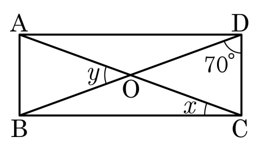
1. 닮은 두 직육면체의 겉넓이의 비가 $16 : 36$ 이고 작은 직육면체의 부피가 $192\,\mathrm{cm}^3$ 일 때, 큰 직육면체의 부피는?

① $432\,\mathrm{cm}^3$ ② $560\,\mathrm{cm}^3$ ③ $584\,\mathrm{cm}^3$
④ $624\,\mathrm{cm}^3$ ⑤ $648\,\mathrm{cm}^3$

해설

겉넓이의 비가 $16 : 36$ 이므로
닮음비는 $2 : 3$ 이다.
따라서 부피의 비는
$2^3 : 3^3 = 192 : x$ 이다.
$x = 648(\,\mathrm{cm}^3)$

2. 다음 직사각형 ABCD 에서 $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① 30°　　② 40°　　③ 50°

④ 60°　　⑤ 70°

해설

$\angle \mathrm{ODC} = \angle \mathrm{DCO} = 70°$, $\angle x + \angle \mathrm{DCO} = 90°$

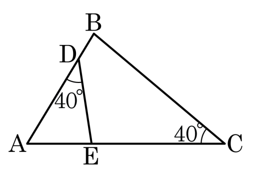
$\therefore\ \angle x = 90° - 70° = 20°$

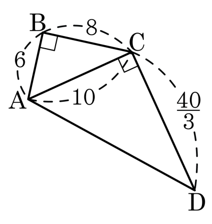
$\angle \mathrm{ACB} = \angle \mathrm{CBD} = 20°$

$\therefore \angle y = \angle x + \angle \mathrm{CBD} = 20° + 20° = 40°$

따라서 $\angle x + \angle y = 20° + 40° = 60°$

3. 다음과 같은 닮음 삼각형을 보고 닮음조건으로 바르게 연결한 것은?

(1) 

(2) 

① (1) AA 닮음 (2) SAS 닮음

② (1) SSS 닮음 (2) SAS 닮음

③ (1) SSS 닮음 (2) SSS 닮음

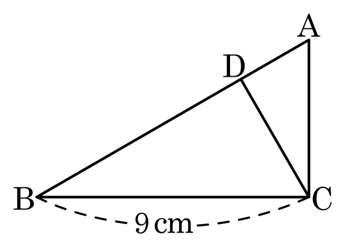
④ (1) SAS 닮음 (2) AA 닮음

⑤ (1) AA 닮음 (2) AA 닮음

해설

(1) $\triangle$ABC 와 $\triangle$AED 에서 $\angle$A 는 공통, $\angle ACB = \angle ADE = 40°$
$\therefore$ AA 닮음
(2) $\triangle$ABC 와 $\triangle$ACD 에서 $\angle ABC = \angle ACD = 90°$
$\overline{AB} : \overline{AC} = 3 : 5$
$\overline{BC} : \overline{CD} = 8 : \dfrac{40}{3} = 3 : 5$
$\therefore$ SAS 닮음

4. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$ 이다. $\overline{BC} =$ 9cm 일 때 , $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?

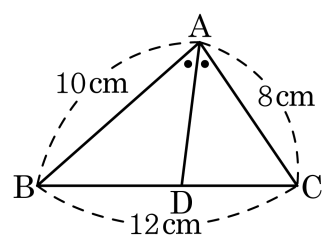


① 4cm ② $\frac{9}{2}$cm ③ 5cm
④ $\frac{11}{2}$cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$ 이므로
$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2$, $\angle A$ 는 공통
$\therefore$ $\triangle ACD \backsim \triangle ABC$ 이고 닮음비는 $1 : 2$
따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 이다.

5. 다음 그림과 같은 $\angle ABC$ 에서 $\angle A$ 의 이등분선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 D 라 할 때, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{CA} = 8\text{cm}$ 라 한다. 이 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



① $\frac{10}{3}$ cm ② $\frac{13}{3}$ cm ③ $\frac{16}{3}$ cm
④ $\frac{20}{3}$ cm ⑤ $\frac{26}{3}$ cm

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$

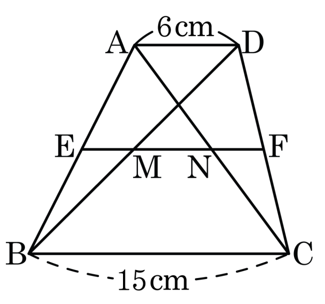
$10 : 8 = \overline{BD} : (12 - \overline{BD})$

$8\overline{BD} = 120 - 10\overline{BD}$

$18\overline{BD} = 120$

$\therefore x = \frac{20}{3}(\text{cm})$

6. □ABCD 에서 $\overline{AD}//\overline{BC}$ 이고 $2\overline{AE}=\overline{BE}$, $\overline{AD}=6\text{cm}$, $\overline{BC}=15\text{cm}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?

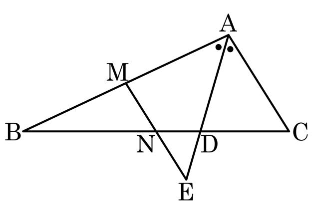


① 1cm　② 2cm　③ 3cm　④ 4cm　⑤ 5cm

해설

$\overline{AE}:\overline{AB}=\overline{EN}:\overline{BC}=1:3$ 이므로 $1:3=\overline{EN}:15$ $\therefore$ $\overline{EN}=5$
$\overline{BE}:\overline{BA}=\overline{EM}:\overline{AD}=2:3$ 이므로 $2:3=\overline{EM}:6$ $\therefore$ $\overline{EM}=4$
$\therefore$ $\overline{MN}=5-4=1(\text{cm})$

7. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$: $\overline{AC} = 2 : 1$, $\angle BAD = \angle CAD$ 이고 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}$,$\overline{BC}$ 의 중점일 때, $\triangle ABD = 24\,cm^2$ 일때, $\triangle DNE$ 의 넓이를 구하여라.



① $1\,cm^2$　② $2\,cm^2$　③ $3\,cm^2$　④ $4\,cm^2$　⑤ $5\,cm^2$

해설

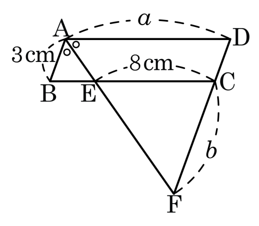
$\overline{AB}$: $\overline{AC} = \overline{BD}$: $\overline{DC} = 2 : 1 = 4 : 2$
$\overline{BN}$: $\overline{NC} = 1 : 1 = 3 : 3$, $\overline{BN}$: $\overline{ND}$: $\overline{DC} = 3 : 1 : 2$
$\triangle DNE \backsim \triangle DCA$ 이므로 $\triangle DNE : \triangle DCA = 1^2 : 2^2 = 1 : 4$
$\triangle ABD : \triangle DCA = 2 : 1$ 이므로 $\triangle DNE : \triangle ABD = 1 : 8$
$\triangle DNE = 3\,cm^2$

8. 큰 쇠구슬을 녹여서 같은 크기의 작은 쇠구슬 여러 개를 만들려고 한다. 작은 쇠구슬의 반지름의 길이가 큰 구슬의 반지름의 길이의 $\frac{1}{3}$ 이라 할 때, 한 개의 큰 구슬을 녹이면 작은 쇠 구슬은 모두 몇 개 만들 수 있는가?

① 5 개　　② 27 개　　③ 100 개
④ 125 개　　⑤ 250 개

해설
두 쇠구슬의 닮음비가 1 : 3 이므로 부피의 비는 1 : 27 이다. 따라서 큰 쇠구슬 한 개를 녹여 작은 쇠구슬 27 개를 만들 수 있다.

9. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $a+b$ 의 값은?



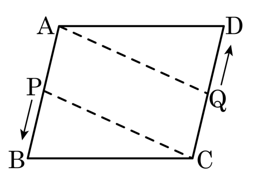
① 19cm ② 20cm ③ 21cm

④ 22cm ⑤ 23cm

해설

$\angle$DAF $=$ $\angle$CEF ($\because$ 동위각)
$\angle$BAE $=$ $\angle$CFE ($\because$ 엇각)
$\triangle$CEF 는 이등변삼각형이 되어 $\overline{\mathrm{CE}} = \overline{\mathrm{CF}}$, $b = 8\mathrm{cm}$
$\triangle$DAF 도 이등변삼각형이 되고, □ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{DF}} = a = b + \overline{\mathrm{DC}} = 8 + 3 = 11\mathrm{cm}$
$\therefore\ a + b = 11 + 8 = 19(\mathrm{cm})$

10. $\overline{AB} = 100\,\text{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\text{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\text{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?

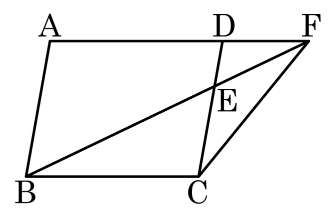


① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초)이다.
$\overline{AP} = 5(x+4)$, $\overline{CQ} = 7x$, $5(x+4) = 7x$
$\therefore x = 10$ (초)이다.

11. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 2$ 일 때, $\triangle ADE + \triangle FEC$ 의 값은 평행사변형 ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



① $\frac{1}{2}$ 배　② $\frac{1}{3}$ 배　③ $\frac{1}{5}$ 배
④ $\frac{1}{7}$ 배　⑤ $\frac{1}{10}$ 배

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle BCE$ 는 높이는 같고 밑변이 $1 : 2$ 이므로 $\triangle ADE : \triangle BCE = 1 : 2$

$\triangle ADE = \triangle ACD \times \frac{1}{1+2} = \frac{1}{2}\square ABCD \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}\square ABCD$

$\triangle BCE = 2\triangle ADE = \frac{1}{3}\square ABCD$

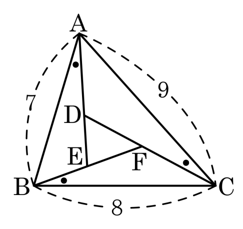
$\overline{AF} \mathbin{/\!/} \overline{BC}$ 이므로 $\triangle FBC = \triangle DBC = \frac{1}{2}\square ABCD$

$\triangle FEC = \triangle FBC - \triangle BCE = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) \times \square ABCD$

$= \frac{1}{6}\square ABCD$

$\therefore\ \triangle ADE + \triangle FEC = \frac{1}{3}\square ABCD$

12. 다음 그림에서 $\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{CBE} = \angle \mathrm{ACF}$ 이고, $\overline{\mathrm{AB}} = 7$, $\overline{\mathrm{BC}} = 8$, $\overline{\mathrm{CA}} = 9$ 일 때, $\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EF}}$ 은?



① 9 : 8　　② 9 : 7　　③ 7 : 9

④ 8 : 7　　⑤ 7 : 8

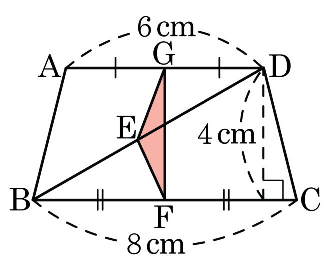
해설

$\triangle \mathrm{ABE}$ 에서 $\angle \mathrm{DEF} = \angle \mathrm{ABE} + \angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{ABC}$

$\triangle \mathrm{BCF}$ 에서 $\angle \mathrm{EFD} = \angle \mathrm{BCF} + \angle \mathrm{CBE} = \angle \mathrm{BCA}$

따라서 $\triangle \mathrm{ABC} \backsim \triangle \mathrm{DEF}$ (AA 닮음) 이므로 $\overline{\mathrm{DE}} : \overline{\mathrm{EF}} = \overline{\mathrm{AB}} : \overline{\mathrm{BC}} = 7 : 8$

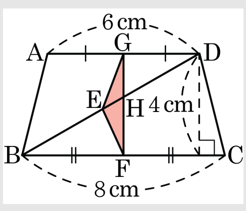
13. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 8\text{cm}$, 높이가 4cm 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 G, F, E 라고 할 때, $\triangle$EFG 의 넓이를 구하면?



① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ $\frac{5}{3}$　　④ $\frac{15}{8}$　　⑤ 2

해설

$\overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{BD}$ 이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{GF}$ 의 교점을 H 라 하면



$\triangle DGH \backsim \triangle BFH$ 이고 닮음비는 $3:4$ 이므로

$\overline{HD} = \frac{3}{7}\overline{BD}$, $\overline{EH} = \overline{DE} - \overline{DH} = \frac{1}{14}\overline{BD}$ 이므로

$\overline{EH} : \overline{DH} = \frac{1}{14} : \frac{3}{7} = 1 : 6$

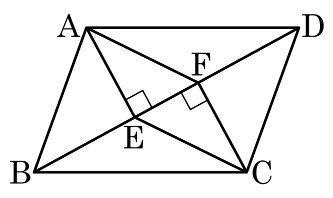
$\triangle EGH = \frac{1}{7}\triangle DGE = \frac{1}{7} \times \frac{1}{4}\triangle ABD = \frac{1}{28}\triangle ABD$

마찬가지 방법으로 $\triangle EFH = \frac{1}{28}\triangle DBC$

따라서

$$\begin{aligned}\triangle EFG &= \frac{1}{28}\square ABCD \\ &= \frac{1}{28} \times \left\{\frac{1}{2} \times (6+8) \times 4\right\} = 1 \text{ 이다.}\end{aligned}$$

14. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 <u>않은</u> 것은?



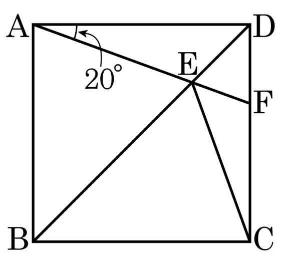
[가정] □ABCD 는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \boxed{㉠}$(엇각)
$\overline{AE} // \boxed{㉡} \cdots$ ⓐ
$\triangle AED$ 와 $\triangle CFB$ 에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \boxed{㉢}$, $\boxed{㉣} = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
$\boxed{㉤} = \overline{CF} \cdots$ ⓑ
ⓐ,ⓑ에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① ㉠ : $\angle CFB$　② ㉡ : $\overline{CF}$　③ ㉢ : $\overline{BC}$
④ ㉣ : $\angle CDB$　⑤ ㉤ : $\overline{AE}$

해설

④ $\angle CBF = \angle ADB$ 이다.

15. 다음 그림과 같은 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BD}}$ 가 대각선이고 $\angle\mathrm{DAE} = 20°$ 일 때, $\angle\mathrm{BEC}$ 의 크기는?



① 55° ② 60° ③ 65° ④ 67° ⑤ 70°

해설

$\triangle\mathrm{ADE} \equiv \triangle\mathrm{CDE}$ (SAS 합동) 이므로,

$\angle\mathrm{ECF} = 20°$

$\triangle\mathrm{BEC}$ 에서 $\angle\mathrm{CBE} = 45°$, $\angle\mathrm{BCE} = 70°$

$\therefore\ \angle\mathrm{BEC} = 180° - (70° + 45°) = 65°$