1. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

㉠ $3x^2 - x - 1 = 0$	㉡ $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$
㉢ $2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$	㉣ $x^2 - x + 2 = 0$

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

㉠ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

㉡ $D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

㉢ $D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

㉣ $D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

2. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$

이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$

$\therefore\ x = -\frac{1}{2}$

3. 이차방정식 $5x^2-6x+a-5=0$이 서로 다른 두 허근을 가질 때 정수 a의 최솟값은?

① 5　② 6　③ 7　④ 8　⑤ 9

해설

$D' = 9-5(a-5) = -5a+34 < 0$

$\therefore a > \dfrac{34}{5}$

4. 계수가 실수인 x에 대한 이차방정식 $x^2+2(a-m-1)x+a^2-b+m^2=0$의 근이 m의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 하는 a, b값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\frac{D}{4}=(a-m-1)^2-(a^2-b+m^2)=0$

m의 값에 관계없이

$2(-a+1)m+(-2a+b+1)=0$

이어야 하므로

$2(-a+1)=0,\ -2a+b+1=0$

$\therefore a=1,\ b=1$

$\therefore a+b=2$

5. 이차식 $2x^2-4x+3$ 을 복소수 범위에서 인수분해하면?

① $(x-3)(2x+1)$
② $2\left(x-1-\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)$
③ $(x+3)(2x-1)$
④ $2\left(x+1-\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x-1+\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)$
⑤ $2\left(x-1-\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)\left(x+1+\dfrac{\sqrt{2}i}{2}\right)$

해설

$a=2, b'=-2, c=3$

$x=\dfrac{2\pm\sqrt{4-6}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{2}i}{2}=1\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}i$

$\therefore 2\left(x-1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)\left(x-1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}i\right)$

6. 다음 이차방정식의 해를 바르게 짝지은 것은?

(1) $x(5x-4)=4(x-1)$
(2) $x^2-3\sqrt{2}x+6=0$

① (1) $\dfrac{4\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

② (1) $\dfrac{3\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

③ (1) $\dfrac{4\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{3}\pm\sqrt{6}i}{2}$

④ (1) $\dfrac{1\pm 2i}{5}$, (2) $\dfrac{2\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

⑤ (1) $\dfrac{4\pm 3i}{5}$, (2) $\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용하여 푼다.

(1) $x(5x-4)=4(x-1)$

$\therefore\ 5x^2-8x+4=0$

$\therefore\ x=\dfrac{4\pm\sqrt{16-20}}{5}=\dfrac{4\pm 2i}{5}$

(2) $x=\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{18-24}}{2}=\dfrac{3\sqrt{2}\pm\sqrt{6}i}{2}$

7. 0이 아닌 두 실수 $a,\ b$가 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$를 만족할 때, 다음 [보기]의 x에 대한 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $ax^2-bx+1=0$

㉡ $x^2-ax-b=0$

㉢ $x^2+2(a+b)x+(a^2+b^2)=0$

① ㉠　② ㉡　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$이므로 $a<0,\ b<0$

㉠ $ax^2-bx+1=0$에서

$D=b^2-4a>0$

㉡ $x^2-ax-b=0$에서

$D=a^2+4b$는 음수, 양수를 판별할 수 없다.

㉢ $x^2+2(a+b)x+(a^2+b^2)=0$에서

$\frac{D}{4}=(a+b)^2-(a^2+b^2)=2ab>0$

8. 이차방정식 $x^2-2ax+2a+4=0$의 두 근이 모두 정수일 때, 정수 a 값의 합은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

두 근을 α,β라 하면
$x^2-2ax+2a+4=(x-\alpha)(x-\beta)=0$
$\therefore \alpha+\beta=2a,\ \alpha\beta=2a+4$
$\alpha\beta-\alpha-\beta=4$
$(\alpha-1)(\beta-1)=5$
α,β는 정수이므로
$\therefore (\alpha,\beta)=(2,6),(6,2),(0,-4),(-4,0)$
$\therefore a=4,-2$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 두 근이 1, α이고 $x^2 + bx + a = 0$의 두 근이 -3, β일 때, α, β를 두 근으로 하는 이차방정식은?

① $x^2 + 3x + 2 = 0$
② $x^2 - 2x - 3 = 0$
③ $x^2 - 3x + 2 = 0$
④ $x^2 + 2x - 3 = 0$
⑤ $x^2 - 3x - 2 = 0$

해설

$x^2 + ax + b = 0$의 한 근이 1이므로
$1 + a + b = 0 \cdots\cdots$ ㉠
$x^2 + bx + a = 0$의 한 근이 -3이므로
$9 - 3b + a = 0 \cdots\cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서 $a = -3,\ b = 2$
$x^2 + ax + b = 0$은 $x^2 - 3x + 2 = 0$
$\therefore\ x = 1$ 또는 $x = 2 \qquad \therefore\ \alpha = 2$
$x^2 + bx + a = 0$은 $x^2 + 2x - 3 = 0$
$\therefore\ x = -3$ 또는 $x = 1 \qquad \therefore\ \beta = 1$
따라서 α, β를 두 근으로 하는 이차방정식은
$x^2 - 3x + 2 = 0$

10. 실계수 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + i$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ -1 ④ -2 ⑤ 4

해설

실계수 방정식에서 $2 + i$ 가 근이면 $2 - i$ 도 근이다.
따라서 두 근의 합 $-a = 4$ $\therefore$ $a = -4$
두 근의 곱 $b = 5$
$a + b = 1$