1. 다음 세 수 a , b , c 의 대소 관계를 올바르게 나타낸 것은?

$a = \sqrt{3}+3$, $b = 5-\sqrt{2}$, $c = 4$

① $a < b < c$　② $b < a < c$　③ $b < c < a$

④ $c < a < b$　⑤ $c < b < a$

해설

$b - c = (5-\sqrt{2}) - 4 = 1-\sqrt{2} < 0$, $b < c$

$a - c = (\sqrt{3}+3) - 4 = \sqrt{3}-1 > 0$, $a > c$

$\therefore b < c < a$

2. $3\sqrt{8}-4\sqrt{18}+\sqrt{50}$ 을 바르게 계산한 것을 고르면?

① $\sqrt{3}$ ② $\sqrt{2}$ ③ 0 ④ $-\sqrt{3}$ ⑤ $-\sqrt{2}$

해설

(준식) $= 6\sqrt{2}-12\sqrt{2}+5\sqrt{2}=-\sqrt{2}$

3. $A = \sqrt{2} + \sqrt{3}$, $B = \sqrt{6} - \sqrt{3}$ 일 때, $\sqrt{2}A - \sqrt{3}B$ 의 값은?

① $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$
② $\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$
③ $\sqrt{6} - 3\sqrt{2} - 5$
④ $-\sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$
⑤ $-\sqrt{6} + 3\sqrt{2} - 5$

해설

$\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{3}) - \sqrt{3}(\sqrt{6} - \sqrt{3}) = \sqrt{6} - 3\sqrt{2} + 5$

4. $\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ 을 계산하면?

① $\dfrac{-7-\sqrt{6}}{2}$ ② $\dfrac{-1-\sqrt{6}}{2}$ ③ -1

④ $\dfrac{1-\sqrt{6}}{2}$ ⑤ $\dfrac{7-\sqrt{6}}{2}$

해설

$\sqrt{3}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-\dfrac{2\sqrt{3}-\sqrt{8}}{\sqrt{2}}=\sqrt{6}-3-\dfrac{2\sqrt{6}-4}{2}=-1$

5. 다음 중 무리수 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있는 무리수가 아닌 것은? (단, $\sqrt{2} = 1.414$, $\sqrt{3} = 1.732$)

① $\sqrt{2} + 0.1$ ② $\sqrt{3} - 0.1$ ③ $\sqrt{2} + 0.2$
④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2}$

해설

① $\sqrt{2} + 0.1 = 1.514$
② $\sqrt{3} - 0.1 = 1.632$
③ $\sqrt{2} + 0.2 = 1.614$
④ $\dfrac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{2}$ 는 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 의 중점이므로 두 수 사이에 있는 수이다.
⑤ $0.2 < \sqrt{3} - \sqrt{2} < 0.4$ 이므로 $0.1 < \dfrac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{2} < 0.2$, 따라서 $\sqrt{2}$와 $\sqrt{3}$ 사이에 있지 않다.

6. 다음 중에서 이차함수가 아닌 것을 모두 고르면?

① $3x^2+1=0$　② $y=-x^2+5x+2$

③ $y=(x-1)(x+3)-x^2$　④ $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$

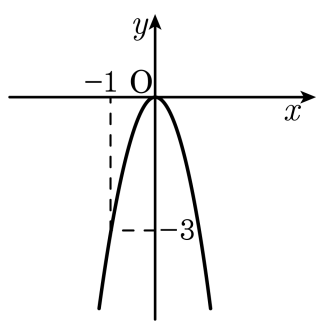
⑤ $y=\frac{2}{5}x^2-\frac{7}{8}$

해설

① $3x^2+1=0$ 은 이차방정식이다.

③ $y=(x-1)(x+3)-x^2=2x-3$ 이므로 일차함수이다.

7. 다음 그림과 같은 그래프가 나타내는 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$ ② $y = -x^2$ ③ $y = 3x^2$

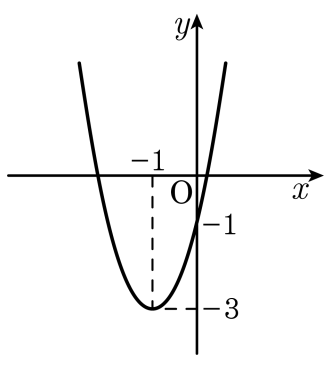
④ $y = \frac{1}{3}x^2$ ⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $(-1, -3)$ 을 지나므로 $-3 = a \times (-1)^2$, $a = -3$

$\therefore y = -3x^2$

8. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은?



① $y = 2(x+1)^2 - 3$ ② $y = 2(x-1)^2 - 3$

③ $y = -2(x+1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

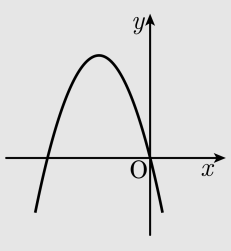
꼭짓점의 좌표가 $(-1, -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

9. 다음 중 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 원점

해설

$y = -x^2 - 4x$
$y = -(x+2)^2 + 4$
꼭짓점의 좌표는 $(-2,\ 4)$ 인 위로 볼록한 그래프이다.
또 원점 $(0,\ 0)$ 을 지난다.
따라서 $y = -x^2 - 4x$ 의 그래프는 다음 그림과 같고, 제 1 사분면을 지나지 않는다.



10. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$　② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$　④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore\ y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

11. $a = \sqrt{32} - \dfrac{12}{\sqrt{8}}$, $b = \dfrac{1}{\sqrt{2}} - \dfrac{\sqrt{12}}{3\sqrt{6}}$ 일 때, $\dfrac{a}{b}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\dfrac{a}{b} = 6$

해설

$a = 4\sqrt{2} - \dfrac{6}{\sqrt{2}} = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = \sqrt{2}$

$b = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} - \dfrac{2\sqrt{3}\sqrt{6}}{3\sqrt{6}\sqrt{6}}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{6\sqrt{2}}{18}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{3}$

$= \dfrac{\sqrt{2}}{6}$

$\therefore \dfrac{a}{b} = \sqrt{2} \div \dfrac{\sqrt{2}}{6} = \sqrt{2} \times \dfrac{6}{\sqrt{2}} = 6$

12. $2x^4-2$, x^3-x^2-4x+4 의 공통인 인수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x-1$

해설

$$\begin{aligned}2x^4-2&=2\left(x^4-1\right)\\&=2\left(x^2-1\right)\left(x^2+1\right)\\&=2(x-1)(x+1)\left(x^2+1\right)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x^3-x^2-4x+4&=x^2(x-1)-4(x-1)\\&=(x-1)\left(x^2-4\right)\\&=(x-1)(x-2)(x+2)\end{aligned}$$

13. $(3x-2y)(4x-3y)=ax^2+bxy+cy^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$(3x-2y)(4x-3y)=12x^2-17xy+6y^2$

$\therefore\ a+b+c=12-17+6=1$

14. $6x^2 - 5x + a = (3x + 2)(bx - 3)$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = -4$

해설

$6x^2 - 5x + a = 3bx^2 + 2bx - 9x - 6$
$3b = 6$ 이므로 $b = 2$, $a = -6$
$\therefore\ a + b = -6 + 2 = -4$

15. $a^2 + (\quad\quad)a - 24$ 가 두 일차식의 곱으로 인수분해될 때, ( ) 안에 들어갈 수 없는 정수는?

① -23 ② 10 ③ -6 ④ -5 ⑤ 2

해설

① $a^2 - 23a - 24 = (a+1)(a-24)$
② $a^2 + 10a - 24 = (a-2)(a+12)$
④ $a^2 - 5a - 24 = (a+3)(a-8)$
⑤ $a^2 + 2a - 24 = (a-4)(a+6)$

16. 식 $xy+bx-ay-ab$ 을 인수분해하면?

① $(x-a)(y-b)$ ② $(x-a)(y+b)$ ③ $(x+a)(y-b)$

④ $(x+a)(y+b)$ ⑤ $(x-b)(y-a)$

해설

(준식) $= x(y+b)-a(y+b)$
$= (x-a)(y+b)$

17. $x^2+5xy+2x-5y-3$ 을 인수분해하면?

① $(x+1)(x+5y+3)$ ② $(x-1)(x-5y+3)$

③ $(x-1)(x+5y-3)$ ④ $(x-1)(x+5y+3)$

⑤ $(x+1)(x-5y-3)$

해설

$x^2+5xy+2x-5y-3$
$=x^2+(5y+2)x-(5y+3)$
$=(x+5y+3)(x-1)$

18. $x-y=4,\ xy=-1$ 일 때, $(x+y)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned}(x+y)^2 &= (x-y)^2+4xy \\ &= 4^2+4\times(-1) \\ &= 16-4 \\ &= 12\end{aligned}$$

19. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,
$ak^2 + bk = -4$ 이므로
$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

20. 세 점 $(-4,\ 0),\ (2,\ 0),\ (0,\ 4)$를 지나는 포물선의 식으로 옳은 것은?

① $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ ② $y = -x^2 - 2x + 4$

③ $y = -2x^2 + 4x + 1$ ④ $y = -2x^2 - 4x + 5$

⑤ $y = -3x^2 + 5x + 1$

해설

$(-4,\ 0),\ (2,\ 0)$ 을 지나므로 $y = a(x+4)(x-2)$

$(0,\ 4)$ 를 대입하면 $4 = -8a$,$a = -\frac{1}{2}$

$\therefore y = -\frac{1}{2}(x+4)(x-2) = -\frac{1}{2}x^2 - x + 4$ 이다.

21. $\sqrt{3n}$ 이 2 와 4 사이의 수가 되게 하는 정수 n 의 개수는 몇 개인가?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

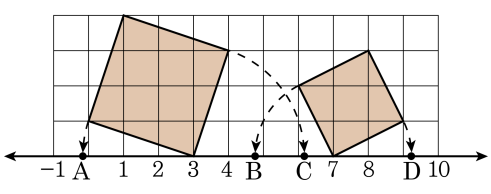
해설

$2 < \sqrt{3n} < 4$

$4 < 3n < 16$

$\therefore\ n = 2,\ 3,\ 4,\ 5$

22. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때. $a+b+c+d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)



① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a=3-\sqrt{10}$, $b=7-\sqrt{5}$, $c=3+\sqrt{10}$, $d=7+\sqrt{5}$
이므로 $a+b+c+d=20$ 이다.

23. 다음 식이 성립하도록 양수 A, B, C 에 알맞은 수를 순서대로 바르게 나열한 것은?

(1) $a^2+8a+A=(a+4)^2$
(2) $x^2+Bx+9=(x+C)^2$

① 16, 6, 3 ② 8, 6, 3 ③ 16, 3, 6
④ 8, 3, 6 ⑤ 6, 8, 3

해설

$a^2+8a+A=(a+4)^2=a^2+8a+16,\ A=16$
$x^2+Bx+9=(x+C)^2=x^2+2Cx+C^2,$
$C^2=9,\ C=\pm3\ ,\ B=2C,\ B=\pm6$
$\therefore A=16,\ B=6,\ C=3\ (\because B,\ C$는 양수)

24. 신의는 한 변의 길이가 각각 $x\,\text{cm}$, $y\,\text{cm}$ 인 정사각형 모양의 생일 카드를 만들었다. 이 두 카드의 둘레의 길이의 차가 $24\,\text{cm}$ 이고 넓이의 차가 $150\,\text{cm}^2$ 일 때, 두 카드의 둘레의 길이의 합을 구하면?

① $6\,\text{cm}$ ② $25\,\text{cm}$ ③ $50\,\text{cm}$

④ $100\,\text{cm}$ ⑤ $150\,\text{cm}$

해설

$4x-4y=24$ 이므로 $x-y=6$

$x^2-y^2=150$ 이므로 $(x+y)(x-y)=150$

$x+y=25$

$\therefore 4x+4y=100$

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab+b-a-1=(a+1)(1-b)$

② $2-a-2b+ab=(1-b)(2+a)$

③ $x^2-y^2+2x+2y=(x-y)(x-y+2)$

④ $x^3+x^2+x+1=(x^2+1)(x+1)$

⑤ $x(y-1)-2(y-1)=(x-2)(y-1)$

해설

①$(a+1)(b-1)$
②$(1-b)(2-a)$
③$(x+y)(x-y+2)$

26. 이차방정식 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + m = 0$ 을 $\frac{1}{3}(x+n)^2 = -6$ 의 꼴로 나타낼 때, mn 의 값은?

① 21 ② -21 ③ 27 ④ -27 ⑤ -9

해설

$\frac{1}{3}(x^2 - 6x) = -m, \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) - 3 = -m$

$\frac{1}{3}(x-3)^2 = -m + 3$

$\therefore m = 9, n = -3$

$\therefore mn = -27$

27. 한 개의 주사위를 두 번 던져 처음 나온 눈의 수를 k , 두 번째 나온 눈의 수를 m 이라고 할 때, 이차방정식 $x^2+(k-1)x+m=0$ 의 해가 1 개가 되는 확률은?

① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{18}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면
$D=(k-1)^2-4m=0$
$(k-1)^2=4m$ 이므로
$(k,\ m)=(3,1),\ (5,4)$
따라서 확률은 $\frac{2}{36}=\frac{1}{18}$ 이다.

28. 이차방정식 $x^2-3x+k-10=0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2=15$ 이다. 이때, 근과 계수의 관계를 이용하여 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$\alpha+\beta=3,\ \alpha\beta=k-10$ 이므로

$\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=3^2-2(k-10)=15$

$\therefore\ k=7$

29. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고, $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$ ② $-\frac{3}{2} < a < -2$ ③ $\frac{3}{2} < a < 2$
④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$ ⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$\frac{3}{2} < |a| < 2$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

30. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

31. 두 원 A, B 의 반지름의 길이를 각각 r_1, r_2 라고 할 때, $r_1 = 4r_2$ 이고, 원 A 의 넓이는 $256\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다. 원 B 의 반지름의 길이를 구하여라.

▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 4 cm

해설

$r_1 = \sqrt{256} = 16\,\mathrm{cm}$ $\quad\therefore\ r_2 = 4\ (\mathrm{cm})$

32. $-2 < x < y < 0$ 일 때, 다음 양수를 모두 고르면?

㉠ $\sqrt{(2-x)^2}$	㉡ $-\sqrt{(x-2)^2}$
㉢ $\sqrt{(2+y)^2}$	㉣ $-\sqrt{(-y)^2}$
㉤ $-\sqrt{(y-2)^2}$	

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉠,㉢ ⑤ ㉢,㉣

해설

㉠$-2 < x < y < 0$ 이므로 $2 < 2-x < 4$

$\Rightarrow 2 < \sqrt{(2-x)^2} = 2-x < 4$

㉡$-2 < x < 0$ 이므로 $-4 < x-2 < -2$

$\Rightarrow -4 < x-2 < -2$

㉢$-2 < y < 0$ 이므로 $0 < y+2 < 2$

$\Rightarrow 0 < \sqrt{(2+y)^2} = y+2 < 2$

㉣$-2 < y < 0$ 이므로 $0 < -y < 20$

$\Rightarrow -2 < -\sqrt{(-y)^2} = -(-y) = y < 0$

㉤$-2 < y < 0$ 이므로 $-4 < y-2 < -2$

33. $\sqrt{\dfrac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 <u>모두</u> 고르면?

① xy 의 최솟값은 6 이다.

② $2x+y$ 의 최솟값은 7 이다.

③ $y=3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.

④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.

⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\dfrac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\dfrac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.
$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)
$x=1$ 일 때, $y=6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)
$y=3$ 일 때, $x=2$ 이면 $N=8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)
$2x+y$ 는 $x=2$, $y=3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)
$x=3$ 이고 $y=25$ 인 경우 N 은 자연수가 되지만 xy 는 6 의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

34. $\sqrt{56 \times a}$ 가 자연수가 되게 하는 a 의 값 중에서 가장 작은 세 자리의 자연수와 가장 큰 세 자리의 자연수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1022

해설

$\sqrt{56 \times a} = \sqrt{2^2 \times 14 \times a}$

$\therefore a = 14 \times x^2$

$100 \leq 14 \times x^2 < 1000$

$x^2 = 9,\ 16,\ 25,\ 36,\ 49,\ 64$

$a = 126,\ 224,\ 350,\ 504,\ 686,\ 896$

가장 작은 세 자리의 수 : 126

가장 큰 세 자리의 수 : 896

$126 + 896 = 1022$

35. 두 수 6 과 8 사이에 있는 무리수 중에서 $\sqrt{n}$ 의 꼴로 나타낼 수 있는 가장 큰 수를 $\sqrt{a}$, 가장 작은 수를 $\sqrt{b}$ 라고 할 때, $\sqrt{a-b}$ 를 구하여라. (단, n 은 자연수)

▶ 답:

▷ 정답: $\sqrt{26}$

해설

$6 = \sqrt{36},\ 8 = \sqrt{64}$,
$\sqrt{a} = \sqrt{63},\ a = 63$,
$\sqrt{b} = \sqrt{37},\ b = 37$,
$\sqrt{a-b} = \sqrt{63-37} = \sqrt{26}$

36. $\sqrt{x}$ 의 정수 부분을 $f(x)$ 라고 할 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$\frac{1}{f(2)}+\frac{1}{f(4)}+\frac{1}{f(6)}+\cdots+\frac{1}{f(18)}+\frac{1}{f(20)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{17}{4}$

해설

$f(1)=1, f(4)=2, f(9)=3, f(16)=4$ 이므로
$f(2)=1$
$f(4),\ f(6),\ f(8)=2$
$f(10), f(12),\ f(14)=3$
$f(16), f(18), f(20)=4$

$$(\text{준식}) = \frac{1}{1}+3\times\frac{1}{2}+3\times\frac{1}{3}+3\times\frac{1}{4}$$
$$= 1+\frac{3}{2}+1+\frac{3}{4}=\frac{17}{4}$$

37. $\dfrac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=4$ 일 때, $x-y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x-y=-5$

해설

$x+2=X,\ y-3=Y$ 로 치환하면

$\dfrac{2(x+2)^2+2(y-3)^2}{(x+2)(y-3)}=\dfrac{2X^2+2Y^2}{XY}=4$

$2X^2-4XY+2Y^2=0,\ (X-Y)^2=0$

$X-Y=x+2-y+3=0$

$\therefore\ x-y=-5$

38. $\left(1-\frac{1}{6^2}\right)\left(1-\frac{1}{7^2}\right)\left(1-\frac{1}{8^2}\right)\cdots\left(1-\frac{1}{14^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{15^2}\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{8}{9}$

해설

$1-\frac{1}{a^2}=\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1-\frac{1}{a}\right)$ 이므로

$$\begin{aligned}(\text{준식})&=\frac{5}{6}\times\frac{7}{6}\times\frac{6}{7}\times\frac{8}{7}\times\cdots\times\frac{14}{15}\times\frac{16}{15}\\&=\frac{5}{6}\times\frac{16}{15}=\frac{8}{9}\end{aligned}$$

39. $x=2+\sqrt{3}, y=2-\sqrt{3}$ 일 때, $x^2-y^2+4x-4y$ 의 식의 값을 구하면?

① -4　② 4　③ $8\sqrt{3}$　④ $16\sqrt{3}$　⑤ 24

해설

x, y 의 합과 차를 구하면

$x+y=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$

$x-y=2+\sqrt{3}-\left(2-\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}$

$\therefore x^2-y^2+4x-4y$

$=(x+y)(x-y)+4(x-y)$

$=(x-y)(x+y+4)$

$=2\sqrt{3}\times(4+4)=16\sqrt{3}$

40. 이차방정식 $4x^2+px-5p=0$ 을 $(2x-A)^2=B$ 의 꼴로 변형하였더니 $B=0$ 이 되었다. 이 때, A 의 값을 구하여라. $(p\neq 0)$

▶ 답:

▷ 정답: 20

해설

$4x^2+px-5p=0$ 을 변형하면

$\left(2x+\frac{p}{4}\right)^2=5p+\frac{p^2}{16}$

즉, $B=0$ 이므로

$5p+\frac{p^2}{16}=0$

$80p+p^2=0$

$p(p+80)=0$

$p\neq 0$ 이므로

$\therefore\ p=-80$

따라서 $A=-\frac{p}{4}=20$ 이다.

41. 이차방정식 $2x^2 - 6x + (1+a) = 0$ 의 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

x 는 정수이므로 주어진 이차방정식은 실근을 가져야 한다.

$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 2(1+a) \geq 0,\ 9 - 2 - 2a \geq 0,\ 7 - 2a \geq 0$

$\therefore\ a \leq \frac{7}{2}$

a 는 자연수이므로 1, 2, 3 중 하나이다.

(1) $a = 1$ 일 때, $2x^2 - 6x + 2 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(2) $a = 2$ 일 때, $2x^2 - 6x + 3 = 0$ 근이 정수가 되지 않으므로 부적합하다.

(3) $a = 3$ 일 때, $2x^2 - 6x + 4 = 0,\ x^2 - 3x + 2 = 0,\ (x-1)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 2$

따라서 (1), (2), (3) 에서 구하는 a 의 값은 3 이다.

42. 방정식 $x^2 - 3|x| - 4 = |x - 2|$ 을 풀어라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = -2 - \sqrt{10}$

▷ 정답: $x = 2 + \sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때
$x^2 + 3x - 4 = -x + 2$
$x^2 + 4x - 6 = 0$
$x = -2 \pm \sqrt{10}$
이때, $x < 0$ 이므로
$\therefore\ x = -2 - \sqrt{10}$
ii) $0 \le x \le 2$ 일 때
$x^2 - 3x - 4 = -x + 2$
$x^2 - 2x - 6 = 0$
$x = 1 \pm \sqrt{7}$ 이므로 부적합하다.
iii) $x > 2$ 일 때
$x^2 - 3x - 4 = x - 2$
$x^2 - 4x - 2 = 0$
$x = 2 \pm \sqrt{6}$
$x > 2$ 이므로
$\therefore\ x = 2 + \sqrt{6}$
따라서 $x = -2 - \sqrt{10}$ 또는 $x = 2 + \sqrt{6}$ 이다.

43. 세 변의 길이가 a, b, c 인 삼각형 ABC 에 대하여 x 에 관한 이차식 $3x^2 + 2ax + 2bx + 2cx + ab + bc + ca$ 가 완전제곱식일 때, 삼각형 ABC 는 어떤 삼각형인지 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 정삼각형

해설

$3x^2 + 2(a+b+c)x + ab + bc + ca$이 완전제곱식이므로

$\frac{D}{4} = (a+b+c)^2 - 3(ab+bc+ca) = 0$

$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$

양변에 2를 곱하면

$2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca = 0$

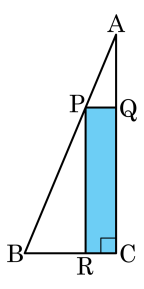
$(a^2 - 2ab + b^2) + (b^2 - 2bc + c^2) + (c^2 - 2ca + a^2) = 0$

$(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2 = 0$

$\therefore\ a = b = c$

따라서 삼각형 ABC 의 세 변의 길이가 같으므로 정삼각형이다.

44. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = 36$, $\overline{BC} = 15$ 인 직각삼각형 ABC 의 빗변 위의 한 점 P 에서 나머지 변에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라고 하자. 사각형 PQCR 의 넓이가 120 일 때, 선분 BR 의 길이를 구하여라. (단, $\overline{BR} > \overline{RC}$)



▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

△APQ 와 △ABC 가 닮음이므로

$\overline{PQ} = x$ 라 하면 $\overline{AQ} = \frac{12}{5}x$

$\overline{QC} = 36 - \frac{12}{5}x$

따라서 $x\left(36 - \frac{12}{5}x\right) = 120$

$x^2 - 15x + 50 = 0$

$(x-10)(x-5) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 10$ 또는 $x = 5$

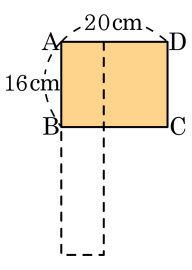
$\overline{RC} = 5$ 또는 10

$\overline{RC} = 5$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 5 = 10$

$\overline{RC} = 10$ 일 때, $\overline{BR} = 15 - 10 = 5$

$\therefore$ $\overline{BR} > \overline{RC}$ 이므로 $\overline{BR} = 10$

45. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm , 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아지는데 걸리는 시간은?



① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초

④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
x 초 후의 넓이는 $(20-2x)(16+4x)$ 이다.
따라서 $(20-2x)(16+4x) = 320$
$-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x-6) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 6$

46. 이차함수 $y=(x-1)(x-p^2)$ $(p>0)$ 의 그래프가 x 축과 만나는 두 점, y 축과 만나는 한 점을 연결한 삼각형의 외심 O 의 x 좌표가 6 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{11}$

해설

x 축과 만나는 두 점은 $(1,\ 0)$, $(p^2,\ 0)$ 이고
y 축과 만나는 점은 $(0,\ p^2)$

외심 O 의 x 좌표가 6 이므로 $\dfrac{p^2+1}{2}=6$

$\therefore\ p=\pm\sqrt{11}$

따라서 $p>0$ 이므로 $p=\sqrt{11}$ 이다.

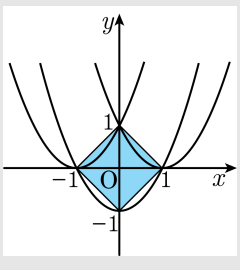
47. 세 이차함수 $y = x^2 - 1$, $y = (x+1)^2$, $y = (x-1)^2$ 의 그래프로 둘러싸인 부분의 넓이를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

세 이차함수의 그래프는 모양과 폭이 같으므로
세 이차함수의 그래프로 둘러싸인 도형의 넓이는 다음 그림과 같다.



따라서 구하는 도형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 2 = 2$ 이다.

48. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $(x-1):(y-3):(z+2)=2:1:3$ 일 때, $(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{2}$

해설

$(x-1):(y-3):(z+2)=2:1:3$ 이므로
$x-1=2k$ 에서 $x=2k+1$
$y-3=k$ 에서 $y=k+3$
$z+2=3k$ 에서 $z=3k-2$
$(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2$ 에 대입하면
$(k-2)^2+(-2k+5)^2+(k-3)^2$
$=6k^2-30k+38$
$=6\left(k-\frac{5}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$
따라서 $k=\frac{5}{2}$ 일 때, 최솟값이 $\frac{1}{2}$ 이다.

49. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

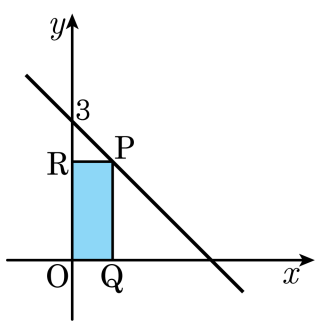
해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x-m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

50. 다음 그림과 같이 직선이 $y = -x + 3$ 의 위의 점 P 에서 x 축과 y 축에서 내릴 수선의 발이 각각 Q, R 이고 직사각형 PQOR 의 넓이를 y 라고 한다. y 가 최대가 될 때, 점 P 의 좌표는?



① $\left(-2, \frac{3}{2}\right)$ ② $\left(0, \frac{3}{2}\right)$ ③ $\left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$
④ $\left(-\frac{3}{2}, -2\right)$ ⑤ $\left(-\frac{1}{3}, \frac{3}{2}\right)$

해설

점 P 의 좌표는 $(a, -a+3)$ 이고 넓이는 y 이므로

$y = a(-a+3) = -a^2 + 3a$

$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4}\right) + \frac{9}{4}$

$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$

$\therefore \mathrm{P}\left(\frac{3}{2}, -\frac{3}{2} + 3\right) = \left(\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\right)$