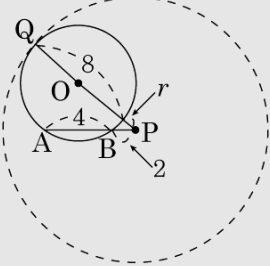


▶ 답 :

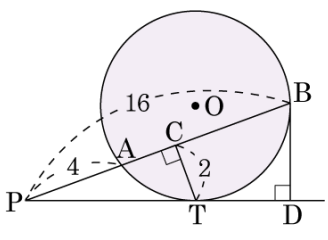
▷ 정답 : $4 + 2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{PB} \times \overline{PA} &= r \times \overline{PQ} \\ 2 \times 6 &= r(r + 8) \\ r^2 + 8r - 12 &= 0 \quad \therefore r = -4 + 2\sqrt{7} \quad (\because r > 0) \\ \text{원의 반지름 : } R &= r + 8 \\ \therefore R &= 4 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$



49. 다음 그림과 같이 원 O의 외부에 있는 한 점 P에서 이 원에 그은 접선과 할선이 원 O와 만난 점을 각각 T, A, B라 하고, 점 T에서 $\overline{AB}$ 에 내린 수선의 발을 C, 점 B에서 $\overrightarrow{PT}$ 에 내린 수선의 발을 D라 하자. $\overline{PA} = 4$, $\overline{PB} = 16$, $\overline{TC} = 2$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 4

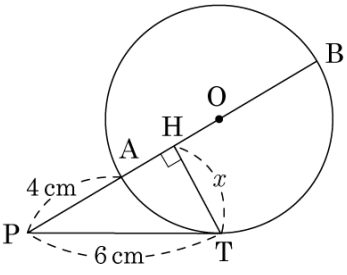
해설

$\overline{PT}^2 = 4 \times 16 = 64 \quad \therefore \overline{PT} = 8$
 $\triangle TPC \sim \triangle BPD$ ($\because$ AA 답음)이므로
 $\overline{TP} : \overline{BP} = \overline{TC} : \overline{BD}$
 $8 : 16 = 2 : \overline{BD}$
 $\therefore \overline{BD} = 4$

50. 그림에서 $\overline{PT}$ 는 원 O의 접선이고, $\overline{AB}$ 는 원 O의 지름이다. $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PT} = 6\text{cm}$ 일 때, 점 T에서 $\overline{AB}$ 에 이르는 거리를 구하면?

- ① $\frac{30}{13}\text{cm}$ ② $\frac{29}{13}\text{cm}$
 ③ $\frac{28}{13}\text{cm}$ ④ $\frac{27}{13}\text{cm}$

⑤ 2cm



해설

$$\overline{PT}^2 = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

$$6^2 = 4(4 + 2r)$$

따라서, 원의 반지름은 $\frac{5}{2}(\text{cm})$

또, 보조선 $\overline{OT}$ 를 그으면, $\triangle OPT \sim \triangle TPH$ (AA 닮음)

$$\overline{OP} : \overline{PT} = \overline{OT} : \overline{TH} \text{ 이므로 } 4 + \frac{5}{2} : 6 = \frac{5}{2} : x$$

$$\therefore x = \frac{30}{13}(\text{cm})$$