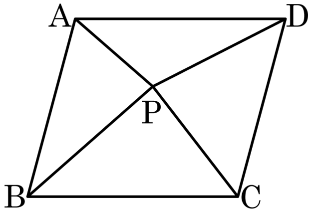
1. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 는 평행사변형이고, $\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\frac{1}{2}\square ABCD$ 의 넓이는?



① 36cm^2 ② 38cm^2 ③ 40cm^2

④ 42cm^2 ⑤ 44cm^2

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle APD + \triangle PBC$이다.

$\triangle APD = 12\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 30\text{cm}^2$이므로

$12 + 30 = \frac{1}{2}\square ABCD$이다.

따라서 $\frac{1}{2}\square ABCD$의 넓이는 42cm^2이다.

2. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

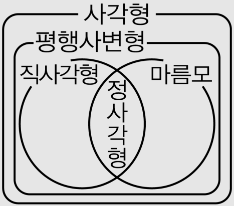
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

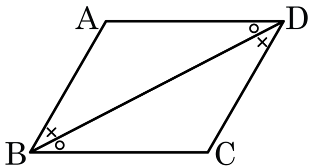
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



3. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대변의 길이는 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 것을 차례대로 나열하면?



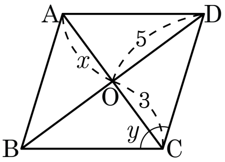
[가정] □ABCD에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
[결론] $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$
[증명] 점 B와 점 D를 이으면 △ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각) ⋯ ㉠
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB =$ □ (엇각) ⋯ ㉡
□는 공통 ⋯ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (□ 합동) $\therefore \overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$

① $\angle CDB$, $\overline{BC}$, SSS
② $\angle CDB$, $\overline{BD}$, SSS
③ $\angle BCD$, $\overline{BC}$, ASA
④ $\angle CDB$, $\overline{BD}$, ASA
⑤ $\angle DBC$, $\overline{DB}$, ASA

해설

△ABD와 △CDB에서
$\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$이므로 $\angle ABD = \angle CDB$ (엇각),
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle DBC$ (엇각),
$\overline{DB}$는 공통 이므로 $\triangle ABD = \triangle CDB$ (ASA 합동)이다.

4. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에 대하여 $\angle B = 73°$ 일 때, 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle y = 73°$ ② $x = 3$

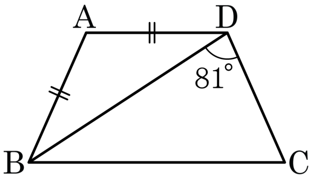
③ $\overline{AB} = \overline{CD}$ ④ $\overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\angle D = 73°$

해설

① $180° - 73° = 107°$

5. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\angle BDC = 81°$일 때, $\angle DBC$의 크기는?



① $28°$　② $31°$　③ $33°$　④ $35°$　⑤ $37°$

해설

$\angle DBC = \angle x$라 하면

$\overline{AD} \mathbin{/\mkern-5mu/} \overline{BC}$이므로 $\angle ADB = \angle x$

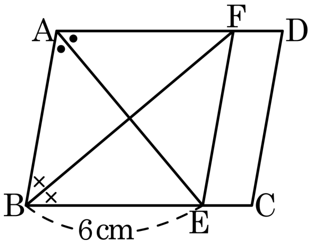
$\overline{AB} = \overline{AD}$이므로 $\angle ABD = \angle x$

□ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle ABC = \angle DCB$

$2\angle x = 99 - \angle x$, $3\angle x = 99$

$\therefore\ \angle x = 33°$

6. 다음 그림과 같은 □ABCD가 평행사변형이고, ∠A, ∠B의 이등분선이 $\overline{BC}$, $\overline{AD}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, □ABEF의 둘레의 길이는?



① 12cm ② 18cm ③ 24cm ④ 30cm ⑤ 36cm

해설

대각선이 내각의 이등분선이 되는 사각형은 마름모이다.
따라서 □ABEF의 둘레는 $6 \times 4 = 24(\text{cm})$이다.

7. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형인 것은? (단, 점 O 는 대각선의 교점이다.)

① $\angle A = 110°$, $\angle B = 70°$, $\angle C = 110°$

② $\overline{AB} = \overline{BC} = 4\,\text{cm}$, $\overline{CD} = \overline{DA} = 6\,\text{cm}$

③ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 6\,\text{cm}$, $\overline{CD} = 5\,\text{cm}$

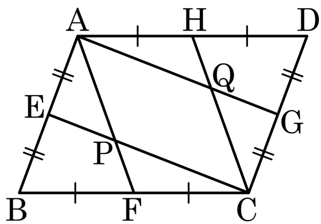
④ $\overline{AB} \,/\!/\, \overline{CD}$, $\overline{AB} = 4\,\text{cm}$, $\overline{BC} = 4\,\text{cm}$

⑤ $\overline{OA} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OB} = 5\,\text{cm}$, $\overline{OC} = 3\,\text{cm}$, $\overline{OD} = 3\,\text{cm}$

해설

① 두 쌍의 대각의 크기가 같아 평행사변형이다.

8. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 잡아 $\overline{\mathrm{AF}}$ 와 $\overline{\mathrm{CE}}$, $\overline{\mathrm{AG}}$ 와 $\overline{\mathrm{CH}}$ 의 교점을 각각 P, Q 라 할 때, □ABCD를 제외한 평행사변형은 □AECG , □AFCH , □APCQ 이다. 각각의 평행사변형이 되는 조건을 순서대로 나열한 것은?



㉠ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

㉡ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.

㉢ 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.

㉣ 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.

㉤ 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

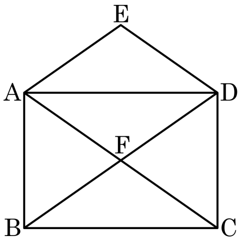
① ㉠, ㉡, ㉢　　② ㉤, ㉢, ㉠　　③ ㉤, ㉤, ㉠

④ ㉠, ㉢, ㉢　　⑤ ㉡, ㉤, ㉢

해설

□AECG는 $\overline{\mathrm{AE}} // \overline{\mathrm{GC}}$이고 $\overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{GC}}$이다. (㉤)
□AFCH는 $\overline{\mathrm{AH}} // \overline{\mathrm{FC}}$이고 $\overline{\mathrm{AH}} = \overline{\mathrm{FC}}$이다. (㉤)
□APCQ는 $\overline{\mathrm{AP}} // \overline{\mathrm{QC}}$이고 $\overline{\mathrm{PC}} // \overline{\mathrm{AQ}}$이다. (㉠)

9. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{DE} = 6x\text{cm}$, $\overline{AE} = (3x+2y)\text{cm}$, $\overline{CF} = (14-x)\text{cm}$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

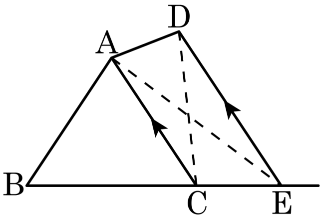


① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{AF} = \overline{FD}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다.
또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{DE} = \overline{AE} = \overline{CF}$ 이다.
따라서 $6x = 14-x$, $x = 2$ 이고, $6x = 3x+2y$, $12 = 6+2y$, $y = 3$ 이므로 $x+y = 5$ 이다.

10. 다음 그림에서 $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$이고, $\triangle ABC = 24\text{cm}^2$ 일 때, $\square ABCD$의 넓이는?



① 30cm^2 ② 36cm^2 ③ 40cm^2

④ 48cm^2 ⑤ 50cm^2

해설

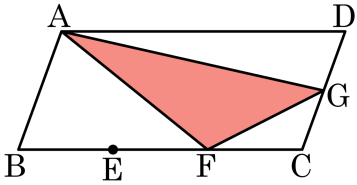
$\triangle ABC = 24\text{cm}^2$이고 $\overline{BC} : \overline{CE} = 2 : 1$이므로 $\triangle ACE = 24 \times \frac{1}{2} = 12(\text{cm}^2)$

$\triangle ACD = \triangle ACE$ ($\because$ $\overline{AC} /\!/ \overline{DE}$, $\overline{AC}$ 는 공통)

$\therefore$ $\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE$

$= 24 + 12 = 36(\text{cm}^2)$

11. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 넓이가 240cm^2이고 $\overline{BC}$의 삼등분점을 E, F, $\overline{CD}$의 중점을 G라 할 때, △AFG의 넓이는?



① $20\,\text{cm}^2$ ② $40\,\text{cm}^2$ ③ $60\,\text{cm}^2$

④ $80\,\text{cm}^2$ ⑤ $100\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABF$와 $\triangle AFC$에서 높이가 같고 밑변이 $2:1$이므로 $\triangle ABF : \triangle AFC = 2:1$

$$\triangle ABF = \frac{2}{3} \times \triangle ABC = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \square ABCD = 80(\text{cm}^2)$$

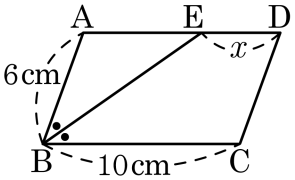
마찬가지 방법으로 $\triangle DFC = \dfrac{1}{3}\triangle BDC$

$$\triangle FCG = \frac{1}{2}\triangle DFC = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}\triangle BDC = \frac{1}{12}\square ABCD = 20(\text{cm}^2)$$

$$\triangle AGD = \frac{1}{2}\triangle ACD = \frac{1}{4}\square ABCD = 60(\text{cm}^2)$$

$\therefore \triangle AFG = \square ABCD - \triangle ABF - \triangle AGD - \triangle FCG = 240 - 80 - 60 - 20 = 80(\text{cm}^2)$

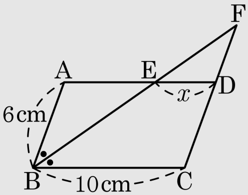
12. 다음 그림에서 사각형 ABCD가 평행사변형이고, $\angle ABE = \angle EBC$일 때, 선분 x의 길이는?



① 2cm ② 3cm ③ 3.5cm

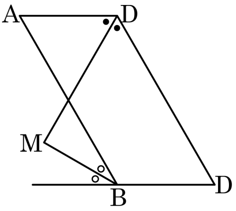
④ 4cm ⑤ 4.5cm

해설



$\overline{BE}$의 연장선을 그어서 $\overline{CD}$와 만나는 점을 F라 하면
$x = \overline{DF} = 10 - 6 = 4(\text{cm})$이다.

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle D$ 의 이등분선과 $\angle B$ 의 외각의 이등분선의 교점을 M 이라고 할 때, $\angle D = 110°$ 이면 $\angle DMB$ 의 크기는?



① $80°$ ② $85°$ ③ $90°$

④ $95°$ ⑤ $100°$

해설

$\overline{BC}$, $\overline{DM}$ 의 연장선의 교점을 P 라고 하고 $\overline{AB}$ 와 $\overline{DM}$ 의 교점을 Q 라고 하면

$\angle D = \angle B$ 이므로

$\angle D + \angle ABP = 180°$, $\angle ABP = 180° - 110° = 70°$, $\angle QBM = 35°$,

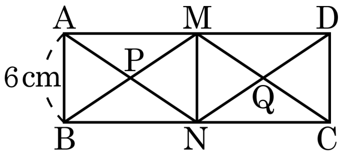
$\angle MDC = \angle MQB = 55°$ (동위각)

즉, $\triangle MBQ$ 에서

$$\begin{aligned}\angle QMB &= 180° - (\angle MQB + \angle QBM) \\ &= 180° - 90° \\ &= 90°\end{aligned}$$

$\therefore\ \angle DMB = 90°$

14. 다음 직사각형 ABCD에서 $\overline{AD}=18\,\text{cm}$이다. 점 M, N이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$의 중점일 때, □MPNQ의 넓이를 바르게 구한것은?



① $18\,\text{cm}^2$　② $21\,\text{cm}^2$　③ $24\,\text{cm}^2$
④ $27\,\text{cm}^2$　⑤ $30\,\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB}=\overline{AM}$이므로

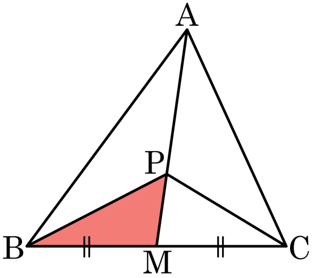
$\triangle MPN = \frac{1}{4}\square ABNM$

$\square MPNQ = \frac{1}{4}\square ABCD$

$= \frac{1}{4}\times 18\times 6$

$= 27\,(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이고 $\overline{AP} = 2\overline{PM}$이다. $\triangle ABC = 60cm^2$일 때, $\triangle PBM$ 의 넓이는?



① $10cm^2$ ② $15cm^2$ ③ $20cm^2$
④ $25cm^2$ ⑤ $30cm^2$

해설

$\overline{AP} = 2\overline{PM}$이므로 $\triangle ABP = 2\triangle PBM$이다.
$\therefore \triangle ABM = 3\triangle PBM$
또, $\overline{BM} = \overline{CM}$이므로 $\triangle ABM = \triangle ACM$이다.
따라서 $\triangle ABC = 6\triangle PBM$이므로 $60 = 6\triangle PBM$
$\therefore \triangle PBM = 10(cm^2)$